

Mathematik-Wettbewerb 1977 des Landes Hessen
(gem. Erlaß vom 12. 8. 1976 - II B 3-1005/211-98)

2. Runde
30. 3. 1977

Aufgaben der Gruppe A

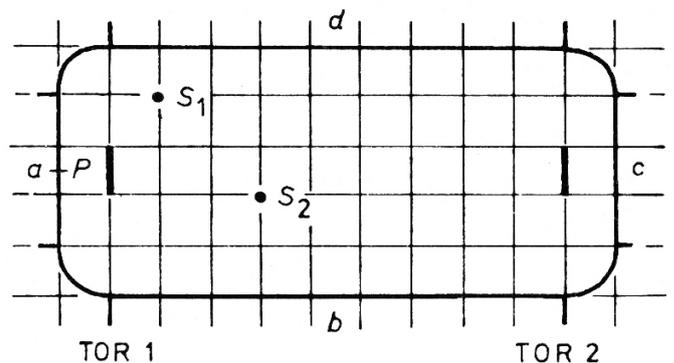
A

1. Welche Zahlen lösen jeweils die folgenden Gleichungen; $G = \mathbb{Q}$

- a) $2 + 5x \cdot 4x - 22 = 0$
- b) $(2 + 5x) \cdot (4x - 22) = 0$
- c) $2 + 5x : 4x - 22 = 0$
- d) $(2 + 5x) : (4x - 22) = 0$

PFLICHTAUFGABEN

2. Nebenstehende Zeichnung zeigt das Bild eines Eishockeystadions mit den beiden Toren und dem Standort zweier Spieler.



- a) Der Spieler S_1 schießt den Puck so, daß er im Punkt P die Bande a trifft. Zeichne die Bahn des Pucks nach dem Aufprall an die Bande a. Wo trifft der Puck die Bande b zum erstenmal?
- b) Spieler S_1 will den Spieler S_2 über die Bande d anspielen. Konstruiere den Weg des Pucks.
- c) Spieler S_1 wagt einen Schuß auf Tor 2 über die Bande b. In welchem Bereich muß der Puck dann die Bande b treffen? Konstruiere!

A

WAHLAUFGABEN

3. Welche ganzen Zahlen lösen folgende Aussageformen?

- a) $x^2 - x = 0$
- b) $x > 2x - 1$
- c) $\neg(x > 2x - 1)$
- d) $(x^2 - x = 0) \vee (x > 2x - 1)$
- e) $(x^2 - x = 0) \wedge (\neg(x > 2x - 1))$
- f) $(\neg(x^2 - x = 0)) \wedge (x > 2x - 1)$

Hinweis: $\neg(x > 2x - 1)$ bedeutet die Negation (Verneinung) von $x > 2x - 1$

Aufgaben: es sind 2 Pflichtaufgaben und 2 Wahlaufgaben zu lösen

Arbeitszeit: maximal 90 Minuten – bei Punktgleichheit entscheidet die benötigte Arbeitszeit über die Platzierung.

Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe A

A

4. In der Menge \mathbb{Z} ist die Verknüpfung $*$ wie folgt definiert:

$$x * y = xy(x + y)$$

zum Beispiel: $2 * 3 = 30$; $(-1) * 5 = -20$

a) Berechne:

$$(-2) * (-3)$$

b) Unter welcher Bedingung gilt: $x * y = 0$?

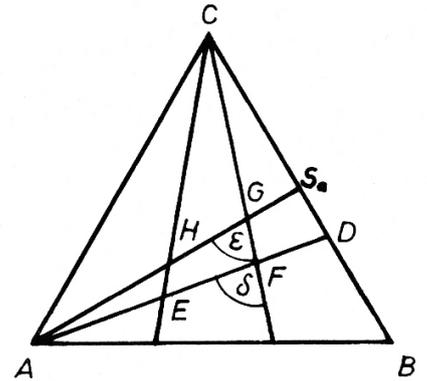
c) Löse: $2 * a = 16$

5. In einem gleichseitigen Dreieck ABC ist der Winkel $\gamma = \sphericalangle ACB$ gedrittelt und die Seitenhalbierende s_a ist gezeichnet. Der Winkel $\sphericalangle DAB$ ist 20° groß. (siehe nebenstehende Figur!)

a) Wie groß ist der Winkel ϵ ? Berechne!

b) Wie groß ist der Winkel δ ? Berechne!

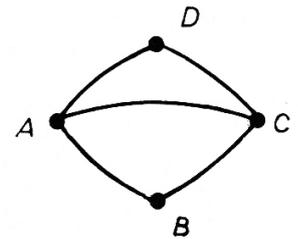
c) Wie groß sind die Innenwinkel des Vierecks EFGH? Berechne!



6. Die nebenstehende Skizze zeigt die Straßen, die es zwischen den Orten A, B, C und D gibt.

Ein Verkehrsunternehmen betreibt dort zwei Buslinien, die Linie 1 mit der Streckenführung $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ und die Linie 2 mit der Streckenführung $A \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$.

a) Gib in einer Tafel die Anzahl der Verbindungen an, die die einzelnen Orte ohne Zwischenhaltestellen verbinden.

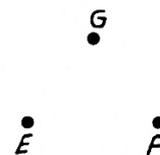


WAHLAUFGABEN

von \ nach	A	B	C	D
A	—			
B		—		
C			—	
D				—

b) Gib die Streckenführungen zu der folgenden Verbindungstafel an.

von \ nach	E	F	G
E	—	2	0
F	1	—	1
G	1	0	—



Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe A

A

c) Für eine Stadt S mit den Vororten K, L, M, und N gilt folgende Verbindungstafel:

von \ nach	K	L	M	N	S
K	–	1	0	0	1
L	0	–	1	0	1
M	0	0	–	1	1
N	1	0	0	–	1
S	1	1	1	1	–

Gib eine mögliche Streckenführung mit drei Buslinien an!

WAHLAUFGABEN

7. Nach einem Verkehrsunfall mit Fahrerflucht hat ein Zeuge folgende Erinnerungen an die Nummernschilder:

- a) PL – US mit drei gleichen Ziffern.
- b) MIN – US mit einer Ziffer 3 und zwei anderen untereinander gleichen Ziffern.
- c) M – AL mit genau zwei untereinander gleichen Ziffern.

Wie viele Tatverdächtige kann es jeweils geben, wenn die Nummernschilder 3-stellige Kennzahlen trugen (als erste Ziffer ist also keine 0 zugelassen)?

Mathematik-Wettbewerb 1977 des Landes Hessen
(gem. Erlaß v. 12. 8. 1976 – II B 3-1005/211-98)

2. Runde
30. 3. 1977

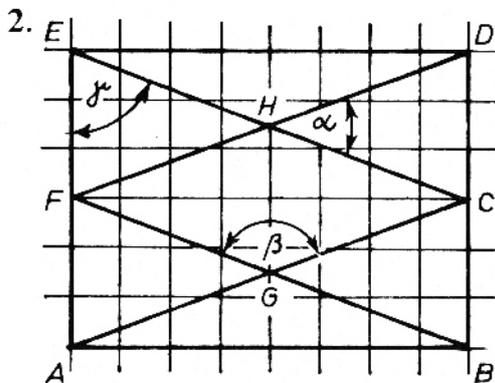
Aufgaben der Gruppe B

B

1. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge:

- a) $3\frac{3}{5} + x = 5\frac{1}{2}$ $G = \mathbb{Q}$
 b) $5x + 0,25 < 2x + 5$ $G = \mathbb{Z}$
 c) $3x + 6 = 3x - 2$ $G = \mathbb{Q}$
 d) $x : x = 1$ $G = \mathbb{Q}$

PFLICHTAUFGABEN



Das gleichschenklige Dreieck BDF ist durch Kongruenzabbildung aus dem Dreieck ACE entstanden.

- a) Gib zwei solcher Abbildungen an und zeichne für jeden dieser Fälle ein:
 – Spiegelachse
 – Drehzentrum
 – Verschiebungspfeil
 b) Wie groß sind die Winkel α und β für den Fall, daß $\angle \gamma = 70^\circ$ ist?

c) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks FGCH, wenn in einer entsprechenden Figur \overline{AB} 3 cm und \overline{BD} 2 cm lang sind!

B

WAHLAUFGABEN

3. a) Im Schaufenster eines Schuhgeschäftes steht an einem Paar Schuhe: Statt DM 65,40 jetzt nur noch DM 54,50. Um wieviel Prozent wurde der Preis herabgesetzt?
 b) Der Preis eines Kleides wurde im Ausverkauf um 30 % herabgesetzt und kostet jetzt DM 63,—. Berechne den ursprünglichen Preis des Kleides!
 c) In einem Möbelgeschäft will ein Kunde für einen Schrank, dessen Preis um 40 % herabgesetzt ist, nur 80 % des herabgesetzten Preises zahlen. Wieviel Prozent des ursprünglichen Preises bietet der Kunde für den Schrank an?

Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe B

B

4. a) Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit $W(\gamma) = 90^\circ$, bei dem die Seite c 6 cm und die Seite a 4 cm lang sind!
- b) In einem anderen rechtwinkligen Dreieck mit $W(\gamma) = 90^\circ$ ist ein Winkel 5 mal so groß wie ein anderer.
Wie groß können α und β jeweils sein?
Gib alle Möglichkeiten an!
- c) In einem anderen rechtwinkligen Dreieck ($W(\gamma) = 90^\circ$) ist die Seite c (gegenüber γ) 8 cm lang.
Wie lang kann die Höhe auf c höchstens sein?
- d) In einem dritten rechtwinkligen Dreieck ABC mit $W(\gamma) = 90^\circ$, $W(\alpha) = 60^\circ$ ist die Seite c 7 cm lang.
Wie lang ist die kürzeste Seite dieses Dreiecks?
Begründe Deine Antwort!
Hinweis: Spiegele das Dreieck an der Geraden BC !

5. Gegeben sind drei Terme: $T_1: 9a - 4b - 4a + b$;
 $T_2: 4a + 9b + a - 6b$;
 $T_3: 15a \cdot \frac{1}{3} - 12b^2 : 4b$

- a) Bestimme die Summe der Terme T_1 und T_2 und vereinfache!
- b) Bestimme das Produkt der Terme T_2 und T_3 und vereinfache!
- c₁) Welche einstelligen natürlichen Zahlen kann man in den Term T_1 für a und b einsetzen, damit $T_1 = 0$ wird?
- c₂) Setze die für c₁) gefundenen Zahlen jeweils in T_2 und T_3 für a und b ein und bestimme die jeweiligen Termwerte!
- d) Welche der drei Terme sind ineinander äquivalent (gleichwertig)?
Begründe Deine Antwort durch Termumformungen!

6. Die Verknüpfung $*$ ist für ganze Zahlen wie folgt erklärt:

$$a * b = ab + b; \quad \text{z. B.: } 7 * 3 = 24$$

- a) Berechne $15 * 4$;
- b) Berechne $(20 * 1) - (1 * 20)$;
- c) Berechne $1 * (2 * 3)$
- d) Bestimme die Lösungsmenge: $3 * x = 36 \quad G = \mathbb{Z}$
7. Anton, Bernd und Christoph spielen Karten. Ihr Kartenspiel besteht aus 6 Karten, die von 1 bis 6 durchnummeriert sind. Zu Beginn des Spiels hat jeder Spieler 2 Karten in der Hand.
- a) Wie viele verschiedene Kombinationen zu je 2 Karten kann Anton haben?
- b) Angenommen, Anton habe die Karten mit den Nummern 1 und 2. Wie viele Möglichkeiten gibt es dann noch, die übrigen Karten unter Bernd und Christoph zu verteilen?
- c) Wie viele Möglichkeiten der Verteilung unter die 3 Spieler gibt es überhaupt?

Mathematik-Wettbewerb 1977 des Landes Hessen
(gem. Erlaß v. 12. 8. 1976 – II B 3-1005/211-98)

2. Runde
30. 3. 1977

Aufgaben der Gruppe C

C

1. a) Setze für den Platzhalter x den Wert 0,4 ein und berechne:

$$2 \cdot x + 5 =$$

$$13 - 4 \cdot x =$$

- b) Setze für den Platzhalter x den Wert $\frac{5}{8}$ ein und berechne:

$$2 \cdot x + 5 =$$

$$13 - 4 \cdot x =$$

- c) Bestimme die Werte der Platzhalter x bzw. y , wenn

(1) $3 \cdot x + 2 = 41$

(2) $6 \cdot y - 3 = 12$

2. Gegeben sind Rechtecke, die jeweils 8 cm lang und 6 cm breit sind.

- a) Lege mit jeweils sechs dieser Rechtecke eine rechteckige Fläche aus.

Es gibt mehrere Möglichkeiten.

Gib Länge und Breite dieser ausgelegten rechteckigen Flächen an!

- b) Wie viele der gegebenen Rechtecke (8 cm lang, 6 cm breit) sind erforderlich, um eine rechteckige Fläche von 40 cm Länge und 36 cm Breite auszulegen?

- c) Wie viele der gegebenen Rechtecke sind mindestens erforderlich, um eine quadratische Fläche auszulegen?

Welche Seitenlänge hat dieses Quadrat?

PFLICHTAUFGABEN

C

3. Gegeben sind folgende Bruchzahlen: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{5}{6}$

- a) Addiere diese vier Bruchzahlen!

- b) Dividiere (1) die erste Bruchzahl durch die dritte Bruchzahl,

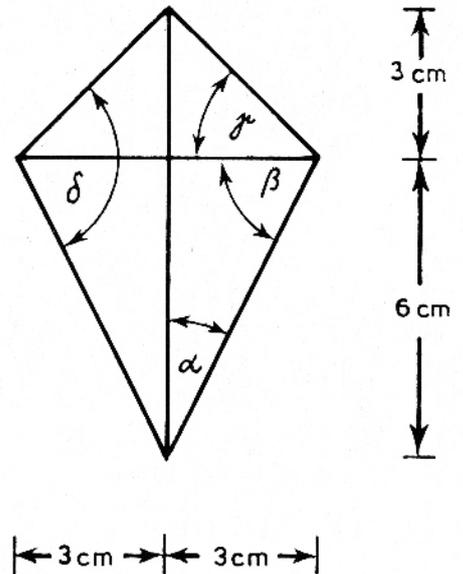
(2) die zweite Bruchzahl durch die vierte Bruchzahl.

- c) Welche zwei dieser vier Bruchzahlen mußt Du miteinander multiplizieren, damit Du eine von den vier gegebenen Bruchzahlen erhältst?

WAHLAUFGABEN

Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe C

- C 4. a) Zeichne ein Drachenviereck (siehe Skizze) mit den angegebenen Maßen.
 b) Berechne den Flächeninhalt des Drachenvierecks.
 c) Wie groß sind die Winkel β , γ und δ , wenn der Winkel α 27° groß ist? Berechne!



WAHLAUFGABEN

5. Fünf Schüler – Anton, Bruno, Kurt, Heinz und Emil – verglichen ihr wöchentliches Taschengeld (nur volle DM-Beträge) miteinander und stellten fest, daß
 Anton wöchentlich 5 DM erhält,
 Heinz mehr als 2 DM, aber weniger als Anton bekommt,
 Bruno mehr erhält als Anton,
 Kurt mehr erhält als Heinz, aber weniger als Bruno,
 Emil so viel erhält wie Kurt.

Addiert man das wöchentliche Taschengeld der fünf Schüler, so erhält man einen Gesamtbetrag von 30 DM.

Wieviel DM Taschengeld erhält jeder?
 Es gibt verschiedene Möglichkeiten.
 Trage drei davon in eine Tabelle ein!

Anton			
Heinz			
Bruno			
Kurt			
Emil			
Summe			

6. Bestimme die jeweiligen Lösungsmengen!

- a) $2 \cdot x + 3 > 11$ $G = \mathbb{N}$
 b) $x \cdot \frac{5}{7} = 5$ $G = \mathbb{N}$
 c) $x \cdot \frac{3}{8} < 3$ $G = \mathbb{N}$
 d) $6 \cdot x - 4 - 9 \cdot x = 2$ $G = \mathbb{Z}$

Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe C

WAHLAUFGABEN C

7. Die zwölf-, dreizehn- und vierzehnjährigen Schüler einer Schule nahmen an den Bundesjugendspielen teil.
- a) Von den 160 zwölfjährigen Schülern erhielten 30 % eine Urkunde.
Wieviele zwölfjährige Schüler erhielten eine Urkunde?
 - b) Von den 150 Dreizehnjährigen erhielten 54 Schüler eine Urkunde.
Wieviele Prozent erhielten eine Urkunde?
 - c) Insgesamt erhielten 144 Schüler eine Urkunde, das waren 32 % aller Teilnehmer.
 - (1) Wieviele Schüler haben insgesamt teilgenommen?
 - (2) Wieviele vierzehnjährige Schüler haben teilgenommen?