

**Mathematik-Wettbewerb 1974 des Landes Hessen**  
 (gem. Erlaß II C 1 – Ed 310/5(1), ABL HKM Nov. 73)  
 2. Runde: 21. März 1974

**Lösungen und Bewertungen – Gruppe A**

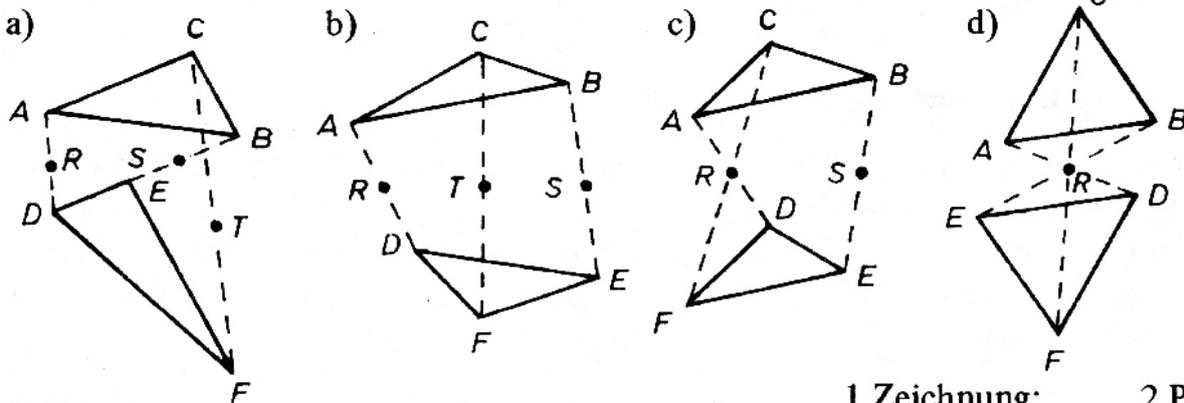
Zu einigen Aufgaben wurde nur jeweils eine der möglichen Lösungen angegeben. Die festgelegte Gesamtpunktzahl ist für jede Aufgabe verbindlich. Denkschritte sollten stets höher bewertet werden als Rechnungen. Führt die Übernahme eines falschen Ergebnisses einer Teilaufgabe zu falschen Ergebnissen bei den folgenden Fragen, so kann für diese Fragen dennoch die volle Punktzahl gegeben werden.

		<b>Bewertungen</b>																			
1. a)	5 Vierecke	2 Punkte																			
	4 Vierecke	1 Punkt																			
b)	10 Dreiecke	2 Punkte																			
	9 Dreiecke	} 1 Punkt																			
	8 Dreiecke																				
c)	10 Geraden	2 Punkte																			
	9 Geraden	} 1 Punkt																			
	8 Geraden																				
insgesamt		<b>6 Punkte</b>																			
2. a)	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">4</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">4</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> </tr> </table>	x	1	2	2	3	3	4	5	y	5	3	4	2	3	2	1	(für mindestens 4 Zahlenpaare 1 Punkt)	2 Punkte		
x	1	2	2	3	3	4	5														
y	5	3	4	2	3	2	1														
b)	<table style="display: inline-table; border-collapse: collapse; vertical-align: middle;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">x</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">1</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 0 5px;">y</td> <td style="padding: 0 5px;">0</td> <td style="padding: 0 5px;">2</td> <td style="padding: 0 5px;">3</td> <td style="padding: 0 5px;">4</td> <td style="padding: 0 5px;">5</td> <td style="padding: 0 5px;">6</td> <td style="padding: 0 5px;">6</td> <td style="padding: 0 5px;">7</td> </tr> </table>	x	0	1	1	2	2	2	3	3	y	0	2	3	4	5	6	6	7	(für mindestens 5 Zahlenpaare 1 Punkt)	2 Punkte
x	0	1	1	2	2	2	3	3													
y	0	2	3	4	5	6	6	7													
c)	$x = 0, y \in \mathbb{N}_0 \setminus \{0\}$ und $x \in \mathbb{N}_0 \setminus \{0\}, y = 1$	1 Punkt 1 Punkt	2 Punkte																		
insgesamt		<b>6 Punkte</b>																			
3.	vollständige Lösung:	<b>6 Punkte</b>																			
	$B \quad C \quad D \quad F \quad E \quad A$ oder $A \quad E \quad F \quad D \quad C \quad B$																				
	mögliche Teillösungen:																				
	$C \quad D \quad F$	2 Punkte																			
	$D \quad C \quad B$	2 Punkte																			
	$A \quad E \quad F$	2 Punkte																			
insgesamt		<b>6 Punkte</b>																			

Lösungen der Aufgaben Gruppe A (Fortsetzung)

Bewertungen

4. Mögliche Lösungen:



- 1 Zeichnung: 2 Punkte
  - 2 Zeichnungen: 3 Punkte
  - 3 Zeichnungen: 4 Punkte
  - 4 Zeichnungen: 6 Punkte
- 
- 6 Punkte**

5. a)

$F_1$	$F_2$	$F_3$	$F_4$
W	W	F	W
F	W	F	W
F	F	F	W
F	W	W	W

pro Spalte 1 Punkt: 4 Punkte

b) Z. B.: gleichseitiges Dreieck,  
regelmäßiges Fünfeck, Mercedes-Stern

2 Punkte

insgesamt

**6 Punkte**

6. a)

*	1	3	5	7	9
1	1	3	5	7	9
3	3	3	7	9	9
5	5	7	5	11	13

2 Punkte

b) Mögliche Begründung:

Es gilt: (1)  $a + b$  ist stets eine gerade Zahl für alle  $a, b \in M$

(2)  $\text{ggT}(a, b)$  ist stets eine ungerade Zahl für alle  $a, b \in M$

Daraus folgt  $a * b$  ist eine ungerade Zahl.

Da  $a + b > \text{ggT}(a, b)$  für alle  $a, b \in M$  ist, gilt  $(a * b) \geq 1$

2 Punkte

und somit  $(a * b) \in M$ .

c)  $a + b = b + a$

$\text{ggT}(a, b) = \text{ggT}(b, a)$

2 Punkte

insgesamt

**6 Punkte**

**Mathematik-Wettbewerb 1974 des Landes Hessen**

(gem. Erlaß II C 1 – Ed 310/5(1), ABL HKM Nov. 73)

2. Runde: 21. März 1974

**Lösungen und Bewertungen – Gruppe B**

Zu einigen Aufgaben wurde nur jeweils eine der möglichen Lösungen angegeben. Die festgelegte Gesamtpunktzahl ist für jede Aufgabe verbindlich. Denkschritte sollen stets höher bewertet werden als Rechnungen. Führt die Übernahme eines falschen Ergebnisses einer Teilaufgabe zu falschen Ergebnissen bei den folgenden Fragen, so kann für diese Fragen dennoch die volle Punktzahl gegeben werden.

**Bewertungen**

1. a)	$\alpha = \beta = \gamma = 60^\circ$ Das Dreieck hat 3 Spiegelachsen, die jeweils durch die Punkte $A, B, C$ gehen und durch die Mitten der den Punkten gegenüberliegenden Seiten.	2 Punkte
b)	$\alpha = \gamma = 24^\circ$ . Die Spiegelachse geht durch den Punkt $B$ und die Mitte der Seite $b$ .	2 Punkte
c) 1)	$\alpha = \beta = 53^\circ$ Die Spiegelachse geht durch den Punkt $C$ und die Mitte der Seite $c$ .	1 Punkt
	<i>oder:</i> 2) $\alpha = \gamma = 74^\circ$ ; also $\beta = 32^\circ$ . Die Spiegelachse geht durch den Punkt $B$ und die Mitte der Seite $b$ .	1 Punkt
	<i>oder:</i> 3) $\beta = \gamma = 74^\circ$ ; also $\alpha = 32^\circ$ . Die Spiegelachse geht durch den Punkt $A$ und die Mitte der Seite $a$ .	1 Punkt
	(Für eine der Lösungen c) 2) oder c) 3): 1 Punkt)	
	} insgesamt	6 Punkte

Lösungen der Aufgaben Gruppe B (Fortsetzung)

Bewertungen

2. a)  $K_1$  nach 90 Minuten

1,5 Punkte

$K_2$  nach 225 Minuten

1,5 Punkte

b) Nach 75 Minuten

3 Punkte

Mögliche Lösungsschritte:

$K_1$ : in einer Minute  $\frac{1}{6}$  cm

$K_2$ : in einer Minute  $\frac{1}{30}$  cm

$$20 - \frac{1}{6}x = 10 - \frac{1}{30}x : 1 \text{ Punkt}$$

$$-\frac{4}{30}x = -10$$

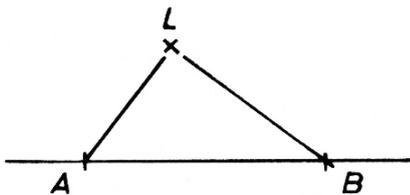
$$x = \frac{300}{4}$$

$$x = 75$$

insgesamt

**6 Punkte**

3. a)



1 Punkt

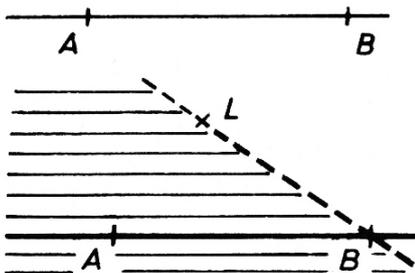
b)



Kreisfläche  
ohne Rand

1 Punkt

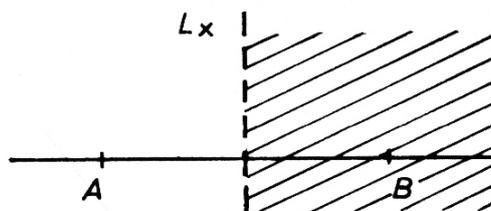
c)



Halbebene  
ohne Rand

1 Punkt

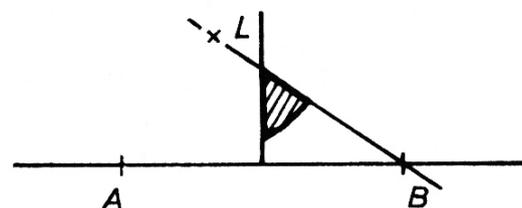
d)



Halbebene  
ohne Rand

2 Punkte

e)



1 Punkt

insgesamt

**6 Punkte**

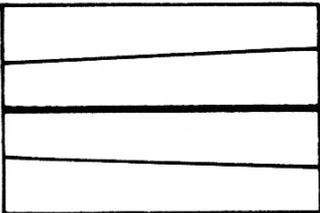
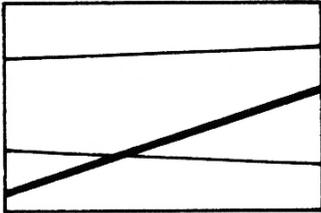
Lösungen der Aufgaben Gruppe B (Fortsetzung)

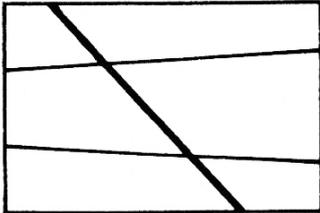
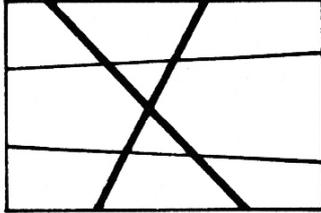
Bewertungen

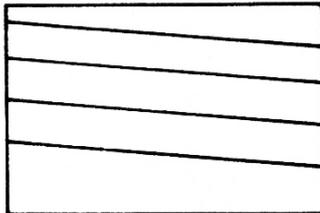
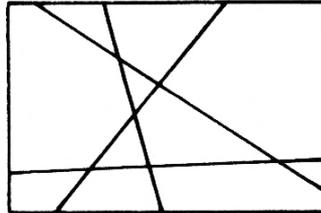
4. a)	$x \mid 1 \mid 5 \mid 2 \mid 3 \mid 2 \mid 4 \mid 3$ $y \mid 5 \mid 1 \mid 3 \mid 2 \mid 4 \mid 2 \mid 3$	(für mindestens 4 Zahlenpaare 1 Punkt)	2 Punkte
b)	$x \mid 0 \mid 1 \mid 1 \mid 2 \mid 2 \mid 2 \mid 3 \mid 3$ $y \mid 0 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 6 \mid 7$	(für mindestens 5 Zahlenpaare 1 Punkt)	2 Punkte
c)	$x = 0, y \in \mathbb{N}_0 \setminus \{0\}$ und $x \in \mathbb{N}_0 \setminus \{0\}, y = 1$	1 Punkt 1 Punkt	2 Punkte
insgesamt			<u>6 Punkte</u>

5. Ja – mögliche Begründung:

aus 2. folgt:	4. Wenn er keine Milch trinkt, ißt er auch keine Brötchen.	2 Punkte
aus 1. und 4. folgt:	5. Wenn er Kaffee nimmt, ißt er auch kein Brötchen.	2 Punkte
aus 5. und 3. Folgt:	<b>Wenn er Kaffee nimmt, nimmt er keine Suppe.</b>	2 Punkte
insgesamt		<u>6 Punkte</u>

6. a) 1.   $\alpha)$    $\beta)$

  $\gamma)$   $n = 6$    $n = 10$

b)   $n = 5$    $n = 11$

für jede richtige Zeichnung 1 Punkt

insgesamt 6 Punkte

**Mathematik-Wettbewerb 1974 des Landes Hessen**

(gem. Erlaß II C 1 – Ed 310/5(1), ABL HKM Nov. 73

2. Runde: 21. März 1974

**Lösungen und Bewertungen – Gruppe C**

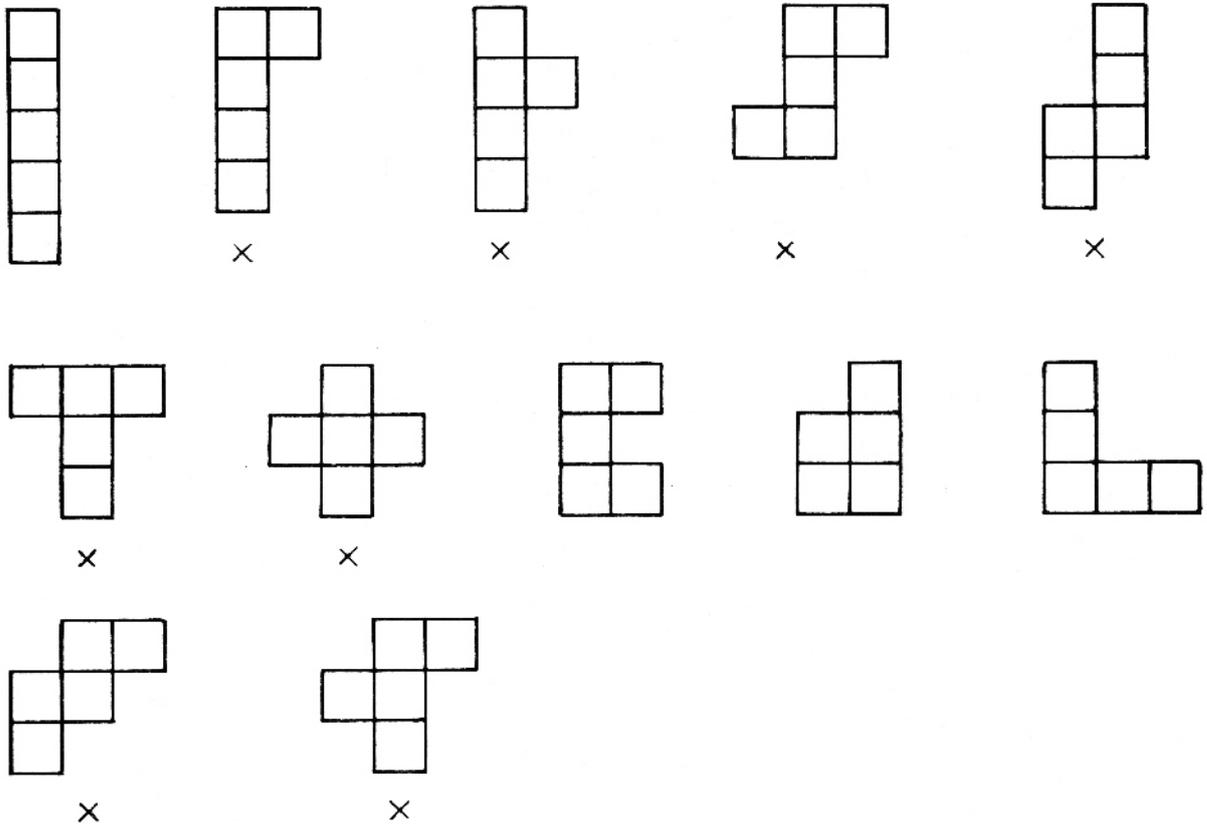
Zu einigen Aufgaben wurde nur jeweils eine der möglichen Lösungen angegeben. Die festgelegte Gesamtpunktzahl ist für jede Aufgabe verbindlich. Denkschritte sollen stets höher bewertet werden als Rechnungen. Führt die Übernahme eines falschen Ergebnisses einer Teilaufgabe zu falschen Ergebnissen bei den folgenden Fragen, so kann für diese Fragen dennoch die volle Punktzahl gegeben werden.

**Bewertungen**

1. a) Für je 3 richtige Figuren 1 Punkt:

4 Punkte

(Bruchteile von Punkten werden nicht gegeben.)



b) Für je 2 richtige Angaben 1/2 Punkt:

2 Punkte

insgesamt

6 Punkte

**Lösungen der Aufgaben Gruppe C (Fortsetzung)**
**Bewertungen**

<p>2. a) <math>(\square; \Delta)</math>: (6; 9) (7; 8) (7; 9) (8; 9) (8; 8)            (9; 6) (8; 7) (9; 7) (9; 8) (9; 9)            Für je 3 Lösungen 1/2 Punkt; für alle Lösungen</p>	2 Punkte
<p>b) <math>(a; b)</math>: (41; 56) (42; 56) (43; 56)            (41; 57) (42; 57) (41; 58)            Für 3 Lösungen 1 Punkt; für alle Lösungen</p>	2 Punkte
<p>c) <math>(x; y)</math>: (7; 5) (7; 6) (7; 7) (8; 5)            Für jede Lösung 1/2 Punkt.</p>	2 Punkte
insgesamt	<b>6 Punkte</b>
<p>3. a) Aus dem Satz (1) geht hervor, daß Noll nicht Dieter und nicht Arno heißen kann. Da nach Satz (2) Reuß den Vornamen Bernd hat, kann der Schüler Noll nur Kurt heißen.</p>	
Kurt Noll	1 Punkt
<p>Satz (2) gibt an, daß Lehmann das Buch von Kurt benutzte, und Satz (1) sagt aus, daß Dieter das Buch von Noll besaß. Mithin kann der Schüler Lehmann nur Dieter heißen.</p>	
Dieter Lehmann	1 Punkt
<p>Folglich bleibt für den Schüler Müller nur noch der Vorname Arno übrig.</p>	
Arno Müller	1 Punkt
<p>b) Dieter Lehmann muß das Rechenbuch an Kurt Noll zurückgeben,            Arno Müller an Bernd Reuß            Kurt Noll an Arno Müller</p>	<p>1 Punkt            1 Punkt            1 Punkt</p>
insgesamt	<b>6 Punkte</b>

**Lösungen der Aufgaben Gruppe C (Fortsetzung)**

**Bewertungen**

<p>4. a) <math>K_1</math> nach 90 Minuten <math>K_2</math> nach 225 Minuten</p>	<p>1,5 Punkte 1,5 Punkte</p>
<p>b) <math>K_1</math>: 60 Min. .... 10 cm                12 Min. .... 2 cm                3 Min. .... 0,5 cm  <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/>               75 Min. .... 12,5 cm                            20 cm                            - 12,5 cm  <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/>                           7,5 cm</p> <p style="margin-left: 100px;"><math>K_2</math>: 60 Min. .... 2 cm                            15 Min. .... 0,5 cm  <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/>               75 Min. .... 2,5 cm                            10 cm                            - 2,5 cm  <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/>                           7,5 cm</p>	<p>3 Punkte</p>
<p>Nach 75 Minuten haben die Kerzen <math>K_1</math> und <math>K_2</math> die gleiche Länge.</p>	<p>3 Punkte</p>
<p>insgesamt</p>	<p><b>6 Punkte</b></p>
<p>5. a) 60 kg ..... 162,- DM                8 kg ..... ---,- DM                52 kg ..... 109,20 DM  <hr style="width: 20%; margin-left: 0;"/>               120 kg ..... 271,20 DM                            - 31,20 DM (Gewinn)</p> <p style="margin-left: 100px;">120 kg ..... 240,- DM                1 kg ..... 2,- DM (Einkaufspreis)</p>	<p>1 Punkt 1 Punkt</p>
<p>b) 162 DM : 60 = 2,70 DM Verkaufspreis am Freitag             109,2 DM : 52 = 2,10 DM Verkaufspreis am Samstag</p>	<p>1 Punkt 1 Punkt</p>
<p>c) <math>\frac{31,20 \cdot 100}{240} = 13 \%</math></p>	<p>2 Punkte</p>
<p>insgesamt</p>	<p><b>6 Punkte</b></p>
<p>6. a) 33 34 35                   6 Zahlen ..... 1 Punkt                43 44 45               12 Zahlen ..... 2 Punkte                53 54 55               18 Zahlen ..... 3 Punkte                66 67 68 69           25 Zahlen ..... 4 Punkte                76 77 78 79                86 87 88 89                96 97 98 99</p>	<p>4 Punkte</p>
<p>b) 33, 44, 55, 66, 77, 88, 99             54, 66, 78, 96</p>	<p>1 Punkt</p>
<p>c) 6 (oder 9)             66 67 68 69             96 97 98 99</p>	<p>1 Punkt</p>
<p>insgesamt</p>	<p><b>6 Punkte</b></p>