**Mathematik-Wettbewerb 1976 des Landes Hessen** 1. Runde
(gem. Erlaß II B 8 – 1005/211-48 v. 18.8.1975)

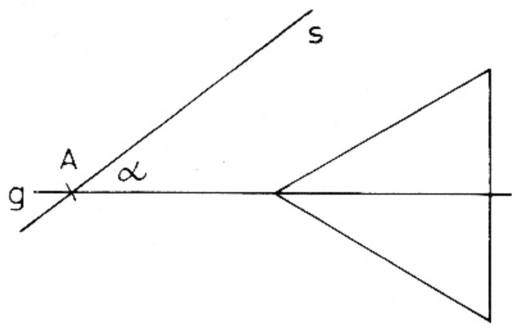
**Aufgaben der Gruppe A**

A

PFLICHTAUFGABEN

1. a) Gesucht werden alle Zahlenpaare $(x, y)$ mit natürlichen Zahlen $1, 2, 3, \ldots$ für x und y, die der Ungleichung
$$x^2 + 2y \leq 10$$
genügen. Markiere diese Zahlenpaare durch Punkte im Koordinatengitter.
   b) Löse dieselbe Ungleichung, wenn $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ und $y \in \mathbb{Z}$ gilt und markiere die Zahlenpaare ebenfalls in einem Koordinatensystem.
   c) Wie könnte man die Grundmenge für x vorgeben, damit die graphische Veranschaulichung der Lösungsmenge symmetrisch zur y-Achse ist?

2. Ein gleichschenkliges Dreieck liegt entsprechend der Skizze so, daß die Gerade g Symmetrieachse ist. Die Gerade s schneidet g in A unter dem Winkel $\alpha$.



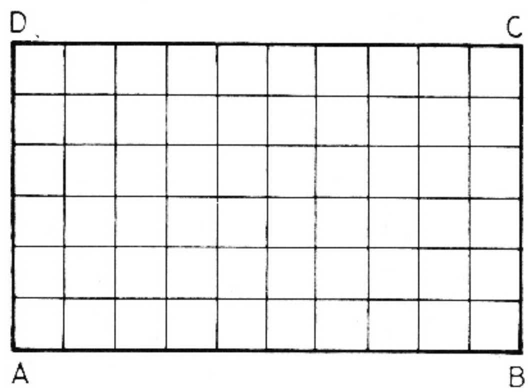

   a) Zeichne die Figur mit $w(\alpha) = 50°$ und spiegele das Dreieck an der Geraden s.
   b) Drehe das Dreieck im Uhrzeigersinn um A um den Winkel $\beta$ mit $w(\beta) = 80°$
   c) Gib zwei Abbildungen an, die die beiden Bildfiguren aus a) und b) direkt aufeinander abbilden.
   d) Wie groß muß der Drehwinkel $\beta$ gewählt werden, wenn $w(\alpha) = 70°$ ist und eine Halbdrehung die beiden Bilder gemäß a) und b) aufeinander abbilden soll?

---

A

WAHLAUFGABEN

3. a) Wie viele Quadrate aus 16 „Kästchen" lassen sich in dem Gitternetz ABCD so einzeichnen, so daß eine Seite an AD anliegt?
   b) Wie viele solcher Quadrate aus 16 Kästchen lassen sich insgesamt im Gitternetz ABCD einzeichnen?
   c) Wie viele Quadrate enthält das Gitternetz überhaupt?



**Fortsetzung der Aufgaben Gruppe A**

A

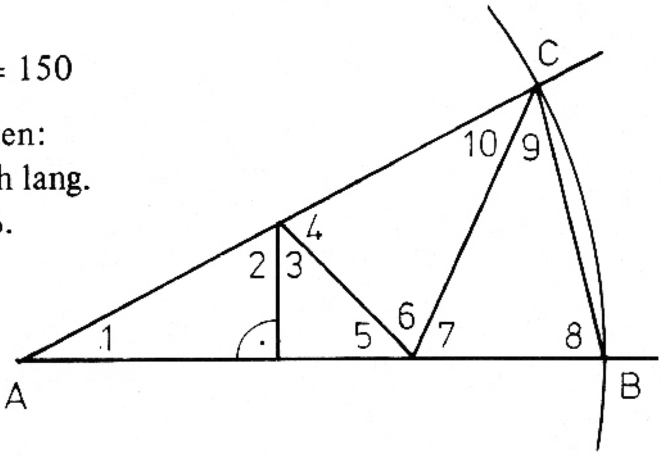
WAHLAUFGABEN

4. Die Klasse 8 a hat auf ihrer Schulparty 50 Gewinnlose und 400 Nieten gemischt. Die Klasse 8 c will 320 Lose verkaufen, 12,5 % sollen Gewinne sein.
   a) Auf welcher Party sind die Gewinnchancen größer? Begründe!
   b) Hans will in der Klasse 8 a unter allen Umständen einen Gewinn ziehen. Wie viele Lose müßte er mindestens kaufen?
   c) Gib zwei Möglichkeiten an, die Anzahl der Nieten so zu verändern, daß die Gewinnchancen in beiden Lotterien gleich sind.

5. Bei einem Zahlenschloß können auf drei Ringen jeweils die Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 eingestellt werden.
   a) Wie viele verschiedene Einstellungen sind insgesamt möglich?
   b) Wie viele Einstellungen sind möglich, wenn bei jeder eingestellten Zahl alle Ziffern verschieden sein sollen?
   c) Wie viele Zahlen müßte jeder Ring haben, wenn das Schloß mindestens 500 verschiedene Einstellungen ermöglichen soll?

6. Welche Zahlen kann man für die Variablen a, b, c, d einsetzen, damit die folgenden Beziehungen gelten?
   a) $\mathrm{ggT}(50, a) = 25$
   b) $\mathrm{kgV}(4, b) = 12$
   c) $\mathrm{ggT}(c, d) = 25$ und $\mathrm{kgV}(c, d) = 150$

7. Bei dem gezeichneten Dreieck soll gelten:
   1. Die Strecken AB und AC sind gleich lang.
   2. Die Winkel 2 und 4 sind gleich groß.
   a) Berechne die übrigen Winkel für $w(1) = 20°$ und $w(6) = 80°$.
   b) Berechne alle Winkelmaße für $w(5) = w(6) = w(7)$.

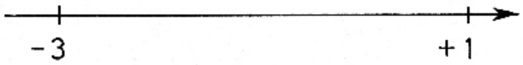


**Mathematik-Wettbewerb 1976 des Landes Hessen** 1. Runde

## Aufgaben der Gruppe B

B

PFLICHTAUFGABEN

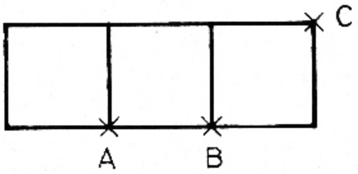
1. 


Auf der Zahlengeraden soll die Strecke zwischen $-3$ und $+1$ in gleich lange Abschnitte aufgeteilt werden.

a) Wie heißen die Zahlen an den Teilungspunkten, wenn die Strecke in 5 Abschnitte zerlegt wird?

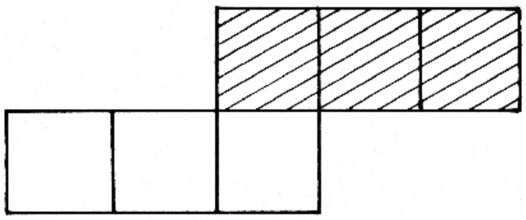
b) Bei einer bestimmten Aufteilung sind $+\frac{1}{3}$ und $-\frac{1}{3}$ die Zahlen an benachbarten Teilungspunkten.
In wieviel Teile wurde die Strecke zerlegt?
Nenne die Zahlen an den übrigen Teilungspunkten!

c) Bei anderen Teilungen ist der Nullpunkt ein Teilungspunkt. Die Anzahl der Abschnitte soll kleiner als 18 sein.
Gib für jede der möglichen Teilungen die Anzahl der Abschnitte an!

2. a) 


Die aus drei gleich großen Quadraten zusammengesetzte Figur ist abzubilden

1) durch eine Achsenspiegelung an der Geraden BC;
2) durch eine Drehung um den Punkt A, so daß der Bildpunkt von C auf der Geraden durch die Punkte A und B liegt. Eine Lösung genügt.

b) 

Ist die nicht schraffierte Figur auf die schraffierte Figur durch

1) eine Spiegelung,
2) eine Verschiebung oder
3) eine Drehung

abgebildet worden?

Untersuche jeden Fall und zeichne gegebenenfalls 1) die Spiegelachse, 2) einen Verschiebungspfeil, 3) das Drehzentum ein.

**Fortsetzung der Aufgaben Gruppe B**

B

WAHLAUFGABEN

3. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge:
   a) $4{,}8 + x = 4{,}8 - 5{,}4$ $\quad G = \mathbb{Q}$;
   b) $3{,}2 - x = 3{,}2 + x$ $\quad G = \mathbb{Q}$;
   c) $x - x = 0$ $\quad G = \mathbb{Q}$;
   d) $x = x + 1$ $\quad G = \mathbb{Q}$.

4. Ein Würfel von 3 cm Kantenlänge wird aus massiven Holzwürfeln von 1 cm Kantenlänge zusammengesetzt. Die Oberfläche des großen Würfels wird rot gestrichen.
   a) Aus wieviel solcher kleinen Würfel setzt sich der große zusammen? – Wieviel $cm^2$ sind rot gestrichen?
   b) Wie viele Holzwürfel mit 1 cm Kantenlänge haben 3 rote Seitenflächen, wie viele dieser kleinen Würfel haben genau 2 rote Seitenflächen?
   c) Bei einem anderen gleichartig zusammengesetzten und angestrichenen Würfel gibt es im Inneren 8 nicht angestrichene Würfel von 1 cm Kantenlänge.
      Bestimme die Kantenlänge des großen Würfels!

5. Ein Schnellzug braucht für die Strecke von Birk nach Ens (90 km) $1\frac{1}{4}$ Stunden.
   a) Gib seine Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h an!
   b) Wieviel Minuten braucht ein Zug mit gleicher Geschwindigkeit für eine Strecke von 40 km?
   c) Ein Güterzug fährt die erste Hälfte einer 12 km langen Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 60 km/h, die andere Hälfte wegen einer Baustelle nur mit 20 km/h.
      Berechne die Durchschnittsgeschwindigkeit für die gesamte Strecke!

6. Gegeben ist eine Kreislinie k mit dem Mittelpunkt M und dem Radius $r = 2$ cm. Markiere farbig oder beschreibe die Menge aller Punkte, die von der Kreislinie k
   a) den Abstand $a_1 = 1$ cm,
   b) den Abstand $a_2 = 2$ cm,
   c) den Abstand $0{,}5\text{ cm} < a_3 < 1\text{ cm}$ haben!

7. In einer Urne sind 6 gleich große Kugeln mit den Nummern 1, 2, 3, 4, 5, 6. Gerda darf mit einem Griff 3 Kugeln ziehen; der Rest gehört Fritz.
   a) Welche Kugeln muß Gerda ziehen, um den Summenwert 13 zu erhalten? – Nenne alle Möglichkeiten!
   b) Gewonnen hat, wer die größte Summe der Zahlen auf den Kugeln erreicht hat. – Warum endet kein Spiel unentschieden?
   c) Gerda hat während einer Spielserie jede mögliche Kombination mit 3 Kugeln genau einmal gezogen.
      Wie oft hat sie dann gewonnen? (Angabe in % genügt!)

**Mathematik-Wettbewerb 1976 des Landes Hessen** 1. Runde

**Aufgaben der Gruppe C**

C

PFLICHTAUFGABEN

1. a) Frau Schneider bezahlte für 3 m Stoff 48,60 DM.
   Wie teuer war 1 m Stoff?
   b) Im Ausverkauf wird der Stoffpreis um 25 % herabgesetzt.
   Was kostet jetzt 1 m Stoff?
   c) Frau Rahn kauft 3,60 m von diesem Stoff im Ausverkauf.
   Wieviel muß sie bezahlen?
   d) Wieviel m Stoff hätte Frau Schneider im Ausverkauf für 48,60 DM bekommen?

2. Ein Rechteck ist 32 cm lang und 2 cm breit.
   a) Welche Seitenlänge hat das Quadrat, das mit dem Rechteck flächengleich ist?
   b) Zeichne das Quadrat!
   c) Berechne den Umfang des Quadrates!
   d) Unterteile das Quadrat in 16 flächengleiche Quadrate!
   e) Aus den 16 Quadraten soll ein oben offener Kasten hergestellt werden.
   Welche 4 Quadrate müssen wegfallen, damit das Netz dieses Kastens übrigbleibt? Kreuze sie an!
   f) Berechne das Volumen (Rauminhalt) dieses Kastens!

---

C

WAHLAUFGABEN

3. In ein Zauberdreieck sind die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 so einzutragen, daß die Summe der drei Zahlen auf jeder Dreiecksseite stets gleich ist.

Fig.: A

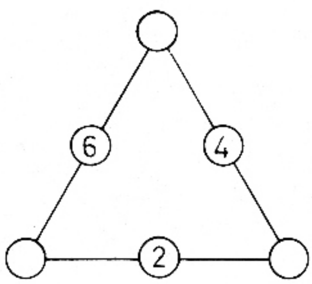



Fig.: B

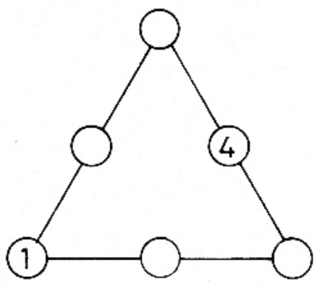
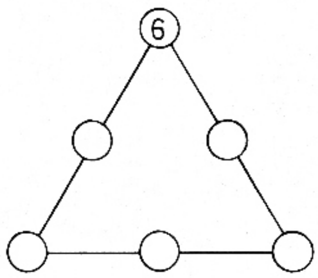



Fig.: C




Trage die fehlenden Zahlen so ein, daß die Summe auf jeder Dreiecksseite
a) in Figur A stets 10,
b) in Figur B stets 9,
c) in Figur C stets 12 ist!

**Fortsetzung der Aufgaben Gruppe C**

C

WAHLAUFGABEN

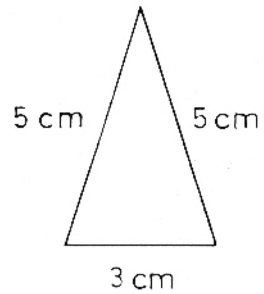
4. a) Berechne und kürze: $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} =$ $\quad \frac{22}{15} - \frac{2}{3} =$

$\frac{3}{7} \cdot \frac{14}{9} =$ $\quad \frac{9}{10} : \frac{6}{5} =$

b) Die Ergebnisse lassen sich der Größe nach zu einer Zahlenfolge ordnen. Beginne mit der kleinsten Bruchzahl!

c) Wie läßt sich die Zahlenfolge fortsetzen? Gib die nächsten drei Glieder der Zahlenfolge an!

5. a) Zeichne in das gleichschenklige Dreieck die Spiegelachse ein!




b) Spiegele das gleichschenklige Dreieck an der Grundseite!

c) Spiegele ein anderes gleichschenkliges Dreieck an einem Schenkel!

d) Welche der erhaltenen Figuren (Aufgaben b und c) besitzen
(1) nur eine Spiegelachse,
(2) zwei Spiegelachsen?

e) Welche der erhaltenen Figuren (Aufgaben b und c) sind punktsymmetrisch? Kennzeichne den Spiegelungspunkt!

6. Die Schule in Mittelstadt hat 750 Schüler.
60 % sind Einheimische
24 % kommen aus A-Dorf
30 Schüler kommen aus B-Dorf
Die restlichen Schüler kommen aus C-Dorf

a) Berechne (1) die Zahl der einheimischen Schüler,
(2) die Zahl der Schüler, die aus A-Dorf und
(3) die Zahl der Schüler, die aus C-Dorf kommen!

b) Im Laufe des Schuljahres ziehen aus den Orten A-Dorf, B-Dorf und C-Dorf insgesamt 45 Schüler dieser Schule nach Mittelstadt.
Wieviel Prozent der Schüler sind jetzt Einheimische?

7. Bestimme die Lösungsmenge der Ungleichung $12 - x > 6$ in folgenden Grundmengen:

a) $G_1 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

b) $G_2 = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \ldots\}$

c) $G_3 = \mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$