Mathematik-Wettbewerb 1971 des Landes Hessen

\- Endrunde -

Aufgaben: Hauptschule

1. Eine rechteckige Fläche von 10 cm Breite und 20 cm Länge soll durch drei Geraden in einzelne Gebiete aufgeteilt werden.
   a) In wieviel Gebiete kann man dann das Rechteck höchstens teilen?
   b) Teile das ursprüngliche Rechteck mit 3 Geraden in 5 inhaltsgleiche Flächen. Fertige hierzu eine Zeichnung an.

2. Länge, Breite und Höhe einer quaderförmigen Kiste stehen im Längenverhältnis 8 : 5 : 3.
   Das Volumen der Kiste beträgt 7.680 cm^3.
   Welche Ausmaße hat die Kiste?

3. Die Maschinenanlage eines Dampfers befähigt zu einer Geschwindigkeit von 20 km/h in stehendem Gewässer.
   Das Schiff wird im Flußverkehr eingesetzt.
   Wie lange braucht es für die Hin- und Rückfahrt zu einem 80 km entfernten Ort, wenn der Aufenthalt dort eine Stunde und die Strömungsgeschwindigkeit des Flusses 4 km/h betragen?

4. Ein Quader besteht aus drei aneinander gelegten Würfeln, deren Kantenlänge 3 cm beträgt.
   a) Wieviel solcher Quader braucht man noch, um daraus einen neuen Würfel zu bauen?
   b) Schneide den neuen Würfel so, daß drei Dreieckssäulen entstehen, die rechtwinklige Dreiecke zur Grundfläche haben. Wie groß ist das Volumen der größten der drei entstandenen Dreieckssäulen?

5. Es gibt einen Würfel mit Kantenlänge unter 20 cm, dren Maßzahl ganzzahlig ist, für den die Maßzahl der Oberfläche gleich der Maßzahl des Volumens ist.
   a) Wie groß ist die Maßzahl der Oberfläche?
   b) Begründe in Worten oder mathematisch.

6. Eine Ware kostet 649,50 DM. Jemand kauft und zahlt bar, zieht daher 3 % Skonto ab, rundet auf volle DM und begleicht die Summe mit einer möglichst geringen Anzahl von Scheinen, und zwar mit 100-, 50- und 20 DM - Scheinen.
   Mit welchen Scheinen zahlt er?

Mathematik-Wettbewerb 1971 des Landes Hessen

- Endrunde -

Aufgaben: Realschule

1. Bei einer Klassenarbeit erzielen 22 Schüler die Noten "sehr gut, gut und befriedigend". 40 % aller Schüler der Klasse erhalten die Note "ausreichend" und 5 % die Note "mangelhaft". Die Zahl der Schüler mit der Note "gut" ist um 3 größer als die Zahl der Schüler mit der Note "sehr gut" und beträgt nur ein Drittel der Zahl von Schülern, welche die Note "befriedigend" erhielten. Keinem der Schüler mußte die Note "ungenügend" erteilt werden.
   a) Wieviel Schüler haben die Arbeit mitgeschrieben?
   b) Bestimme den "Notenspiegel" der Klasse!

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl						

2. Durch drei Punkte einer Ebene, die nicht auf ein und derselben Geraden liegen, ist ein Kreis eindeutig bestimmt. In der nachstehenden Tabelle ist für 6, 7, ..., 10 Punkte die höchstmögliche Anzahl von Kreisen angegeben, die durch je drei Punkte bestimmt werden. Vier Punkte dürfen dabei nicht auf einem Kreis liegen. Fülle die Leerkästchen aus!

Anzahl der Punkte	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Anzahl der Kreise	1			20	35	56	84	120		

3. Gegeben sei ein Rechteck mit den Seitenlängen a = 10 cm und b = 20 cm.
   a) In wieviel Gebiete kann dieses Rechteck durch drei verschiedene Geraden höchstens eingeteilt werden?
   b) Teile dieses Redhteck durch drei Geraden in fünf inhaltsgleiche Flächen ein!

Mathematik-Wettbewerb 1971 des Landes Hessen

- Endrunde -

Aufgaben: Realschule

4. Addiert man zu der Summe von vier Zahlen jeweils die erste, zweite, dritte oder vierte Zahl, so erhält man - in der angegebenen Reihenfolge - die Ergebnisse 722, 441, 380 und 357.
   Wie heißen die vier Zahlen?

5. Jeweils ein roter, schwarzer und grüner Spielwürfel werden so zu einem "Turm" aufeinandergesetzt, daß der schwarze Würfel unten und der grüne Würfel oben liegt.
   Addiert man die Augenzahlen der unten liegenden Fläche jedes Würfels, so erhält man 15.
   Die Summe der Augenzahlen der obenliegenden Flächen des roten und schwarzen Würfels beträgt 4.
   Addiert man die Augenzahlen der unten liegenden Flächen des schwarzen und des grünen Würfels, so ergibt sich 11.

   Bestimme die Augenzahlen der parallel übereinander liegenden Würfelflächen in der Reihenfolge von oben nach unten!

6. Zwei Tangenten eines Kreises, dessen Durchmesser 7,5 cm beträgt, schneiden sich unter einem Winkel von 120°.
   a) Wie groß ist die Verbindungsstrecke der Berührungspunkte dieser Tangenten mit der Kreislinie?
   B) Begründe anhand einer Skizze die Lösung.

Mathematik-Wettbewerb 1971 des Landes Hessen

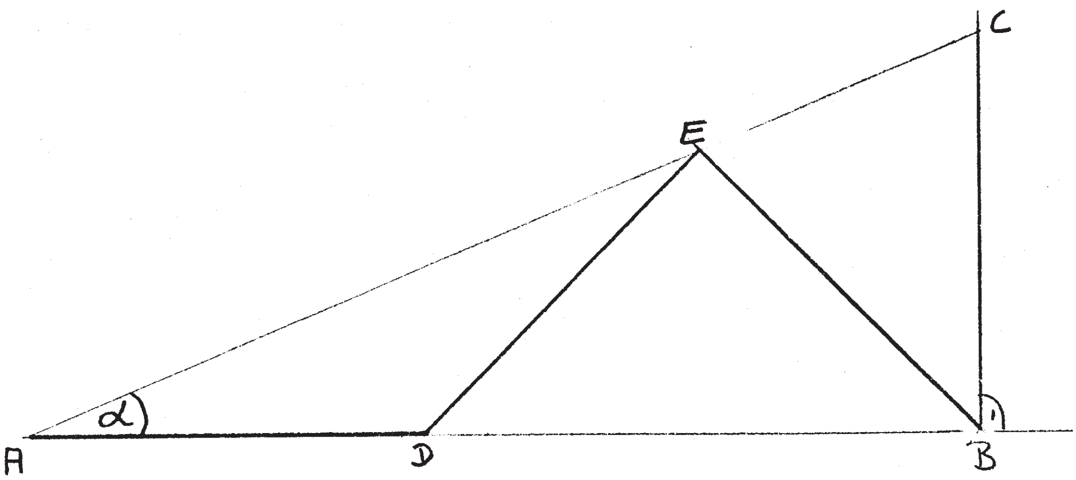
- Endrunde -

<u>Aufgaben: Gymnasium Klasse 8</u>

1. Es sei $M = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $a \in M$, $b \in M$.
   $a * b$ sei die kleinste Primzahl, die in der Primfaktorzerlegung von $a \cdot b$ vorkommt.
   a) Vervollständige die Verknüpfungstafel.
   b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr:
      (1) Es gilt das Kommutativgesetz.
      (2) Es gilt das Assoziativgesetz.
      (3) Es gibt ein neutrales Element.
   c) Welche besondere Eigenschaft hat die Zahl 2 bezüglich dieser Verknüpfung?

*	2	3	4	5	6	7	8
2	2						
3				3			
4							2
5							
6							
7							
8							

2. Ein rechtwinkliges Dreieck ABC ist so in drei Teildreiecke zerlegt, daß sowohl die Strecken $\overline{AD}$ und $\overline{DE}$ gleich lang sind als auch die Strecken $\overline{EB}$ und $\overline{BC}$ gleich lang sind.



Wie groß muß der Winkel   sein, damit auch die Strecken $\overline{DE}$ und $\overline{EB}$ gleich lang sind?

3. Ein Sultan veranlaßt, daß nach seinem Tode sein Vermögen auf seine vier Söhne Alim, Elim, Olim und Ulim folgendermaßen aufgeteilt wird:

Mathematik-Wettbewerb 1971 des Landes Hessen

- Endrunde -

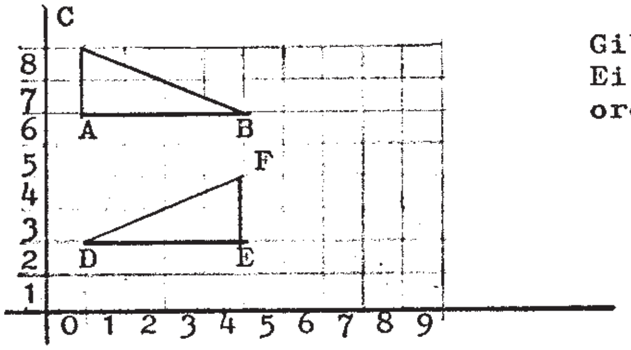
Aufgaben: Gymnasium Klasse 8

3. Fortsetzung von Blatt 1:

(1) Alim soll soviel erhalten, wie Elim mehr erhält als Olim.
(2) Alim und Ulim sollen zusammen so viel bekommen wie Elim und Olim zusammen erhalten.
(3) Ulim erhält weniger als Alim und Olim zusammen.
(4) Keiner der Söhne geht leer aus.

a) Welcher Sohn erhält den größten Anteil des Vermögens?
b) Wer erhält den kleinsten Anteil?

4. Es gibt mehrere Dreiecke, von denen jedes die folgenden Eigenschaften hat:
(1) Es liegt achsensymmetrisch zu Dreieck ABC.
(2) Es liegt punktsymmetrisch zu Dreieck DEF.
(3) Es hat entweder mit Dreieck ABC oder mit Dreieck DEF eine Seite gemeinsam.



Gib zwei Dreiecke mit diesen Eigenschaften durch die Koordinaten der Eckpunkte an.

5. Überlege, wie die nachstehenden Zahlenfolgen gebildet werden und gib zu jeder Folge die nächsten vier Zahlen an:

a) 1 , 2 , 4 , 7 , 11 , 16 , ...
b) 1 , 3 , 7 , 15 , 31 , ...
c) 5 , 6 , 5 , 7 , 6 , 9 , 8 , 12 , 11 , ...
d) 1 , 2 , 4 , 6 , 10 , 12 , 16 , 18 , ...

6. Zu alten Zeiten gab es in einem fernen Land nur zwei Gruppen von Leuten: solche, die <u>immer</u> die Wahrheit sagen, und solche, die <u>immer</u> lügen.
Ein fremder Mann traf eines Tages die drei Einheimischen Ajux, Bertrim und Cäsir. Der Fremde fragte Ajux, ob er ein Lügner sei. Die Antwort ist nicht überliefert. Bertrim behauptete später, Ajux habe bestritten, ein Lügner zu sein. Cäsir hingegen nannte Ajux einen Lügner.
a) Wer von den drei Einheimischen hat mit Sicherheit die Wahrheit gesagt?
b) Wieviel von den dreien haben die Wahrheit gesagt?
Begründe Deine Antworten.