MATHEMATIK-WETTBEWERB 1978/79 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

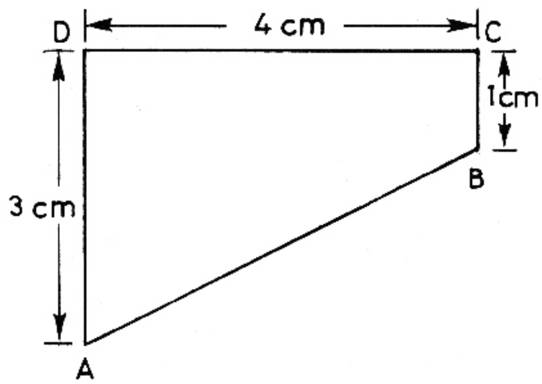
(gem. Erlaß II B 3-1005/211-169 v. 13.9.1978) 7. 12. 1978

Aufgaben der Gruppe A

A

PFLICHTAUFGABEN

1. a) Zeichne die nebenstehende Figur in ein Gitternetz. Berechne den Flächeninhalt.
   b) Verschiebe die Figur um 2 cm nach rechts und um 2 cm nach oben. Bezeichne die neue Figur mit A′B′C′D′.
   c) Bestimme den Inhalt der Fläche, die beiden Vierecken gemeinsam ist.
   d) Spiegele das Viereck A′B′C′D′ an der Geraden A′D′. Bezeichne diese Bildfigur mit A″B″C″D″.
   Welchen Flächeninhalt hat das Vieleck ABCB′C′C″B″D?



2. Ein Elektrizitätswerk bietet zwei Stromtarife an!
   Tarif A: Kein Grundpreis, Strompreis 0,50 DM je Kilowattstunde (kWh)
   Tarif B: Grundpreis 18,– DM, Strompreis 0,20 DM je kWh.
   a) Wie hoch ist die Stromrechnung nach Tarif A für 10 kWh, 20 kWh, 40 kWh?
   b) Wie hoch ist die Stromrechnung nach Tarif B für 10 kWh, 20 kWh, 40 kWh?
   c) Trage die erhaltenen Werte in ein Koordinatensystem ein.
   (10 kWh ≙ 1 cm; 10 DM ≙ 2,5 cm)
   Zeichne die Graphen zur Zuordnung Stromverbrauch → Stromrechnung!
   d) Für Familie Müller ist der Tarif B günstiger. Welchen Stromverbrauch hat die Familie mindestens?

A

WAHLAUFGABEN

3. Die drei Gemeinden Aul, Bar, Cur planen den Bau eines Sportzentrums, das von allen drei Gemeinden gleich weit entfernt sein soll. Die Entfernungen betragen:
   von Aul nach Bar: 4 km von Aul nach Cur: 5 km von Bar nach Cur: 6 km
   a) Zeichne einen Plan der drei Gemeinden (1 km ≙ 1 cm) und konstruiere den Standort des Sportzentrums!
   b) Wo kann ein Hotel gebaut werden, das vom Sportzentrum halb so weit entfernt ist wie die drei Gemeinden? Zeichne!
   c) Schraffiere im Plan alle möglichen Stellen für den Bau eines Elektrizitätswerkes, das näher am Sportzentrum liegen soll als Aul und das von Bar nicht weiter entfernt sein soll als von Cur!
4. Bestimme die Lösungsmenge zu folgenden Gleichungen. Die Grundmenge ist jeweils $\mathbb{Q}$!
   a) $x(x + 2) = 0$ b) $x(x - 2) = (x + 2)(x - 2)$
   c) $(x - 2)^2 + 4x = 0$ d) $(x + 2)(x - 2) = (x + 2)(x - 2)$

Arbeitszeit: 90 Minuten
Aufgaben: Die beiden Pflichtaufgaben und 2 Wahlaufgaben sind zu lösen!

Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe A

A

5. In einem hessischen Landkreis waren 1976 insgesamt 3375 Kraftfahrzeuge gemeldet. Das bedeutete gegenüber 1975 einen Zuwachs von 8%.

a) Wie viele Fahrzeuge gab es 1975?

b) Wie viele Fahrzeuge hatte man bei gleichem prozentualen Zuwachs für 1977 zu erwarten?

c) Tatsächlich waren 1977 3699 Fahrzeuge gemeldet. Wie groß war demnach der prozentuale Zuwachs gegenüber 1976?

6. Bei einem Computerspiel legt der Computer eine dreistellige Zahl fest, die aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5 gebildet wird. Jede Ziffer kommt höchstens einmal vor. Der Gegenspieler nennt eine solche Zahl. Ist in der genannten Zahl eine Ziffer richtig, steht aber an der falschen Stelle, so erscheint als Computerausgabe jeweils ein X. Steht in der genannten Zahl eine Ziffer an der richtigen Stelle, so gibt der Computer dafür jeweils ein O an. Das Ziel des Spiels ist, mit möglichst wenigen Nennungen die festgelegte Zahl zu erraten.

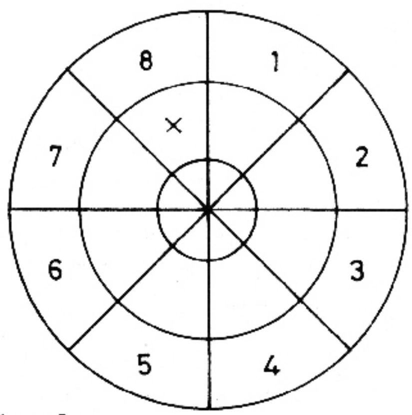
Beispiel:	Festgelegte Zahl: 135	
	1. Nennung: 341	Ausgabe: XX
	2. Nennung: 531	Ausgabe: XXO
	3. Nennung: 135	Ausgabe: OOO

Gesucht sind in den folgenden Spielen die jeweils festgelegten Zahlen. Wenn mehrere Zahlen möglich sind, sind alle anzugeben.

a) 1. Nennung: 345	Ausgabe: OO	2. Nennung: 253	Ausgabe: XXX
b) 1. Nennung: 512	Ausgabe: XO	2. Nennung: 523	Ausgabe: OO
c) 1. Nennung: 345	Ausgabe: O	d) 1. Nennung: 415	Ausgabe: XXX

WAHLAUFGABEN

7. Bei einem Pfeilspiel ist die Zielscheibe in 8 Sektoren unterteilt, die von 1 bis 8 numeriert sind. Jeder Sektor besteht aus einem inneren, einem mittleren und einem äußeren Teil. Ein Treffer im inneren Teil eines Sektors ergibt das 3-fache der Nummer, im mittleren Teil das 2-fache und im äußeren Teil die Nummer als Punktzahl.
Z. B.: der angegebene Treffer (8 m) ergibt 16 Punkte. Wird kein Feld getroffen, so ist der Wurf zu wiederholen.



a) Markus wirft 4 i, 3 m und 2 i. Welche Punktzahl erhält er?

b) Michael hat 7 i und 1 a geworfen und muß die Punktzahl 29 übertreffen. Was müßte er im dritten Wurf werfen? Gib alle Möglichkeiten an!

c) Tobias wirft 5 m und 2 a. Welches Feld muß er im dritten Wurf treffen, um genau 18 Punkte zu erreichen? Gib alle Möglichkeiten an!

d) Hiltrud wirft 3 i. Welche Felder muß sie in den nächsten beiden Würfen treffen, damit sie genau 14 Punkte erreicht? Gib alle Möglichkeiten an!

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1978/79 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

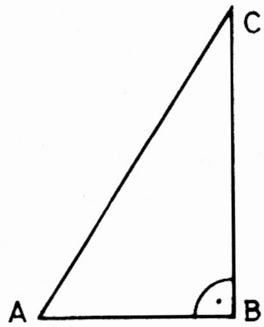
(gem. Erlaß II B 3-1005/211-169 v. 13. 9. 1978) 7. 12. 1978

Aufgaben der Gruppe B

B

PFLICHTAUFGABEN

1. a) Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit
   $|\overline{AB}| = 2$ cm, $|\overline{BC}| = 4$ cm und w(ABC) = 90°.
   (Siehe nebenstehende Figur)



   b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks, ohne zu messen!
   c) Verschiebe das Dreieck um 7 cm entlang der Geraden AB über B hinaus. Benenne die entsprechenden Bildpunkte mit A′, B′, C′
   d) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks AA′C′C.
   e) Zeichne das Dreieck ABC noch einmal. Nenne den Mittelpunkt der Strecke $\overline{BC}$ M. Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden AM.

2. a) Herr Meister hat sich vor vier Jahren ein Auto für 11 000 DM gekauft. Es ist heute noch 45 % des Neupreises wert. Wieviel DM sind das?
   b) Herr Simon hat sich ein Auto gekauft, das 9500 DM kostete. Nach vier Jahren ist es nur noch 4560 DM wert. Wieviel Prozent des Neupreises sind das?
   c) Herr Bertram will sich ein Auto für 12 000 DM kaufen. Er erhält zwei Angebote:
   A) Verkauf des alten Wagens für 4000 DM, kein Preisnachlaß für den Neuwagen.
   B) Verkauf des alten Wagens für 3500 DM, 5 % Preisnachlaß für den Neuwagen.
   Wieviel DM muß Herr Bertram beim günstigeren Angebot noch zahlen?

B

WAHLAUFGABEN

3. a) Vereinfache die folgenden Terme soweit wie möglich:
   $5 \cdot (6a - 2b) + 10b - 2a =$
   $6a - 2b - (6a + 2b) =$
   $(6a - 2b)^2 + 4b(6a - b) =$
   b) Bestimme die Lösungsmenge zu folgenden Gleichungen. $G = \mathbb{Z}$.
   $6 - 2x = 2x - 6$
   $(6 - 2x)(6 + 2x) = \frac{1}{2}x(6 - 8x)$

4. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|\overline{AB}| = 8$ cm, w(BAC) = 70°, w(ABC) = 41°.
   b) Zeichne die Winkelhalbierende des Winkels α. Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden mit der Strecke $\overline{BC}$ ist der Punkt D.
   Spiegele das Dreieck ABC an der Winkelhalbierenden des Winkels α.
   c) Berechne die Größe des Winkels w(BDC′), wenn C′ der Bildpunkt von C ist.

Arbeitszeit: 90 Minuten
Aufgaben: Die beiden Pflichtaufgaben und 2 Wahlaufgaben sind zu lösen!

Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe B

B

WAHLAUFGABEN

5. 8 Jungen wollen ein Tischtennisturnier durchführen.
   a) Es soll nach dem k.o.-System gespielt werden: Nach jedem Spiel scheidet der Verlierer aus.
      (1) Wie viele Spiele müssen gespielt werden, bis der Sieger feststeht?
      (2) Axel hat gegen Bernd gewonnen; Dieter hat gegen Rolf verloren. Ferner haben Udo und Tom schon einmal gewonnen. Wer kann in der nächsten Runde gegen wen spielen? Schreibe alle Möglichkeiten auf!
   b) Bei einem anderen Turnier soll jeder der 8 Teilnehmer genau einmal gegen jeden anderen spielen.
      (1) Wievielmal muß jeder der Jungen spielen?
      (2) Wie viele Spiele müssen insgesamt ausgetragen werden?

6. Gegeben sind die folgenden 10 Mengen:

   $M_1 = \{13, 7, 1, -5, -11\}$
   $M_2 = \{12, 7, 2, -3, -8\}$
   $M_3 = \{11, 7, 3, -1, -5\}$
   $\vdots$
   $M_6 = \{8, 7, 6, 5, 4\}$
   usw. bis M_{10}.

   a) Bilde die Mengen M_4 und M_5.
   b) Gib die Schnittmenge $M_1 \cap M_3$ an.
   c) Bestimme die Vereinigungsmenge $M_1 \cup M_6$.
   d) Bilde die Menge M_8.
   e) Welche der Mengen $M_1, M_2, M_3, \ldots, M_{10}$ ist Teilmenge (Untermenge) sämtlicher 10 Mengen?

7. Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm.
   a) Trage die Punkte $P(2|1)$ und $Q(4|2)$ in das Koordinatensystem ein.
   b) Zeichne die Gerade PQ. Auf der Geraden liegen die Punkte R und S. Bestimme jeweils die fehlenden Koordinaten:

      $R(x_1|3) \qquad S(24|y_2)$
   c) Der Mittelpunkt der Strecke $\overline{PQ}$ ist M. Bestimme seine Koordinaten.
   d) Zeichne alle Quadrate, bei denen P und Q Eckpunkte sind. Es gibt drei Quadrate!

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1978/79 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

(gem. Erlaß II B 3-1005/211-169 v. 13. 9. 1978) 7. 12. 1978

Aufgaben der Gruppe C

C

PFLICHTAUFGABEN

1. In einem Neubaugebiet werden Grundstücke zum Verkauf angeboten.
   a) Herr Meier erwirbt ein Grundstück, das 19 m breit und 34 m lang ist. Berechne die Fläche des Grundstücks!
   b) Bei einem quadratischen Grundstück ist eine Seite 24 m lang.
      (1) Wie groß ist die Fläche des quadratischen Grundstücks?
      (2) Wie lang muß ein rechteckiges, 18 m breites Grundstück sein, wenn es mit dem quadratischen Grundstück flächengleich sein soll?
   c) Herr Weber benötigt für die Umzäunung seines rechteckigen Bauplatzes 104 m Draht einschließlich Tor.
      Das Grundstück ist 17 m breit. Wie lang ist das Grundstück?

2. a) Ein Obsthändler kauft Früchte ein.
      (1) Von 120 kg Mandarinen verderben auf dem Transport 7%. Wieviel kg sind das?
      (2) Von 160 kg Bananen verderben 4 kg. Wieviel Prozent sind das?
   b) Der Obsthändler will 150 kg Birnen zu einem Preis von 2,– DM je kg verkaufen.
      (1) Welchen Betrag will er einnehmen?
      (2) Es verderben 20% der Birnen. Wieviel kg Birnen kann er noch verkaufen?
      (3) Welchen Preis je kg muß er fordern, um die unter b (1) errechnete Einnahme zu erzielen?

C

WAHLAUFGABEN

3. (1) Vereinfache die folgenden Terme soweit wie möglich!
      a) $6a + 7b - 5a + 8 - 4b + 13 =$
      b) $6a + 7b - (5a + 8 - 4b) + 13 =$
      c) $4 \cdot (5a - 4b) + 3 \cdot (a - 2b) =$
      d) $4 \cdot (5a - 4b) - 3 \cdot (a - 2b) =$
   (2) Berechne den Wert des Terms $x \cdot (x + 3)$
      a) für $x = +2$ b) für $x = -2$

4. a) Ein Radrennfahrer legt eine 240 km lange Strecke in 5 Stunden zurück. Wieviel km legt er durchschnittlich in einer Stunde zurück?
   b) In seinen Ferien legt Kurt diese Strecke mit dem Fahrrad in zwei Tagesetappen zurück.
      (1) Am ersten Tag erreicht er eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 20 km/h. Wieviel km hat er nach $6\frac{3}{4}$ Stunden zurückgelegt?
      (2) Am zweiten Tag legt er den Rest der Strecke mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 15 km/h zurück. Wieviel Stunden muß er am zweiten Tage fahren?

C

WAHLAUFGABEN

Fortsetzung der Aufgaben der Gruppe C

5. Fünf Freunde spielen ein Würfelspiel mit fünf Würfeln nach folgenden Regeln:

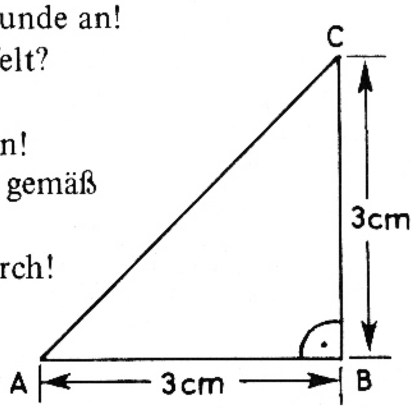
Die Augenzahlen 1, 3 und 5 werden als Verlust abgezogen (subtrahiert),
die Augenzahlen 2, 4 und 6 werden als Gewinn dazugezählt (addiert).

Die nachstehende Tabelle zeigt den Spielstand nach der 2. bzw. 3. Runde.

	Frank	Jürgen	Michael	Ralf	Uwe
Punktest. nach der 2. Runde	+ 5	– 3		– 9	– 8
dritter Wurf	1, 4, 5, 3, 5	6, 5, 3, 2, 4	5, 5, 4, 3, 6	5, 6, □, 4, 6	4, 4, 3, □, □
Punktest. nach der 3. Runde			– 10	– 3	+ 5

a) Gib für Frank und Jürgen den jeweiligen Punktestand nach der 3. Runde an!
b) Gib für Michael den Punktestand nach der zweiten Runde an!
c) Welche Augenzahl hat Ralf mit dem 3. Würfel gewürfelt?
d) Gib für Uwe die fehlenden Augenzahlen an!
Es gibt zwei verschiedene Möglichkeiten. Gib beide an!

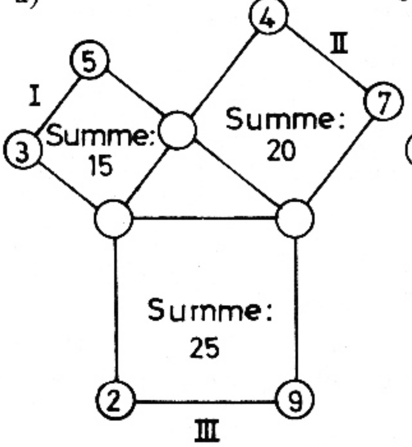
6. Zeichne das rechtwinklig-gleichschenklige Dreieck ABC gemäß nebenstehender Skizze.
Führe die folgenden Spiegelungen in **einer** Zeichnung durch!



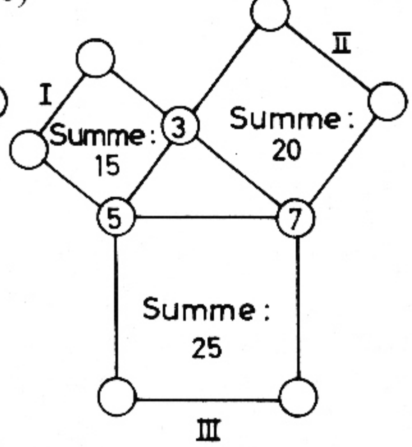
a) Spiegele das Dreieck ABC
(1) an der Geraden AB, (2) an der Geraden BC.
b) Verbinde alle Eckpunkte so miteinander, daß Du als Gesamtfigur ein Viereck erhälst.
(1) Bestimme den Flächeninhalt dieses Vierecks!
(2) Zeichne alle Symmetrieachsen dieses Vierecks farbig ein!

7. Auf die Ecken der abgebildeten Figur sind die Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 so einzutragen, daß die Summe der Zahlen an den Ecken
des Quadrates I 15, des Quadrates II 20, des Quadrates III 25 ergeben.
Jede Zahl darf in jeder Zeichnung nur einmal vorkommen.

a)



b)



c)