

Mathematikwettbewerb 1972 des Landes Hessen

- Endrunde -

Aufgaben : Hauptschule

1. Das Dreieck ABC hat als Umfang 45 cm. Es verhalten sich dabei die Seiten AB zu BC zu AC wie 2 zu 3 zu 4. Durch C und die gegenüberliegende Seite verläuft eine Gerade, die das gegebene Dreieck in zwei umfangsgleiche Dreiecke teilt.
- a) Fertige eine Skizze hierzu unter Berücksichtigung der angegebenen Beziehungen der Dreieckseiten zueinander an.
- b) Welchen Abstand in cm hat der Schnittpunkt der Geraden mit AB von Punkt A?

2. Ein Fischzüchter hat bei einem Gasthofbesitzer Schulden. Für die Lieferung von 40 Forellen sollen die Schulden nicht nur als bezahlt gelten, sondern der Züchter soll auch noch 30 DM zusätzlich erhalten. Der Züchter konnte aber nur 26 Forellen liefern. Er verringerte dadurch seine Schulden bis auf einen Rest von 5 DM, erhielt aber die 30 DM nicht.

Wieviel Schulden in DM hatte der Züchter ursprünglich?

3. Vermindert man das Dreifache einer Zahl um 1, so erhält man das Quadrat des Quotienten aus 21 und 3, vermehrt um 1.

Wie heißt die Zahl?

4. Die drei Gemeinden A, B, und C haben vereinbart, ein Gruppenwasserwerk zu errichten und sich an den entstehenden Kosten entsprechend der Größe der Gemeinden, nämlich

Gemeinde A mit einem Viertel,  
Gemeinde B mit 35 %,  
Gemeinde C mit 40 %,

zu beteiligen.

Noch vor Ausführung des Vorhabens schließt sich eine vierte Gemeinde D, so groß wie die kleinste, dem Verband an. Die Kostenanteile der nun vier Gemeinden müssen neu verteilt werden.

Wie hoch sind die Kostenanteile der Gemeinden A,B,C und D in Prozenten ausgedrückt?

5. Ein Obsthändler hat eine bestimmte Menge Erdbeeren eingekauft und dafür je kg 2,40 DM bezahlt.  
12 kg verderben vor dem Weiterverkauf.  
Den Rest verkaufte der Händler so, daß er 100,80 DM bzw. 35 % mehr dafür erzielte, als ihn der Einkauf gekostet hatte.

Wieviel DM erhielt der Händler für 1 kg Erdbeeren?

6. Zwei Bierdeckel gleichen Durchmessers liegen auf einer waagerechten Tischplatte. Einer der Deckel ist auf der Platte befestigt. Rollst Du auf dem Umfang des festgelegten Deckels den losen, flachliegenden Deckel ab, so benötigt er zwei volle Umdrehungen um seinen Mittelpunkt, um in seine Ausgangslage zurückzukehren.

Nun werden drei gleichgroße Bierdeckel, flach auf der Tischplatte liegend, befestigt, daß sie alle sich gegenseitig berühren; eine vierte, gleichgroße Scheibe liegt berührend so an, daß sie zwei der festgelegten Deckel gleichzeitig berührt.

Die lose Scheibe soll mit ihrem Umfang an den drei festliegenden Deckeln entlang abgerollt werden. Während der Bewegung verbleibt sie flach auf dem Tisch.

- a) Fertige eine Zeichnung der drei festen, gleichgroßen und sich gegenseitig berührenden Deckel an ( Durchmesser ist Dir freigestellt ).
- b) Zeichne den Weg des Mittelpunktes der sich bewegenden Scheibe um die drei unbeweglichen Deckel ein und hebe ihn durch eine Farbe von der übrigen Zeichnung ab.
- c) Wieviel Umdrehungen um sich selbst macht die lose Scheibe, bis sie in ihre Ausgangslage zurückgekehrt ist?

Mathematik-Wettbewerb 1972 des Landes Hessen

- Endrunde -

Aufgaben: Realschulen

1. Bestimme den Wert des folgenden Ausdrucks:

$$\left( 2 + \frac{a}{b} + \frac{b}{a} \right) : \frac{(a+b)^2}{ab}$$

2. Fritz würfelt gleichzeitig mit einem roten und einem grünen Würfel.

- a) Wieviel verschiedene rot-grüne Augenpaare können auftreten?
- b) In wievielen Fällen kann er eine Augenzahl größer als 10 erwarten, wenn er 72 mal würfelt?
- c) In wievielen Fällen kann er einen Pasch (gleiche Augenzahl) erwarten, wenn er 72 mal würfelt?

3. In allen nachfolgenden Vielecken soll jeder Innenwinkel kleiner als  $180^\circ$  sein. Von einer Ecke eines 5-, 7- bzw. n-Ecks aus sind zu allen anderen Ecken die Verbindungsgeraden gezeichnet.

- a) Wieviele Teildreiecke sind dann jeweils in den Vielecken entstanden?
- b) Berechne jeweils die Summe der Innenwinkel dieser Vielecke.

4. a, b und c stehen für ganze Zahlen. Subtrahiert man von ihrer Summe die erste Zahl, ist das Ergebnis 262; vermindert man die Summe der gegebenen Zahl um die zweite Zahl, so erhält man 481. Die Summe der beiden ersten Zahlen beträgt 49.

- a) Bestimme die Summen der drei Zahlen
- b) Gib die drei Zahlen an, die diesen Bedingungen genügen.

5. a und b stehen für natürliche Zahlen. Für welche Zahlenpaare (a, b) werden die folgenden drei Bedingungen zugleich erfüllt?

$$\frac{a+b}{2} < 7 ; \quad a > 2b ; \quad \frac{a}{2} + \frac{b}{2} \text{ ist eine natürliche Zahl}$$

6. Gegeben ist ein Dreieck ABC mit  $b = 12$  cm und dem Seitenverhältnis  $a : b : c = 2 : 3 : 4$

Bestimme auf der Seite c einen Punkt D so, daß die Verbindungsgerade von C nach D das Dreieck ABC in zwei umfangsgleiche Teildreiecke (ADC und DBC) teilt. Fertige eine Skizze an.

Wie weit liegt der Punkt D von dem Eckpunkt A entfernt?

Mathematik-Wettbewerb 1972 des Landes Hessen

- Endrunde -

Aufgaben: Gymnasium Klasse 8

1. In einem Dreieck ABC, das drei verschieden lange Seiten hat, soll auf der Seite  $\overline{AB}$  ein Punkt D so bestimmt werden, daß die beiden Teildreiecke ADC und DBC gleichen Umfang haben.

Wie lang ist die Strecke  $\overline{AD}$  ?

2. Die Seiten eines Vierecks seien a, b, c und d. Die Seite a ist länger als die Seite b. Die Seiten c und d sind zusammen so lang wie die Seiten a und b. Außerdem sind die Seiten b und c zusammen so lang wie die Seiten a und d. Vergleiche die vier Seiten hinsichtlich ihrer Länge.

3. Es sei  $M = \{2, 4, 6, 8\}$ . Für  $a \in M$  und  $b \in M$  gelte:  
 $a * b = a \cdot b - \text{kgV}(a, b)$ .

- a) Vervollständige die Verknüpfungstafel.
- b) Welche der folgenden Aussagen sind wahr?  
 b1)  $a * b = b * a$  für alle  $a, b \in M$ .  
 b2) Es gibt ein neutrales Element.  
 b3) Wenn  $a * b = a * c$  ist, dann ist  $b = c$ .

<del>*</del> 2	4	6	8
2		⋮	
4	⋯	⋯	12
6			
8	8		

Gib kurze Begründungen für Deine Aufgaben an.

4. Bestimme die fehlenden Ziffern:

$$\begin{array}{r}
 9 \dots \text{mal} \dots \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \dots \\
 4975 \\
 \dots \\
 \hline
 3 \dots
 \end{array}
 \end{array}$$

5. In einem Spielautomat drehen sich zwei Scheiben, auf denen alle Ziffern von 1 bis 9 jeweils einmal markiert sind. Der Einsatz pro Spiel beträgt 0,10 DM. Der Automat wirft 0,50 DM aus, wenn die beiden Scheiben bei gleichen Ziffern stehenbleiben. In allen anderen Fällen wird nicht ausgeworfen.

- a) Bestimme das Verhältnis der Zahl der Gewinnstellungen zur Zahl der möglichen Stellungen.
- b) Was folgt daraus für die Aussichten eines Spielers bei längerer Spieldauer? Begründe Deine Antwort.
- c) Welchen Betrag müßte der Automat bei der Gewinnstellung auswerfen, wenn die Aussichten auf Gewinn und Verlust gleich sein sollen.

6. Die Grundfläche einer Pyramide sei ein Rechteck, dessen Seiten 6 cm und 3 cm lang sind. Zwei Seitenflächen der Pyramide sollen gleichseitige Dreiecke sein.
- a) Zeichne ein Netz des Körpers.
  - b) Konstruiere das Viereck, das entsteht, wenn man die Mitten der Seitenkanten miteinander verbindet.
  - c) Teilt man die Seitenkanten in drei gleiche Teile, so entstehen untere Teilpunkte, die den Ecken der Grundfläche benachbart liegen, und obere Teilpunkte, die der Pyramiden-  
spitze benachbart sind. Zwei untere Teilpunkte aus einem  
gleichseitigen Dreieck sollen mit zwei oberen Teilpunkten  
aus dem anderen gleichseitigen Dreieck verbunden werden.  
Konstruiere das entstehende Viereck.