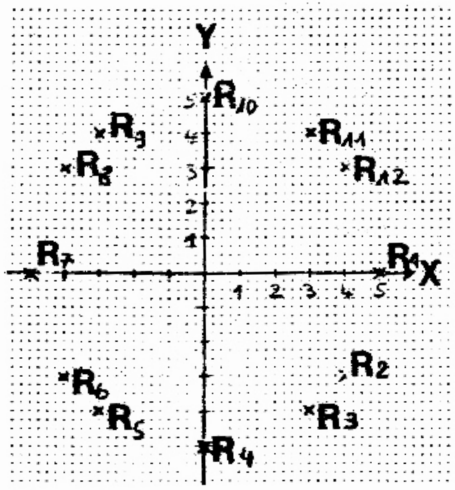
1.) a) Die Gleichung $x^2 \cdot y^2 = 100$ soll für ganze Zahlen x, y zwischen -10 und +10 (jeweils einschließlich) gelöst werden.
Gib die Lösungen in Form einer Wertetabelle an und stelle die Zahlenpaare durch Punkte im Koordinatensystem dar.

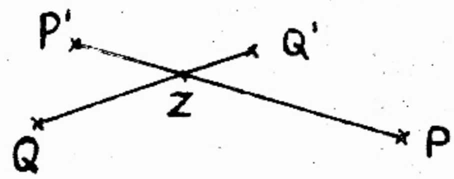
b) Könnte man in der Gleichung $x^2 \cdot y^2 = a^2$ die Zahl $a \neq 0$ so wählen, daß die Gleichung für ganze Zahlen x , y zwar lösbar ist, aber keine durch 4 teilbare Anzahl von Lösungen besitzt ? (Begründung)

Gib eine Gleichung der Form $x^2 \cdot y^2 = a^2$ an, die für ganze Zahlen x, y genau 4 Lösungen hat.

c) Wie könnte für ganze Zahlen x , y eine Gleichung lauten, von der die graphische Darstellung der Lösungsmenge gerade die Punkte R_1 bis R_{12} liefert und keine weiteren?



2.) In der nebenstehenden Zeichnung wird der Punkt P in den Punkt P', der Punkt Q in Q' und der Punkt Z auf sich abgebildet. Der Punkt Z liegt auf den Verbindungsstrecken $\overline{PP'}$ und $\overline{QQ'}$. Die Strecke $\overline{P'Z}$ ist halb so lang wie die Strecke $\overline{PZ}$ sowie die Strecke $\overline{Q'Z}$ halb so lang wie die Strecke $\overline{QZ}$.



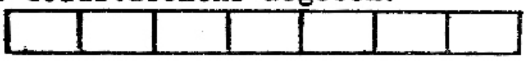
a) Wähle einen weiteren beliebigen Punkt R der Zeichenebene und ordne ihm nach derselben Vorschrift den Bildpunkt R' zu.

b) Wähle in einer neuen Zeichnung Z als Mittelpunkt eines Kreises vom Radius 5 cm und ordne nach derselben Vorschrift den Punkten des

Kreises ihre Bildpunkte zu. Welche Linie erhälst Du? (Zeichnung und Begründung !)

c) Zeichne in einer neuen Zeichnung ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 4 cm und lege den Punkt Z auf eine Seitenmitte. Konstruiere das Bild A'B'C'D' des Quadrates ABCD. Du erhälst wieder ein Quadrat. In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte F und F' ?

3.) Ein Reisender im Orient hat kein Geld, aber ein 7 cm langes Goldstäbchen. Er will in einem Gasthaus wohnen, muß dafür aber jeden Tag 1 cm seines Goldstäbchens abgeben.



a) Wie oft muß er das Goldstäbchen mindestens zerschneiden, wenn er bei täglicher Abrechnung eine Woche wohnen will? Gib die Längen der Teilstücke an ! (Bereits gezahlte Teilstücke gelten als Wechselgeld)

b) Zeige, daß man ein Stäbchen von 31 cm Länge nur viermal zerschneiden muß, um in entsprechender Weise während eines Monats (31 Tage) täglich abrechnen zu können. Gib die Längen der Teilstücke an !

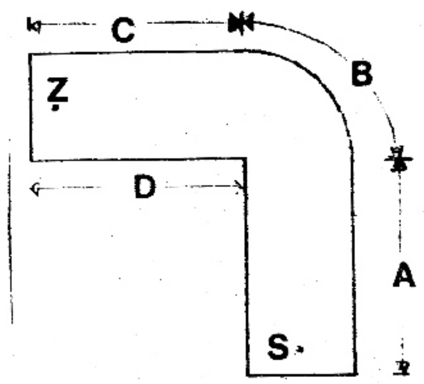
c) Ein anderer Reisender besitzt eine nicht-geschlossene goldene Kette mit 7 Gliedern und will ebenfalls eine Woche lang in dem Gasthaus wohnen. Er muß pro Tag ein Kettenglied abgeben. Reicht es ihm, wenn er lediglich ein Kettenglied aufzwickt ? Welches ?

4.) Hans will in Zukunft bequemer rechnen und hat sich einen Taschenrechner gekauft, mit dem er addieren, subtrahieren, multiplizieren und dividieren kann. Der Rechner zeigt zwei Nachkommastellen an. Er führt jede Rechnung zunächst vollständig aus und rundet dann das Ergebnis auf zwei Stellen nach dem Komma ab.

a) Die Zahlen 102,5 ; 0,01 und 0,3 sollen miteinander multipliziert werden. Zeige, daß die Reihenfolge der Faktoren bei diesem Rechner nicht beliebig ist.

b) Gib drei verschiedene Dezimalzahlen (bei denen die 2. Nachkommastelle von Null verschieden ist) an, für die der Rechner unabhängig von der Reihenfolge der Multiplikationen stets dasselbe Produkt angibt.

5.) In einer Kleingolfanlage befindet sich das nebenstehend maßstabsgetreu gezeichnete Spielfeld.



a) Ist es möglich, die Kugel vom Aufschlagpunkt S über die Bandenabschnitte A und C direkt ins Ziel zu stoßen?

b) Konstruiere einen Weg, der die Kugel von S aus über A, C und D direkt ins Ziel Z führt!

c) In welchem Punkt Q muß die Kugel den Bogen B treffen, um von S über B direkt nach Z zu gelangen ?

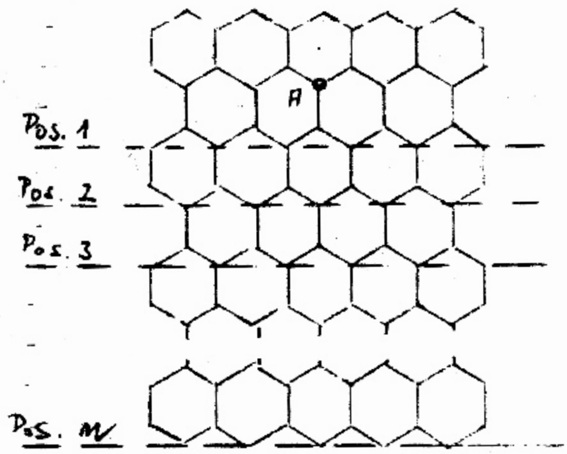
6.) Eine Ameise hat sich auf der Honigsuche in einem Bienenstock verirrt. Sie sitzt auf einer Waabe, die als Netz regelmäßiger Sechsecke angesehen wird, an dem Punkt A und versucht (vergl. Skizze), die Waabe nur längs der Sechseckseiten laufend zu verlassen. Der Weg längs einer Sechseckseite wird als Schritt der Länge r bezeichnet.

a) Wie viele Möglichkeiten gibt es, um von A auf dem kürzesten Wege zum unteren Rand der Waabe zu gelangen, wenn sich der Rand in der Position 1 ; 2 beziehungsweise $n \in \mathbb{N}$ befindet ? (vergl. Skizze)

b) Wie lang ist der jeweils kürzeste Weg von A zum unteren Rand für die Positionen 1 ; 2 und $n \in N$?

c) In welchem Bereich der Waabe kann sich die Ameise beim Gehen der kürzesten Wege nur aufhalten ?
Kennzeichne und beschreibe den Bereich!

d) Markiere für die Position 4 des unteren Randes der Waabe einen Punkt, für den es genau vier mögliche kürzeste Wege gibt.



3.2. Aufgabengruppe B

1.) Gegeben ist ein Rechteck, das doppelt so lang wie breit ist.

a) Zerlege das Rechteck in gleich große Quadrate und gib alle möglichen Zerlegungen an, bei denen die Anzahl der Quadrate 40 nicht übersteigt. (Skizze oder Rechnung)

b) Kann man das gegebene Rechteck auch in 72, in 100, in 144 und in 200 gleich große Quadrate zerlegen?

c) Zerlege das Rechteck in genau 7 Quadrate, wobei die Quadrate verschieden groß sein können ! (Zeichnung anfertigen !)

d) Verwandle das gegebene Rechteck in ein Quadrat, das den gleichen Flächeninhalt wie das Rechteck hat ! (Zeichnung !)

2.) Beim Menschen kommen die Blutgruppen A, B, AB und 0 vor. 42 % haben die Blutgruppe A, 38 % die Blutgruppe 0, 13 % die Blutgruppe B und der Rest die Blutgruppe AB. Außerdem besitzen bei jeder Blutgruppe von 100 Menschen 85 ein weiteres Blutkörperchenmerkmal, den Rhesusfaktor Rh+ .

a) Zeichne ein Kreisschaubild von der Verteilung der vier Blutgruppen und gib die Berechnung der Kreiswinkel an !

b) Wieviel Prozent der Menschen haben die Blutgruppe AB mit Rh+ ?

c) Wie groß müßte bei einer Blutbank der prozentuale Anteil der Blutkonserven für die Blutgruppe A ohne Rhesusfaktor sein, wenn man berücksichtigt, daß auch Personen mit der Blutgruppe AB Blut der Blutgruppe A vertragen können und keine Blutkonserven der Gruppe AB gelagert werden ?

3.) Es gibt mehrstellige natürliche Zahlen, deren Quersumme gleich dem Produkt ihrer Ziffern ist. Diese Zahlen fassen wir zur Menge M zusammen.

Beispiel: bei 11313 ist $1+1+3+1+3 = 1\cdot 1\cdot 3\cdot 1\cdot 3$

a) Gib je eine 2-stellige, eine 3-stellige und eine 4-stellige Zahl aus der Menge M an !

b) Welche Ziffer kann in keiner Zahl aus M enthalten sein und warum nicht ?

c) Zeige, daß in der Menge M genau 12 verschiedene 4-stellige Zahlen enthalten sind !

d) Welche Ziffern mußt Du in der 7-stelligen Zahl 112x1y1 für x beziehungsweise y einsetzen, so daß sie ein Element aus M wird ?

4.) In einer Chronik aus dem Jahre 1685 fand man die folgende Abrechnung:

Gulden	Kreuzer	Pfennige
4	27	2
	36	1
1	43	3
2	8	3
+	41	1
9	37	2

a) Gib den Wert eines Kreuzers in Pfennigen an !
b) Wie viele Kreuzer ergaben einen Gulden ?
c) Ein Gulden entsprach dem Wert von $\frac{2}{3}$ Talern.

Gib den Wert eines Talers in Pfennigen an !

5.) Mit einer Rechenmaschine kann man beliebig addieren und multiplizieren. Durch einen Fehler in der Maschine druckt sie beim Ergebnis <u>nur</u> die Einerziffer aus.

z.B.: $404 \oplus 7 = 1$ oder $3 \odot 12 = 6$

a) Bestimme die jeweilige Lösungsmenge in der Menge $N_0 = \{0, 1, 2, .\}$

(1) $7 \oplus x = 0$
(2) $8 \odot (y \oplus 9) = 2$

b) Bestimme die Lösungsmenge in der Menge $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

$$z \odot z = z$$

6.)a) Zeichne 4 verschieden große Kreise K_1, K_2, K_3, K_4 mit den Mittelpunkten M_1, M_2, M_3, M_4 und den Radien r_1, r_2, r_3, r_4 so daß die folgenden 4 Bedingungen <u>zugleich</u> erfüllt sind:

(1) Die Kreise K_2, K_3, K_4 liegen innerhalb K_1

(2) Die Länge der Strecke $\overline{M_2M_3}$ ist kleiner als die Summe der Radien $r_2 + r_3$

(3) Die Länge der Strecke $\overline{M_2M_4}$ ist gleich der Summe der Radien $r_2 + r_4$

(4) Die Länge der Strecke $\overline{M_3M_4}$ ist größer als die Summe der Radien $r_3 + r_4$.

b) M_1 falle mit M_2 zusammen. Gib an, wie groß r_1 mindestens sein muß, wenn neben den Bedingungen (1) bis (4) gilt: $r_4 = r_3$!

c) M_1 fall-e mit M_2 zusammen. Gib an, wie groß r_1 mindestens sein muß, wenn neben den Bedingungen (1) bis (4) gilt: Die Länge der Strecke $\overline{M_2M_3}$ ist gleich der doppelten Länge der Strecke $\overline{M_2M_4}$!

3.3. **Aufgabengruppe C**

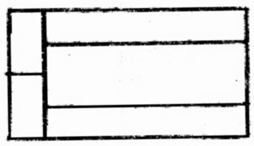
1.) Zahlenfolge A: 1 4 9 16 25 36 49 -- -- --
Zahlenfolge B: 1 3 6 10 15 21 28 -- -- --
Zahlenfolge C: 1 1 2 3 5 8 13 -- -- --

a) Gib zu jeder Zahlenfolge die nächsten drei Glieder an !
b) Stelle Zahlen der Zahlenfolge A dar, indem Du drei verschiedene Zahlen der Zahlenfolge B verknüpfst.
Als Verknüpfungen sind zugelassen : Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division

Beispiel: $25 = 10 \cdot 15 : 6$

Gib drei weitere Beispiele an!
c) Stelle Zahlen der Zahlenfolge A dar, indem Du drei verschiedene Zahlen der Zahlenfolge C verknüpfst.
Gib drei Beispiele an !

2.) a) Aus einer rechteckigen Blechplatte (30 cm lang, 16 cm breit) soll ein oben offener Kasten hergestellt werden. Damit kein Abfall entsteht, soll die Aufteilung entsprechend der Skizze erfolgen.



(1) Gib Länge, Breite und Höhe des Kastens an !
(2) Berechne das Volumen (Rauminhalt) des Kastens !

b) Aus einer anderen rechteckigen Blechplatte, die 40 cm breit ist, wird ebenfalls ein oben offener Kasten entsprechend der Skizze hergestellt.
Das Volumen (Rauminhalt) des Kastens soll 10 000 cm^3 betragen.
(1) Gib Länge, Breite und Höhe dieses Kastens an !
(2) Berechne die Länge der Blechplatte !

3.) Es gibt zweistellige Zahlen, die sich ohne Rest durch ihre Quersumme teilen lassen.
Beispiel: $54 : (5+4) = 6$
a) Schreibe alle zweistelligen Zahlen auf, bei denen Du als Ergebnis dieser Division 4 erhälst. Es gibt vier solcher Zahlen.
b) Schreibe alle zweistelligen Zahlen auf, bei denen Du als Ergebnis dieser Division 7 erhälst. Es gibt vier solcher Zahlen.
c) Schreibe alle dreistelligen Zahlen auf, bei denen Du als Ergebnis dieser Division 34 erhälst.
Eine der gesuchten Zahlen ist 306 . Es gibt drei weitere Zahlen.

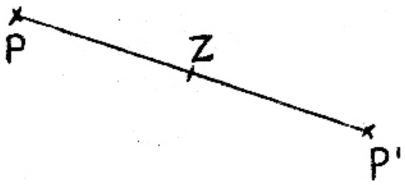
4.) Ein Sonderzug fährt von A-Hausen über B-Hausen nach C-Stadt.
Von den Urlaubern, die in A-Hausen einstiegen, waren 25 % Schüler, 40 % Frauen und 35 % Männer.
In B-Hausen erhöhte sich die Teilnehmerzahl um 15 %; es stiegen 26 Schüler, 10 Frauen und 18 Männer zu.
a) Wieviel Personen stiegen in A-Hausen ein ?
b) Wieviel Schüler, Frauen und Männer stiegen in A-Hausen ein?
c) Wieviel Schüler, Frauen und Männer stiegen in C-Stadt aus?

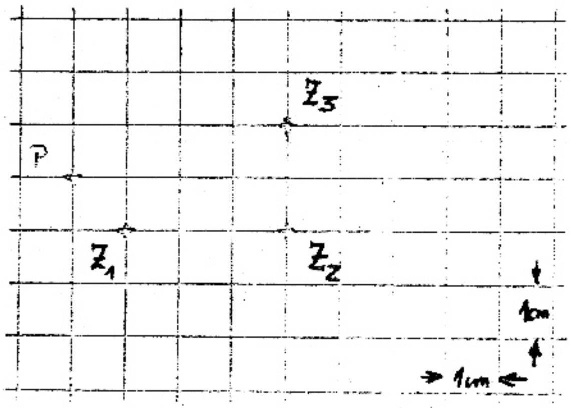
5.) In einer Chronik aus dem Jahre 1685 fand man die folgende Abrechnung:

Gulden	Kreuzer	Pfennige
4	27	2
	36	1
1	43	0
2	8	3
+	41	0
9	36	2

a) Gib den Wert eines Kreuzers in Pfennigen an !
b) Wie viele Kreuzer ergaben einen Gulden?
c) Ein Gulden entsprach dem Wert von $\frac{2}{3}$ Talern.
Gib den Wert eines Talers in Pfennigen an!

6.) Eine Punktspiegelung liegt vor, wenn
(1) der Punkt P, das Zentrum Z (Spiegelungspunkt) und der Bildpunkt P' auf einer Geraden liegen,
(2) die Strecken $\overline{PZ}$ und $\overline{ZP'}$ gleichlang sind.





a) Übertrage die obenstehende Skizze auf Deinen Arbeitsbogen.
Spiegele den Punkt P an Z_1 und Du erhälst den Bildpunkt P' .
Durch Spiegelung von P' an Z_2 wird der Bildpunkt P'' festgelegt.
P'' an Z_3 gespiegelt, ergibt den Bildpunkt P''' .

b) Konstruiere den Spiegelungspunkt Z_0 , daß durch Punktspiegelung an Z_0 dem Punkt P der Bildpunkt P''' zugeordnet ist.

c) Verbinde (1) die Punkte Z_0 , Z_1 , Z_2 und Z_3 ,
(2) die Punkte P , P' , P'' und P''' .
Du erhälst zwei besondere Vierecke.
Gib jeweils deren Flächeninhalt in cm^2 an !