Mathematik-Wettbewerb 1971 in Hessen

2. Runde: 20. April 1971
Klasse 8: Hauptschulen

Aufgaben:

1. Bergauf fährt ein Zug mit einer mittleren Geschwindigkeit von 100 km/h eine Strecke von 150 km; bergab benötigt er für diese Strecke 1 Stunde und 12 Minuten.
Bestimme die mittlere Geschwindigkeit des Zuges während des Gesamtweges (Hin- und Rückfahrt) auf eine Stelle nach dem Komma genau.

2. In einem Dreieck ist Winkel β 1,5 mal so groß wie Winkel α.
Winkel γ ist doppelt so groß wie Winkel α.

a) Bestimme die Größen der drei Winkel.

b) Welche Dreieckseite ist die größte?

3. In einer vierstelligen Zahl soll die Anzahl der Zehner halb so groß sein wie die Anzahl der Tausender. Weiterhin darf die Zahl ihren Wert nicht ändern, wenn man Einer und Hunderter vertauscht.
Schreibe 5 solcher Zahlen auf und vermeide dabei gleiche Ziffern für Einer, Zehner und Hunderter!

4. Von zwei deckungsgleich aufeinander liegenden gleichseitigen Dreiecken wird das obere um den gemeinsamen Mittelpunkt um 60° gegenüber dem unteren gedreht. Das festliegende und das gedrehte Dreieck haben nun ein Flächenstück gemeinsam. Drücke das Verhältnis des Flächeninhalts des gemeinsamen Flächenstücks zum Flächeninhalt des unteren (nicht gedrehten) Dreiecks in Prozenten aus.

5. Um eine Rechnung in Höhe von 6000,– DM mit dem bei Barzahlung möglichen Skonto von 3 % bezahlen zu können, muß ein Kaufmann noch Geld aufnehmen, da ihm für den Kauf im Augenblick nur 4000,– DM zur Verfügung stehen.
Er nimmt den zur Barzahlung nötigen Betrag am 23. Januar auf und muß dafür 8 % Schuldzinsen zahlen. Am 13. Februar tilgt er den Kreditbetrag.
Berechne den Gewinn! Runde auf zwei Stellen nach dem Komma!

6. Ein Züchter besitzt 20 weibliche und 4 männliche Kaninchen. Jedes weibliche Kaninchen bekommt zweimal im Jahr durchschnittlich sechs Junge. Unter dem ersten Wurf sind 55 % weibliche Tiere, die im selben Jahr noch einmal je sechs Junge großziehen.
Nach Ablauf eines Jahres behält der Züchter $8\frac{1}{3}$ % aller Tiere und verkauft den Rest.
Bestimme die Anzahl der verkauften Kaninchen.

Mathematik-Wettbewerb 1971 in Hessen

2. Runde: 20. April 1971
Klasse 8: Realschulen

Aufgaben:

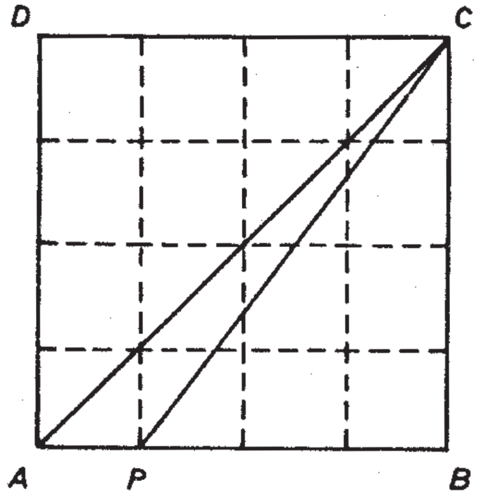
1. Drehe ein gleichseitiges Dreieck um seinen Mittelpunkt um 60°. Ursprüngliches und gedrehtes Dreieck haben ein Flächenstück gemeinsam. Drücke das Verhältnis des Flächeninhalts des gemeinsamen Flächenstücks zum Flächeninhalt des ursprünglichen Dreiecks in Prozenten aus.

2. Die Strecken a, b, c, d, e sind verschieden lang. Im einzelnen gilt:
$a = b + c - d$; $b - e = 2{,}6$
$c = \frac{5}{7}a$; $d = \frac{1}{2}b$; $e = \frac{1}{5}a$
Berechne die Länge der Strecke a.

3. Nachstehend sind jeweils sechs Zahlen angegeben, die auf Grund bestimmter Eigenschaften ermittelt wurden. Gib eine hinreichende Eigenschaft an:
a) 2; 4; 6; 8; 10; 12
b) 1; 2; 3; 4; 6; 12

4. Ein Züchter besitzt 20 weibliche und 4 männliche Kaninchen. Jedes weibliche Kaninchen bekommt zweimal im Jahr durchschnittlich sechs Junge. Unter dem ersten Wurf sind 55 % weibliche Tiere, die im selben Jahr noch einmal je sechs Junge großziehen. Nach Ablauf eines Jahres behält der Züchter $8\frac{1}{3}$ % aller Tiere und verkauft den Rest.
Bestimme die Anzahl der verkauften Kaninchen.

5. Die Seite des nebenstehenden Quadrates $ABCD$ ist 4 cm lang. Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks APC.



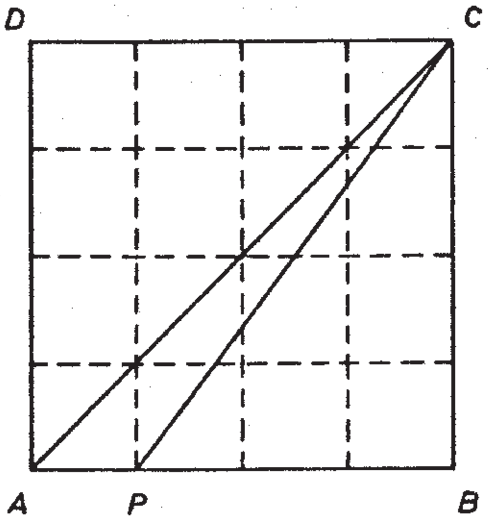
6. Für welche ganzen, positiven (natürlichen) Zahlen a, b, c, d kleiner als 140 gelten folgende Bedingungen gleichzeitig:
$\frac{a}{b} = 3$; $\frac{a}{c} = 2$; $\frac{a}{d} = 5$?

Mathematik-Wettbewerb 1971 in Hessen

2. Runde: 20. April 1971
Klasse 8: Gymnasien

Aufgaben:

1. Das Quadrat *ABCD* hat die Seitenlänge 4 cm. Es ist in 16 gleich große Quadrate zerlegt. Eine andere Zerlegung liefert die Dreiecke *ACD*, *APC* und *PBC*. Wie groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks *APC*?



2. Jemand pflückt Äpfel in einem Garten. Beim Verlassen des Gartens muß er durch drei bewachte Tore gehen. Der Wächter des ersten Tores verlangt die Hälfte der gepflückten Äpfel, der des zweiten Tores $\frac{2}{3}$ der dann noch vorhandenen, der Wächter des dritten Tores $\frac{3}{4}$ der restlichen Äpfel. Wieviel Äpfel muß man pflücken, um genau einen Apfel behalten zu können?

3. Verbinde bei einem Würfel den Mittelpunkt einer jeden Fläche mit den Mittelpunkten aller benachbarten Flächen. Die Verbindungsstrecken bilden die Kanten eines neuen Körpers.

a) Wieviel Ecken hat dieser neue Körper?

b) Wieviel Kanten laufen in einer Ecke dieses Körpers zusammen?

c) Wieviel Kanten hat der neue Körper insgesamt?

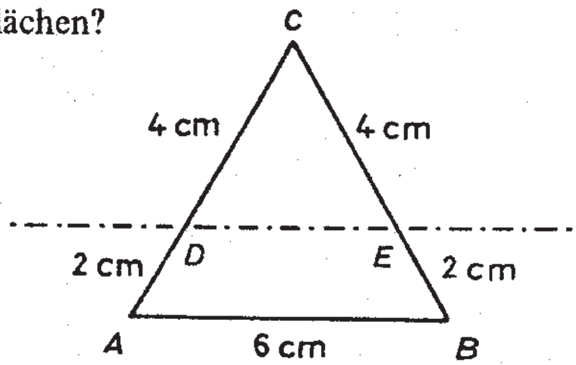
d) Wieviel ebene Begrenzungsflächen hat er?

e) Welche Form haben diese Begrenzungsflächen?

4. Spiegele das gleichseitige Dreieck *ABC* an der Achse *DE*. Ur- und Bilddreieck haben ein Flächenstück gemeinsam.

a) Zeichne das Bilddreieck.

b) Bestimme den Bruchteil, den das gemeinsame Flächenstück vom Inhalt des Urdreiecks hat.



5. In der Menge $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ wird addiert und multipliziert, wie es die beiden folgenden Verknüpfungstafeln angeben.

+	0	1	2	3	4
0	0	1	2	3	4
1	1	2	3	4	0
2	2	3	4	0	1
3	3	4	0	1	2
4	4	0	1	2	3

·	0	1	2	3	4
0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4
2	0	2	4	1	3
3	0	3	1	4	2
4	0	4	3	2	1

Aus den Tafeln liest du z.B. ab:

$2 + 3 = 0$ $\qquad$ $2 \cdot 3 = 1$

Löse folgende Gleichungen in der Grundmenge M gemäß der dort geltenden Addition bzw. Multiplikation.

a) $2 + x = 3$

b) $y + 3 = 1$

c) $4 \cdot z = 3$

d) $(2 \cdot u) + 3 = 4$

6. Von den folgenden vier Aussagen ist genau eine falsch, die anderen sind wahr:

(1) Manfred ist älter als Klaus.

(2) Klaus ist älter als Uwe.

(3) Uwe ist älter als Manfred.

(4) Klaus und Uwe sind zusammen genau doppelt so alt wie Manfred.

a) Welche der vier Aussagen ist falsch?

b) Welcher Junge ist am ältesten?