LÖSUNGEN **AUFGABENGRUPPE A**

1. a) Nachweis durch Einsetzen:
$2 \cdot (-23) \cdot (2 \cdot (-23) + 2) = 2024$
$-46 \cdot (-46 + 2) = 2024$
$-46 \cdot (-44) = 2024$
Weitere Lösung:
$44 \cdot 46 = 2024$
$2x = 44$
$x = 22$

b) $\mathbb{L} = \{13; 14; 15; \ldots\}$
Ausmultiplizieren:
$x^3 + x^2 + x - x^2 - x - 1 \geq 2024$
$x^3 - 1 \geq 2024$
$x^3 \geq 2025$
$x \geq 13$ (da $12^3 < x^3 < 13^3$)

c) $\mathbb{L} = \{\ldots; -47; -46; 0; 1; \ldots; 44\}$
$(x - 1) \cdot (x + 1)^2 < 2024 \cdot (x + 1)$
$x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$
Fall 1:
$x + 1 > 0 \Rightarrow x > -1$
$(x - 1) \cdot (x + 1) < 2024$
$x^2 - 1 < 2024$
$x^2 < 2025$
$x < 45$ oder $x > -45$
$-1 < x < 45$
Fall 2:
$x + 1 < 0 \Rightarrow x < -1$
$(x - 1) \cdot (x + 1) > 2024$
$x^2 - 1 > 2024$
$x^2 > 2025$
$x > 45$ oder $x < -45$
$x < -45$

d) $\mathbb{L} = \{-5; -4; \ldots; 4; 5\}$
Fall 1:
$(x^2 + 20)^2 - 1 = 2024$
$(x^2 + 20)^2 = 2025$
$x^2 + 20 = 45$ oder $x^2 + 20 = -45$
$x^2 = 25$ oder $x^2 = -65$
$x = 5$ oder $x = -5$
Fall 2:
$(x^2 + 20)^2 - 1 < 2024$
$(x^2 + 20)^2 < 2025$
$x^2 + 20 < 45$ und $x^2 + 20 > -45$

$x^2 < 25$ und $x^2 > -65$
$-5 < x < 5$

---

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC
z. B.:
Zeichnen der Strecke $\overline{BD}$ mit $|BD| = h_b = 6{,}6$ cm
Senkrechte zu h_b durch D
freier Schenkel des Winkels an $\overline{DB}$ in B
mit $90° - 60° = 30°$ schneidet sich mit der Senkrechten in C.
Parallelstreifen zu $\overline{BC}$ im Abstand
$h_a = 5$ cm schneidet Senkrechte in A.

b) (1) Begründung
z. B.:
Thaleskreis um M schneidet die Punkte A, D, B und E,
da $\sphericalangle ADB = \sphericalangle AEB = 90°$
Folglich sind die zu vergleichenden Längen jeweils Radien dieses Kreises.

(2) Beweis
Winkelsumme: $\alpha + \beta + \gamma = 180°$
Die Dreiecke AMD, MBE und DME sind gleichschenklig.
(Immer zwei Schenkel sind Radien.)
Basiswinkelsatz: $\sphericalangle ADM = \alpha$ und $\sphericalangle MEB = \beta$
sowie $\sphericalangle MDE = \sphericalangle DEM = \delta$
Dann gilt im Viereck $ABED$: $2 \cdot \alpha + 2 \cdot \beta + 2 \cdot \delta = 360°$
Daraus folgt: $\alpha + \beta + \delta = 180°$
Damit ist $\delta = \gamma$ (wegen Winkelsumme im Dreieck ABC).
Somit sind alle Winkel im Dreieck $\sphericalangle MDE = 60°$ und
folglich ist das Dreieck gleichseitig.

c) 80°
Wenn $\gamma = 50°$, dann $\delta = 50°$.
Der gesuchte Winkel $\sphericalangle EMD = 180° - 2 \cdot 50°$

---

3. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC
Zeichnen des Umkreises, Antragen der Seite c und des Winkels α
Vervollständigen zum Dreieck
Einzeichnen von w_γ und m_c

b) Beweis
m_c schneide den Umkreis in S.
Noch zu zeigen:
$\overline{CS}$ liegt auf w_γ, d. h. $\sphericalangle ACS = \sphericalangle SCB$
Dreieck ASB ist achsensymmetrisch zu m_c, d. h. $|AS| = |SB|$
Nach dem Umfangswinkelsatz gilt: $\sphericalangle ACS = \sphericalangle SCB$

c) Einzeichnen von w_α
Beweis
zu zeigen: $\sphericalangle AIS = \sphericalangle SAI$
$ASBC$ ist ein Sehnenviereck: $\sphericalangle BSA = 180° - \gamma$
Dreieck ASB ist gleichschenklig: $\sphericalangle SAB = (180° - \sphericalangle BSA) : 2$
$= (180° - (180° - \gamma)) : 2 = \gamma : 2$
$\overline{AI}$ liegt auf $w_\alpha \Rightarrow \sphericalangle BAI = \alpha : 2 = \sphericalangle IAC$
$\Rightarrow \sphericalangle SAI = \alpha : 2 + \gamma : 2$
Winkelsumme im Dreieck AIC: $\sphericalangle CIA = 180° - \alpha : 2 - \gamma : 2$

Nebenwinkel: $\sphericalangle AIS = 180° - \sphericalangle CIA = \alpha : 2 + \gamma : 2$

d) Beweis

$HC || MS$ (wegen a))

Wechselwinkel: $\sphericalangle HCS = \sphericalangle MSC$

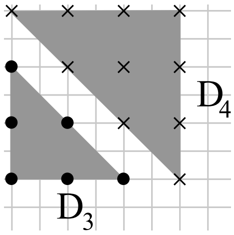
$|CM| = |MS|$

Somit ist Dreieck CSM gleichschenklig, d. h. $\sphericalangle MSC = \sphericalangle SCM = \sphericalangle HCS$

---

4. a) Zwei gleiche Dreieckszahlenfiguren können zu einer Rechtsecksfigur aus $n \cdot (n+1)$ Punkten zusammengelegt werden.
Demnach muss die Anzahl der Punkte einer Dreieckszahlenfigur durch 2 dividiert werden. (oder jede andere sinngemäße Formulierung)

b) (1)



(2) $D_n + D_{n-1} = \frac{n(n+1)}{2} + \frac{(n-1)n}{2}$

$= \frac{1}{2}(n^2 + n + n^2 - n)$

$= \frac{1}{2} \cdot 2n^2$

$= n^2$

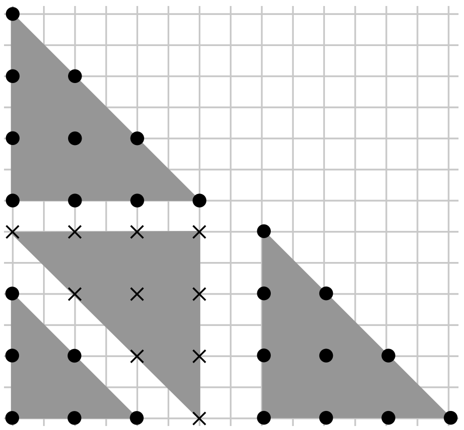
c) (1) Aus je zwei gleichen Dreieckszahlenfiguren werden insgesamt 4 Rechtecksfiguren aus jeweils $n \cdot (n+1)$ Punkten gebildet.
Je zwei Rechtsfiguren legt man mit einer kürzeren und einer längeren Seite aneinander, sodass sie eine Quadratfigur mit einer Seitenlängen von $n + (n+1) = 2n+1$ bilden.
Im Zentrum dieser Quadratfigur ist ein weiterer Punkt zu ergänzen. (oder jede andere sinngemäße Formulierung)

(2) $8 \cdot D_n + 1 = 8 \cdot \frac{n(n+1)}{2} + 1$

$= 4n^2 + 4n + 1$

$= (2n+1)^2$

d)



---

5. a) 25 %

$\frac{1}{3} : \frac{4}{3}$

Zur Erläuterung:

x: Anteil der gelben Gummibärchen an der Gesamtzahl der Gummibärchen

$x + \frac{1}{3}x = \frac{1}{3}$

$\frac{4}{3}x = \frac{1}{3}$

$x = \frac{1}{3} : \frac{4}{3}$

	b)	54
		x: Anzahl der entnommenen andersfarbigen Gummibärchen
		$20 : (120 - x) > 0{,}3$
		$20 > 36 - 0{,}3x$
		$0{,}3x > 16$
		$x > 53{,}33\ldots$
	c)	90
		z. B.:
		x: Anzahl der entnommenen Gummibärchen
		$(50 - 0{,}5x) : (150 - x) = \frac{1}{12}$
		$12 \cdot (50 - 0{,}5x) = 150 - x$
		$450 = 5x$
	d)	80
		z. B.:
		x: Anzahl der Gummibärchen in der Tüte
		gelbe Gummibärchen: $0{,}35x$
		$(0{,}35x - 15) : (x - 15) = 0{,}2$
		$0{,}35x - 15 = 0{,}2x - 3$
		$0{,}15x = 12$
6.	a) (1)	68 %
		P(Silbertaler mit Kopf) $= 0{,}8 \cdot 0{,}6 = 0{,}48$
		P(Silbertaler mit Wappen) $= 0{,}5 \cdot 0{,}4 = 0{,}2$
	(2)	37,5 %
		P(Goldtaler mit Kopf) $= 0{,}6 \cdot 0{,}2 = 0{,}12$
		P(Goldtaler mit Wappen) $= 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2$
		32 % der Taler sind Goldtaler.
		$0{,}12 : 0{,}32 \left(= \frac{3}{8}\right)$
	b)	75 %
		P(Silbertaler mit Wappen) $= 0{,}4 \cdot 0{,}5 = 0{,}2$
		P(Silbertaler mit Kopf) $= 0{,}5 - 0{,}2 = 0{,}3$
		P(Taler mit Kopf) $= 0{,}45 + 0{,}3$
	c)	243
		z. B.:
		w: Anzahl der Taler mit Wappen
		$0{,}2 \cdot w + 4 = \frac{1}{3} \cdot w$
		$w = 30$
		Anzahl der Taler mit Kopf $= 30 : 0{,}1 - 30 = 270$
		$270 \cdot 0{,}9$

---

1. a) (1) $\mathbb{L} = \{-1\}$ oder $x = -1$

$$\begin{aligned} -15x - 10 &= -2x + 3 \\ -13x - 10 &= 3 \\ -13x &= 13 \end{aligned}$$

(2) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2x - 2x - 2 &\leq 2x^2 + 2x + 2 \\ -2 &\leq 2x + 2 \\ -4 &\leq 2x \\ x &\geq -2 \end{aligned}$$

(3) $\mathbb{L} = \{1; 2; 3; \ldots\}$

$$\begin{aligned} 2x + 1 &> \frac{16}{7} \\ 2x &> \frac{9}{7} \\ x &> \frac{9}{14} \end{aligned}$$

b) (1) $\mathbb{L} = \{1; 2\}$

(2) $\mathbb{L} = \{2\}$

(3) $\mathbb{L} = \{2; 4\}$

---

2. a) Hinweise zurKonstruktion des Parallelogramms $ABCD$
Zeichnen der Strecke $\overline{AC}$ mit $|AC| = 11$ cm
Ermitteln des Punktes M
durch Halbieren der Strecke $\overline{AC}$
Antragen des Winkels $\sphericalangle DMA = 47°$
Zeichnen der Strecke $|BD| = 8$ cm durch M
Vervollständigen zum Parallelogramm

b) (1) Hinweise zurKonstruktion des Parallelogramms $ABCD$:
z. B.:
Zeichnen der Seite $a = 6$ cm und Kreisbogen um B
mit dem Radius 6 cm
Antragen des Winkels $\alpha = 120°$
und Abtragen der 6 cm
Zeichnen der parallelen Seite c zur Seite a

(2) B und F

c) $A_{\text{Parallelogramm}} = 30 \text{ cm}^2$
z. B.:
$50 \text{ cm} : 2 = 25 \text{ cm}$
$25 \text{ cm} : 5 \text{ (Teile)} = 5 \text{ cm}$
$a = 5 \text{ cm} \cdot 2 = 10 \text{ cm}$
$b = 5 \text{ cm} \cdot 3 = 15 \text{ cm}$
$\text{A}_{\text{Parallelogramm}} = a \cdot h_a$
$\text{A}_{\text{Parallelogramm}} = 10 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}$

3.	a)		602 mℓ 500 mℓ entspricht 83 %. 500 mℓ : 0,83 = 602,4 ... mℓ
	b)		63 % 440 mℓ − 270 mℓ = 170 mℓ 170 mℓ : 270 mℓ = 62,96 ... %
	c)		„Pia hat recht.“ z. B.: 250 g entsprechen 1,40 €. 1000 g entsprechen 5,60 €. 150 g entsprechen 1,68 €. 1000 g entsprechen 11,20 €. 11,20 € : 5,60 € = 2
	d)		25 % 400 g : 0,8 = 500 g 500 g : 400 g = 1,25
4.	a)	(1)	$D(0\|11)$
		(2)	$D'(0\|2)$
	b)	(1)	$A_7(-7\|0)$ und $D_7(0\|15)$
		(2)	Drache 15
		(3)	Flächeninhalt Drache 3 = 30 cm^2 Flächeninhalt Drache 8 = 200 cm^2
		(4)	Drache 12
5.	a)	(1)	1 Wägung
		(2)	2 Wägungen
		(3)	2 Wägungen
	b)		Beispiel für eine korrekte Beschreibung Aufteilen in Pakete zu 4 / 4 / 4 Münzen und wiegen leichtestes Paket in 2 / 2 Münzen teilen und wiegen leichtestes Paket in 1 / 1 Münzen aufteilen und auswählen
	c)	(1)	3 Wägungen
		(2)	4 Wägungen $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$ Aufteilen in Pakete zu 27 / 27 / 27 Münzen und wiegen jeweils leichtestes Paket in drei gleiche Teile teilen und wiegen weitere Paketgrößen $9 \to 3 \to 1$ leichteste Münze auswählen
		(3)	„Bodo hat recht.“ z. B.: Bis $3^6 = 729$ benötigt man höchstens 6 Wägungen. Bis $3^7 = 2187$ benötigt man höchstens 7 Wägungen. Sowohl 1000 als auch 2000 liegen zwischen 729 und 2187.
6.	a)		24 $4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$
	b)	(1)	360 $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3$
		(2)	15

360 : 24

c) (1) EFA, EFB, EFC, EFD

(2) ABC, ABE, ABF, ACE, ACF, AEF

d) „Clara hat recht.“

Begründung z. B.:

3er-Kanu: $\frac{1}{2} \cdot \frac{6 \cdot 5 \cdot 4}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 10$ Kombinationen

2er-Kanu: $\frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} = 15$ Kombinationen

---

1. a) (1) $x = -3$

$$\begin{aligned} 8{,}7 + 4x - 3{,}2 &= 9x + 20{,}5 \\ 5{,}5 + 4x &= 9x + 20{,}5 \\ 4x &= 9x + 15 \\ -5x &= 15 \end{aligned}$$

(2) $x = -4$

$$\begin{aligned} 6 \cdot (5x + 4) &= -96 \\ 30x + 24 &= -96 \\ 30x &= -120 \end{aligned}$$

(3) $x = 8$

$$\begin{aligned} \frac{1}{8}x - \frac{2}{5} &= \frac{3}{5} \\ \frac{1}{8}x &= 1 \end{aligned}$$

b) $x = 4$ (cm)

z. B.:

$$\begin{aligned} 4x + 7 &= 2x + 15 \\ 4x &= 2x + 8 \\ 2x &= 8 \end{aligned}$$

---

2. a) 400 (mal)

z. B.:

1200 m^3 = 1 200 000 Liter

1 200 000 Liter : 3000 Liter

b) 6 (Pumpen)

z. B.:

2 Pumpen · 24 h/Pumpe = 48 h

48 : 8

c) 16 Stunden

z. B.:

2 Pumpen · 24 h/Pumpe = 48 h

48 : 3

d) 20 Stunden

z. B.:

2 Pumpen entsprechen 1200 m^3 in 24 h.

2 Pumpen entsprechen 600 m^3 in 12 h.

1200 m^3 − 600 m^3 = 600 m^3

1 Pumpe entspricht 24 h für 600 m^3.

3 Pumpen entsprechen 8 h für 600 m^3.

12 h + 8 h

---

3. a) 959,20 €

z. B.:

100 % entsprechen 880 €.

1 % entspricht 8,80 €.

9 % entsprechen 79,20 €.
880 € + 79,20 €

b) 8 %
z. B.:
1188 € − 1100 € = 88 €
1100 € entsprechen 100 %.
11 € entsprechen 1 %.

c) 2496 €
z. B.:
100 % − 25 % = 75 %
75 % entsprechen 1872 €.
25 % entsprechen 624 €.

---

4. a) $V_{\text{Körper}} = 53{,}2 \text{ cm}^3$
$c = 1{,}4 \text{ cm} \cdot 5$
$c = 7 \text{ cm}$
z. B.:
$V_{\text{großer Quader}} = 5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 7 \text{ cm}$
$V_{\text{großer Quader}} = 70 \text{ cm}^3$
$V_{\text{kleiner Quader}} = 3 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 1{,}4 \text{ cm}$
$V_{\text{kleiner Quader}} = 8{,}4 \text{ cm}^3$
$V_{\text{Körper}} = 70 \text{ cm}^3 - 2 \cdot 8{,}4 \text{ cm}^3$
$V_{\text{Körper}} = 70 \text{ cm}^3 - 16{,}8 \text{ cm}^3$

b) $x = 2{,}4 \text{ cm}$
z. B.:
$A_{\text{Rechteck}} = 5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} = 10 \text{ cm}^2$
$120 \text{ cm}^3 : 10 \text{ cm}^2 = 12 \text{ cm}$
$x = 12 \text{ cm} : 5$

c) (1) 12 (Ecken)
(2) 3

---

5. a) Hinweise zur Konstruktion mit Beschriftung der Eckpunkte:
z. B.:
korrektes Zeichnen der Seite $\overline{AB}$
Zeichnen der Seite $\overline{AE}$ (senkrecht zu $\overline{AB}$)
Zeichnen der Strecke $\overline{BE}$
Antragen des 60°-Winkels im Punkt E
(oder jedes anderen beliebigen Winkels, da der 60°-Winkel zunächst nicht in der Aufgabenstellung angegeben war)
Zeichnen der zu $\overline{BE}$ parallelen Strecke $\overline{CD}$
im Abstand von 2,5 cm mit einer Länge von 5 cm
Vervollständigen des Fünfecks
mit Beschriftung der Eckpunkte

b) $A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 18{,}5 \text{ cm}^2$
z. B.:
$$A_{\text{Dreieck ABE}} = \frac{4\,\text{cm} \cdot 3\,\text{cm}}{2}$$
$A_{\text{Dreieck ABE}} = 6 \text{ cm}^2$
$A_{\text{Fünfeck ABCDE}} = 12{,}5 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2$

c) $|CD| = 5$ cm (mit Rechnung)
$A_{\text{Parallelogramm}} = |CD| \cdot 2{,}5 \text{ cm} = 12{,}5 \text{ cm}^2$
$|CD| = 12{,}5 \text{ cm}^2 : 2{,}5 \text{ cm}$

d) Antwort mit Begründung:
z. B.: „Alina hat nicht recht,
denn die Innenwinkelsumme in jedem Fünfeck beträgt 540°."

---

6. a) 1, 4, 6
2, 2, 6
2, 3, 4

b) (1) $\frac{2}{12}$

(2) $\frac{7}{12}$

(3) $\frac{8}{12}$

(4) Ereignis:
z. B.: „Es wird eine Zahl kleiner 3 gewürfelt."

c) $\frac{2}{144}$
z. B.:
$P(„1") = \frac{1}{12}$
$P(„4") = \frac{2}{12}$
$P(„1"|„4") = \frac{1}{12} \cdot \frac{2}{12}$

d) 5 (Flächen)
Zahlenverteilung: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4
