

Mathematik-Wettbewerb 1976 des Landes Hessen
(gem. Erlaß II B 8 – 1005/211 - 48 v. 18.8.1975)

2. Runde
9.3.1976

Aufgaben der Gruppe A

A

1. In der Menge der ganzen Zahlen ist die Verknüpfung \circ wie folgt erklärt:

$$a \circ b = |a| + |b|$$

Beispiel:

$$5 \circ 6 = |5| + |6| = 5 + 6 = 11$$

$$-3 \circ 4 = |-3| + |4| = 3 + 4 = 7$$

a) Berechne $2 \circ 11$; $-1 \circ 1$; $-7 \circ -13$; $6 \circ -4$

b) Löse folgende Gleichungen

$$x \circ 4 = 12; \quad x \in \mathbb{Z}$$

$$z \circ z = 4; \quad z \in \mathbb{Z}$$

$$u \circ v = 2; \quad u, v \in \mathbb{Z}$$

2. Die 5 nachstehenden Terme $T_1 - T_5$ sollen durch Abschätzen verglichen werden:

$$T_1: \left(8\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot \left(3\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}\right)$$

$$T_2: 8\frac{2}{5} - \left(1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}\right)$$

$$T_3: 8\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3} \cdot \left(3\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}\right)$$

$$T_4: \left(8\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3}\right) \cdot 3\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}$$

$$T_5: 8\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{3}{5} - 2\frac{2}{3}$$

Welcher der 5 Terme ist a) die größte Zahl?

b) die kleinste Zahl?

c) Gibt es unter diesen Termen einige, die gleich sind? Begründe!

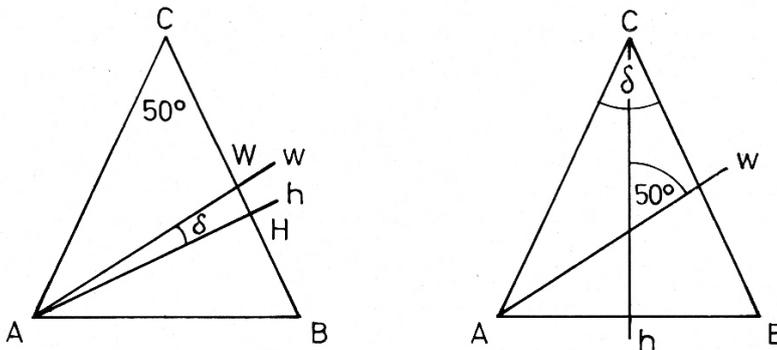
d) Kann man allein durch Versetzen der beiden Klammern noch andere Zahlen erhalten? Wenn ja, gib eine Möglichkeit an.

Wenn nein, begründe dies!

PFLICHTAUFGABEN

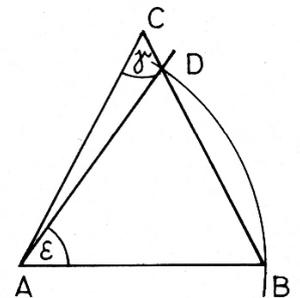
Fortsetzung der Aufgaben Gruppe A

- A 3. a) Berechne für die beiden gleichschenkligen Dreiecke ABC jeweils den gekennzeichneten Winkel δ . w bzw. h bezeichnen dabei Winkelhalbierende bzw. Höhen im Dreieck.

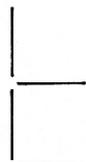
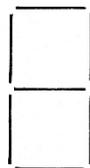


- b) Im gleichschenkligen Dreieck ABC ist die Strecke \overline{AD} so lang wie die Basis \overline{AB} .

- b1) Vergleiche die Winkelmaße für γ und ϵ .
 b2) In welchem Winkelbereich muß γ liegen, damit der Punkt D zwischen B und C liegt?



4. Bei Taschenrechnern kann jede Ziffer nach folgendem Schema angeordnet durch 7 „Leuchtstäbchen“ geschrieben werden:



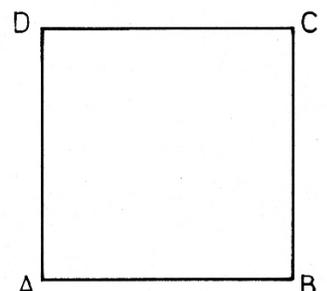
z. B. wird die Ziffer 6 durch das Zeichen  angezeigt.

Außer Ziffern kann man auch andere Zeichen in diesem Schema darstellen.

- a) Wie viele verschiedene Zeichen kann man insgesamt mit 6 leuchtenden Stäbchen anzeigen?
 b) Wie viele verschiedene Zeichen kann man insgesamt mit 5 leuchtenden Stäbchen anzeigen?
 Welche dieser Zeichen sind achsensymmetrisch, welche punktsymmetrisch?
 Zeichne alle symmetrischen Zeichen auf.

5. Im Quadrat ABCD der Seitenlänge 4 cm wurde von den Ecken aus jeweils im gleichen Umlaufsinn eine Strecke von 1 cm Länge abgetragen.

- a) Verbinde die Teilpunkte der Reihe nach. Welches Viereck erhältst Du? Erläutere!
 b) Wie groß ist der Flächeninhalt des neuen Vierecks? Erläutere!



Fortsetzung der Aufgaben Gruppe A

A

6. Michaela will zu ihrer Geburtstagsparty möglichst viele Freundinnen einladen. Von ihren 5 Freundinnen weiß sie jedoch folgendes:

1. Silvia hat Streit mit Monika und will auf keinen Fall kommen, wenn Monika an der Party teilnimmt.
2. Karin und Annette kommen entweder beide oder gar nicht.
3. Beate, Monika und Karin können nicht alle drei zusammen eingeladen werden. Aber zwei sollen eingeladen werden.

- a) Wen kann Michaela zusammen mit Silvia einladen?
- b) Michaela will Beate einladen. Wie kann sie dann ihre Einladungen vergeben?
- c) Michaela hat drei Einladungen verschickt. An wen?

7. Über die Autofahrer einer Großstadt gibt die Tabelle Auskunft.

	Männer	Frauen
Tetanus geimpft	250 000	200 000
nicht Tetanus geimpft	70 000	80 000

Einer von diesen Autofahrern verursacht einen Verkehrsunfall, bei dem er selbst verletzt wurde.

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Verletzte ein Mann?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der Verletzte gegen Tetanus geimpft?
- c) Der Verletzte sei ein Mann. Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist er nicht gegen Tetanus geimpft?

WAHLAUFGABEN

Mathematik-Wettbewerb 1976 des Landes Hessen
(gem. Erlaß II B 8 – 1005/211 - 48 v. 18.8.1975)

2. Runde
9.3.1976

Aufgaben der Gruppe B

B

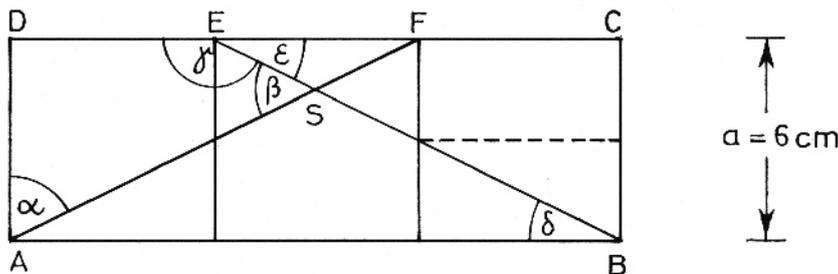
1. a) Welche Elemente der jeweiligen Grundmenge mußt Du in nachfolgende Aussageformen einsetzen, damit wahre Aussagen entstehen:

- 1) $2 + 4x = 2\frac{1}{2}$ $G = \mathbb{Q}$
- 2) $3(3,1 - x) = 13,3 - x$ $G = \mathbb{Z}$
- 3) $3 : x < 15$ $G = \mathbb{Z}$
- 4) $4 : x < 17$ $G = \{\frac{3}{20}, \frac{1}{10}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{2}{25}\}$?

b) Wie groß ist die Summe von $5 + 3x$, wenn $x \cdot x \cdot x \cdot x = 16$ gilt? $G = \mathbb{Q}$

PFLICHTAUFGABEN

2.



Das Rechteck ABCD ist aus drei gleich großen Quadraten zusammengesetzt.

- a) Den wievielten Teil vom Flächeninhalt des Rechtecks ABCD nimmt der Flächeninhalt des Dreiecks SFE ein?
- b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABS!
- c) Winkel $\epsilon = 26,6^\circ$. Wie groß sind die Winkel α , β , γ und δ ?

B

3. Manche rationalen Zahlen lassen sich als Produkt aus zwei oder mehreren gleichen Faktoren darstellen.

Ein Beispiel: $0,125 = 0,5 \cdot 0,5 \cdot 0,5$.

- a) Nenne entsprechend jeweils alle solche Produktdarstellungen für die Zahlen 49; 1000; -27 und $1,69$.
- b) Gib alle derartigen Produktdarstellungen für die Zahl 64 an!
- c) Bestimme alle rationalen Zahlen a ($a \in \mathbb{Q}$), für die gilt: $a = a \cdot a \cdot a$.

WAHLAUFGABEN

Fortsetzung der Aufgaben Gruppe B

- B**
4. In einem Hochhaus wohnen 95 Familien. 28 von ihnen haben je ein Telefon, 76 Familien besitzen je ein Fernsehgerät; 15 haben kein Telefon und kein Fernsehgerät.
- Wieviel Prozent der Familien besitzen ein Fernsehgerät?
 - Wie viele Familien haben sowohl ein Telefon als auch ein Fernsehgerät?
 - 7 Familien ziehen aus, und dafür ziehen 7 andere ein. Jetzt gibt es doppelt so viele Fernsehbesitzer wie Telefonbesitzer. Wie viele Familien haben jetzt kein Fernsehgerät?
5. a) Bestimme die Seitenlängen der Rechtecke mit dem Umfang von 21 cm, die von einer Symmetrieachse in zwei Quadrate zerlegt werden!
- b) Zwei Rechtecke haben die Umfänge 12 cm bzw. 15 cm und je 4 Symmetrieachsen. Berechne ihre Flächeninhalte!
- c) Gegeben sind die Rechtecke mit dem Umfang 20 cm, bei denen die Maßzahlen der Seitenlängen, in cm gemessen, natürliche Zahlen sind. Bestimme die Flächeninhalte des kleinstmöglichen und des größtmöglichen Rechtecks!
Wieviel Prozent beträgt der Flächeninhalt des kleinstmöglichen von dem des größtmöglichen?
6. Bestimme jeweils die Lösungsmengen für die ganzen Zahlen a, b, x, y :
- $20 - 5a < 8a$
 - $0 : x = y$
 - $3b - 2 = 7b + 14$ und zugleich $12 : b > -4$.
7. Gerlinde und Reiner vereinbaren ein Spiel:
Jeder wirft nacheinander viermal mit einer Münze. Wappen (W) zählt beim ersten Wurf 8, beim zweiten Wurf 4, beim dritten Wurf 2 und beim vierten Wurf 1; Zahl (Z) zählt bei jedem Wurf 0 Punkte.
- Die erreichten Zahlen werden addiert.
Welche Zahlen können als Summe auftreten?
 - Gerlinde nennt als Summe 13.
In welcher Reihenfolge hat sie Wappen oder Zahl geworfen?
 - Zur Abwechslung werden für den Fall, daß mindestens zweimal Wappen vorkommt, die Punktzahlen für Wappen multipliziert.
Reiner gibt als Produkt 8 an.
In welcher Reihenfolge kann er Zahl oder Wappen geworfen haben? – Gib alle Möglichkeiten an!

Mathematik-Wettbewerb 1976 des Landes Hessen
(gemäß Erlaß II - 1005/211 - 48 v. 18.8.1975)

2. Runde
9.3.1976

Aufgaben der Gruppe C

C

1. Fritz will ein Radiogerät kaufen.

a) Bei Händler A ist das Gerät mit 199,- DM ausgezeichnet. Händler A gibt aber darauf 25 % Rabatt.

Händler B gewährt für das gleiche Gerät nur 5 % Rabatt, das sind 8,- DM.

Was muß Fritz (1) bei Händler A,
(2) bei Händler B bezahlen?

b) Bevor Fritz kaufen kann, haben beide Händler auf den Preisschildern den Preis ihres Gerätes um 25,- DM herabgesetzt.
Berechne diese neuen Preise!

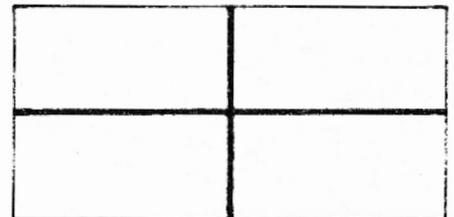
c) Die beiden Händler gewähren auch auf die neuen Preise die unter (a) genannten Rabattsätze.
Welches ist das günstigere Angebot? – Begründe Deine Antwort durch Rechnung!

2. Herr M. hat ein rechteckiges Grundstück (14 m lang, 8 m breit) erworben.

a) Das Grundstück soll eingezäunt werden. Ein Meter Zaun wird einschließlich Pfosten und Tür mit 8,65 DM berechnet. Wie teuer ist der Zaun?

b) Herr M. will in seinem Grundstück Plattenwege entsprechend der Skizze anlegen.
Jeder Weg soll 80 cm breit sein. Eine Platte ist 40 cm · 40 cm groß.

Berechne (1) die Anzahl der Platten,
(2) die nutzbare Gartenfläche!



PFLICHTAUFGABEN

C

3. Im gegebenen Quadrat soll die Summe der drei Brüche in jeder Zeile, in jeder Spalte und in jeder Diagonalen $1 \frac{1}{4}$ betragen.

Berechne die fehlenden Brüche des Zauberquadrates! Kürze so weit wie möglich!

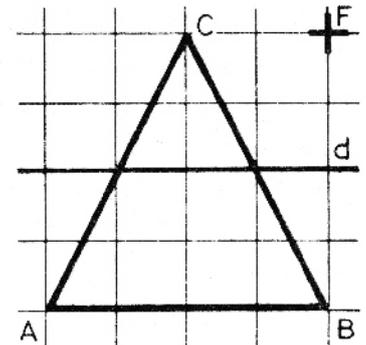
$\frac{1}{6}$		
	$\frac{5}{12}$	
$\frac{1}{3}$		

WAHLAUFGABEN

Fortsetzung der Aufgaben Gruppe C

C

4. Im Werkunterricht werden Holzleisten bearbeitet.
- Hans hat von einer Leiste 16 Teilstücke von je 7 cm Länge abgesägt. Das Reststück ist noch 9 cm lang.
Wie lang war die Leiste, wenn der Schnittverlust je Sägeschnitt durchschnittlich 2,5 mm betrug?
 - Bernd soll eine Leiste in 8 gleich lange Stücke einer bestimmten Länge einteilen. Beim Ausmessen stellt er fest, daß die Leiste zu kurz ist. Beim letzten Teilstück fehlt $\frac{1}{3}$, das sind 4 cm.
Wie lang ist die Holzleiste, die Bernd erhalten hat?
 - Rolf soll eine 1250 mm lange Leiste an 10 Stellen durchbohren. Die Mitte des ersten und letzten Bohrloches soll jeweils 85 mm vom Leistenende entfernt sein. Der Abstand von der Mitte eines Bohrloches bis zur Mitte des nächsten Bohrloches soll immer gleich sein. Berechne ihn!
5. Gegeben ist das gleichschenklige Dreieck ABC (Länge der Grundseite: 4 cm, Länge der Höhe: 4 cm).
- Spiegle das Dreieck ABC an der Geraden d. Du erhältst das Dreieck A'B'C'.
Das Dreieck ABC und das Dreieck A'B'C' haben ein gemeinsames Flächenstück.
Gib die Größe des gemeinsamen Flächenstücks als Bruchteil des Flächeninhaltes des Dreiecks ABC an!
 - Zeichne das Dreieck ABC noch einmal. Verschiebe dieses Dreieck so, daß der Punkt C auf den Punkt F kommt.
Gib die Größe des gemeinsamen Flächenstückes an!
 - Spiegle das Dreieck ABC an einer beliebigen Geraden so, daß das Dreieck und die Spiegelfigur zusammen ein Parallelogramm bilden. Berechne den Flächeninhalt des entstandenen Parallelogramms!



WAHLAUFGABEN

Fortsetzung der Aufgaben Gruppe C

C

6. Ein Gaswerk bietet zwei Tarife an:

Tarif I: 0,60 DM je m^3

Tarif II: 25,20 DM Grundgebühr und je m^3 0,18 DM

a) Frau Kroll verbraucht durchschnittlich $45 m^3$ Gas im Monat.

Welcher Tarif ist für Frau Kroll günstiger?

Begründe Deine Antwort durch Rechnung!

b) Ihre Nachbarin erhält eine Gasrechnung über 39,60 DM.

Die Nachbarin zahlt nach Tarif II.

Wieviel hätte sie nach Tarif I für den gleichen Gasverbrauch bezahlen müssen?

c) Bei welchem Gasverbrauch sind die Tarife I und II gleichgünstig?

Begründe Deine Antwort durch Rechnung!

7. Bei jedem Würfel beträgt die Summe der Augenzahlen auf je zwei einander gegenüberliegenden Flächen immer 7.

a) Kurt hat 3; 5; 1; 4 gewürfelt.

Welche Augen befinden sich jeweils auf der verdeckten Fläche? Ordne sie zu!

b) Kurt stellt auf einem Tisch zwei Würfel so aufeinander, daß beim oberen Würfel die „6“ nach oben zeigt.

(1) Wieviel Augen sind bei diesen beiden Würfeln insgesamt verdeckt?

(2) Wieviel Augen sind bei diesen beiden Würfeln insgesamt nicht verdeckt?

c) Bei einem Würfelturm sind 25 Augen verdeckt.

Aus wieviel Würfeln besteht dieser Turm?

WAHLAUFGABEN