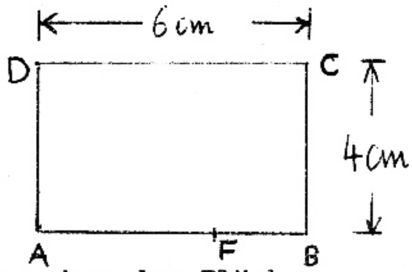
MATHEMATIK-WETTBEWERB 1978/79 DES LANDES HESSEN 3. RUNDE



PFLICHTAUFGABEN

1. Im nebenstehenden Rechteck teilt der Punkt F die Seite $\overline{AB}$ im Verhältnis 2 : 1 .

   a) Spiegele das Rechteck an der Geraden FC. Nenne die Bildfigur A'B'C'D' .

   b) Beide Rechtecke bilden eine Gesamtfigur. Berechne den Flächeninhalt dieser Gesamtfigur.

   c) Drehe das Rechteck A'B'C'D' so um den Punkt F, daß die Gesamtfigur aus dem Rechteck ABCD und dem durch die Drehung erhaltenen Rechteck A''B''C''D'' den Flächeninhalt 32 cm^2 besitzt !

      Zeichne zwei entsprechende Figuren !

   d) Gib je eine Abbildung an, die das ursprüngliche Rechteck direkt in das gedrehte Rechteck überführt.

2. Frau Krause will sich ein Radio und einen Plattenspieler kaufen. Beim Kauf werden ihr folgende Empfehlungen gegeben:

   1. Für einen Plattenspieler muß man mindestens DM 100,- und für ein Radio mindestens DM 350,- ausgeben.

   2. Bei aufeinander abgestimmten Geräten muß für das Radio mindestens doppelt so viel bezahlt werden wie für den Plattenspieler.

   a) Frau Krause will nicht mehr als DM 750,- ausgeben. Stelle alle möglichen Preiskombinationen - unter Beachtung der Empfehlungen - in einem Koordinatensystem dar.

   b) Die Preise, die Frau Krause für das Radio beziehungsweise für den Plattenspieler bezahlte, betrugen jeweils ein ganzzahliges Vielfache von DM 50,- .
      Gib alle möglichen Preiskombinationen an !

WAHLAUFGABEN

3. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge; $G = \mathbb{Q}$!

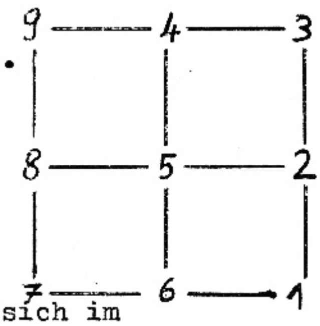
   a) $(x + 3)\cdot(x - 3) = x + 3$

   b) $(x + 3)\cdot(x - 3)^2 = x + 3$

   c) $(x + 3)\cdot(x - 3) > x + 3$

   d) $(x + 3)\cdot(x - 3)^2 > x + 3$

4. Die nebenstehende Figur bezeichnet ein Streckennetz. Alle eingezeichneten Teilstrecken sind gleichlang.



   a) Wieviel kürzeste Wege führen im Streckennetz von 1 nach 9 ? Gib alle Möglichkeiten an !

   b) Gleichzeitig starten Thomas im Punkt 1 und Birgit im Punkt 9 und gehen auf kürzesten Wegen nach Punkt 9 bzw. Punkt 1. Beide gehen gleichschnell.

      α) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie sich im Punkt 3 treffen?

      β) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie sich im Punkt 5 treffen?

      γ) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sie sich gar nicht treffen ?

WAHLAUFGABEN

5. Arthur hat sich ein Verfahren zur Verschlüsselung von natürlichen Zahlen ausgedacht. Wenn er z.B. den "3-5-Schlüssel" anwendet, teilt er die zu verschlüsselnde Zahl a zuerst durch 3 und dann durch 5. Die dabei auftretenden Reste r und s verwendet er zum Verschlüsseln und ersetzt a durch (r; s).

Zum Beispiel:

Zahl	"3-5-Schlüssel"	"11-13-Schlüssel"
17	(2 ; 2)	(6 ; 4)
39	(0 ; 4)	(6 ; 0)

a) Verschlüssele 113 mittels dem "11-13 -Schlüssel" !

b) Gib alle Zahlen an, die bei Anwendung des "11-13-Schlüssels" (1 ; 0) ergeben !

c) Wie viele natürliche Zahlen kann man mit dem "11-13-Schlüssel" höchstens verschlüsseln, wenn die Entschlüsselung eindeutig sein soll?
Gib eine entsprechende Folge von natürlichen Zahlen an!

d) Welchen Schlüssel hat Arthur benutzt, wenn

11 als (3 ; 1) und
13 als (1 ; 3) dargestellt wird?

6. Ein Würfel mit der Kantenlänge 4 cm ist an der Oberfläche rot gefärbt. Er wird in Würfel der Kantenlänge 1 cm zerlegt. Diese kleinen Würfel nennen wir Einheitswürfel.

a) α) Wieviel Einheitswürfel haben genau 3 gefärbte Seitenflächen?
β) Wieviel Einheitswürfel haben genau 2 gefärbte Seitenflächen?
γ) Wieviel Einheitswürfel haben genau 1 gefärbte Seitenfläche ?
δ) Wieviel Einheitswürfel haben keine gefärbte Seitenflächen ?

b) Bei entsprechender Zerlegung eines anderen Würfels erhält man 125 Einheitswürfel ohne gefärbte Seitenflächen. Welche Kantenlänge hat der Ausgangswürfel?

c) Bei einem dritten Würfel hat man 864 Einheitswürfel mit genau einer gefärbten Seitenfläche bei einer entsprechenden Zerlegung erhalten.
Welche Kantenlänge hat dieser Ausgangswürfel?

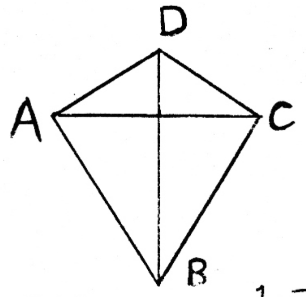
7. a) Konstruiere ein rechtwinkliges Dreieck ($\sphericalangle ACB = 90^\circ$) mit $|\overline{AB}| = 6$ cm und der Höhe $|h_{\overline{AB}}| = 2$ cm. sowie den Kreis, auf dem alle Eckpunkte des Dreiecks liegen.

b) Konstruiere von einem Punkt P, der 6 cm vom Kreismittelpunkt entfernt ist, und von einem Punkt R, der 8 cm vom Kreismittelpunkt entfernt ist und nicht auf der Geraden MP liegt, jeweils die beiden Tangenten an den Kreis.

c) Die vier Tangentenschnittpunkte P, R, S, T sind die Eckpunkte eines Tangenten-Vierecks.
Beweise, daß die Summe der Längen je zweier Gegenseiten gleich groß ist !

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1978/79 DES LANDES HESSEN 3. RUNDE

B



1. a) Zeichne ein Drachenviereck ABCD mit folgenden Maßen:

$|\overline{AB}| = 6$ cm

$|\overline{AD}| = 4{,}5$ cm

$|\overline{AC}| = 7{,}2$ cm

$|\overline{BD}| = 7{,}5$ cm

b) Verschiebe das Drachenviereck entlang AC über C hinaus um $\frac{1}{2}\cdot|\overline{AC}|$.

c) Die Vereinigung von Ur- und Bildfigur ist ein Achteck. Zeichne die Symmetrieachsen der Gesamtfigur.

d) Berechne den Umfang des Achtecks.

e) Berechne den Flächeninhalt des Achtecks. Gib den Rechenweg an !

2. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge; $G = \mathbb{Z}$!

a) $8x - (17 - 3x) + 72 = 4x + (32x - 20)$

b) $x\cdot(x + 1) < (x - 4)\cdot(x - 1)$

c) $4\cdot(4 - 2x)^2 + 64x = 16x^2 + 64$

d) $\frac{x}{3} - \frac{x}{2} < 2$

---

3. Skatkarten werden durch das "Bild" (Sieben, Acht, Neun, Zehn, Bube, Dame, König, As) und durch die "Farbe" (Kreuz, Pik, Herz, Karo) benannt.
z.B.: Herz-Bube , Pik-Neun

Vier Spielkarten liegen nebeneinander verdeckt auf einem Tisch.

a) α) Eine Karokarte liegt zwischen zwei Herzkarten. Ein As liegt neben einer Pikkarte. Welche "Farbe" hat das As ?

β) Ein König liegt weiter vom As entfernt als eine Neun. Ein Bube liegt außen. Welche Spielkarten sind es ? In welcher Reihenfolge können sie unter den genannten Bedingungen liegen ? Gib alle Möglichkeiten an !

b) Die vier Karten werden gemischt und erneut verdeckt auf den Tisch gelegt. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung gibt es ?

4. a) Herr Müller und Herr Simon spielen gemeinsam Lotto. Herr Müller beteiligt sich mit einem Einsatz von DM 1,5o , Herr Simon mit DM 3,50. Sie wollen ihren Gewinn von DM 5250 entsprechend ihren Einsätzen aufteilen. Wieviel DM erhält jeder ?

b) 5250 DM sollen unter drei Schwestern so verteilt werden, daß die zweite Schwester nur halb so viel bekommt wie die erste, die dritte aber nur halb so viel wie die zweite Schwester. Wieviel DM erhält jede ?

c) 5250 DM sollen unter drei Brüdern so verteilt werden, daß die Anteile im Verhältnis 3 : 4 : 5 stehen. Wieviel DM erhält jeder ?

Der Lösungsweg muß jeweils erkennbar sein !

WAHLAUFGABEN

5. Ganze Zahlen lassen sich als Summe aus zwei oder mehreren aufeinander - folgenden ganzen Zahlen darstellen.

z.B.: $27 = 13 + 14$
$27 = 8 + 9 + 10$
$-10 = (-1) + (-2) + (-3) + (-4)$

a) Gib für die folgenden Zahlen eine entsprechende "Summen-Darstellung" an:
49 ; -23 ; 40 ; -2 .

b) Welche ganze Zahlen lassen sich als Summe aus 5 aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen darstellen ?

c) Jede ungerade Zahl a läßt sich als Summe zweier aufeinanderfolgender ganzer Zahlen darstellen.
Wie heißen die Summanden ?

6. a) Zeichne gleichschenklige Dreiecke ABC mit jeweils $|\overline{AB}| = 4$ cm und $w(\alpha) = 40^\circ$. Es gibt drei verschiedene Möglichkeiten. Zeichne sie !

b) Es soll nur eine Möglichkeit geben, ein gleichschenkliges Dreieck aus $|\overline{AB}|$ und $w(\alpha)$ zu konstruieren.
Wie groß muß $w(\alpha)$ dann mindestens sein ? Es soll kein gleichseitiges Dreieck sein !

7. Aus jeweils 12 Streichhölzern sollen Vierecke gelegt werden ; es darf kein Streichholz übrigbleiben.

a) Welche verschiedenen Rechtecke (einschließlich Quadrate) kann man legen ?
Gib ihre Seitenlängen an, wenn ein Streichholz 4,5 cm lang ist .

b) Es sollen gleichschenklige Trapeze gelegt werden (ohne Rechtecke). Gib für alle Möglichkeiten die Anzahl der Streichhölzer an, die jeweils gebraucht werden. Trage sie in eine Tabelle (siehe unten) ein !

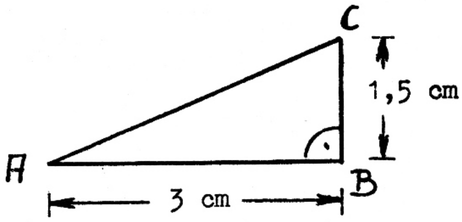
	Anzahl			
für die lange Grundseite				
für die parallele kurze Seite				
für jeden Schenkel				

c) Es soll ein Viereck gelegt werden, das 4 verschieden lange Seiten hat. Wie lang sind die einzelnen Seiten ?

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1978/79 DES LANDES HESSEN 3. RUNDE

PFLICHTAUFGABEN

1. Gegeben ist das Dreieck ABC gemäß nebenstehender Skizze.
Führe die folgenden Aufgaben in <u>einer Zeichnung</u> durch.



a) Spiegele den Punkt A an der Geraden BC.
Du erhältst den Punkt D.

b) Drehe das Dreieck ADC in B um 90° im Uhrzeigersinn (Rechtsdrehung).
Du erhältst das Dreieck A'D'C'.

c) Zeichne die Symmetrieachse der Gesamtfigur ein.

d) Zeichne das Viereck AD'DA' und bestimme seinen Flächeninhalt in cm^2!

2. Berechne die fehlenden Werte! $G = \mathbb{Z} = \{\ldots -2; -1; 0; 1; 2 \ldots\}$

a)

x	2·x − 4
−3	
	6
6	
	−8

b)

x	y	3·x − 2·y
7		17
	−4	17
	1	−17
	−5	−17

WAHLAUFGABEN

3. Für die Konstruktionen der folgenden Aufgaben gilt: 1 km entspricht 1 cm.

Die Gemeinden A und B, die 6 km voneinander entfernt sind, planen den Bau eines gemeinsamen Schwimmbades.

a) Der geplante Standort des Schwimmbades ist von A 5 km und von B 3 km entfernt.
Konstruiere die beiden möglichen Standorte des Schwimmbades und benenne sie!

b) Die Gemeinde A fordert, daß das Schwimmbad von beiden Gemeinden gleichweit entfernt gebaut werden soll.
Wo kann das Schwimmbad liegen? Gib durch Konstruktion alle Möglichkeiten an!

c) Schließlich einigt man sich auf einen Standort, der von jeder der beiden Gemeinden weniger als 4 km entfernt ist.
Konstruiere das Gebiet, auf dem das Schwimmbad gebaut werden soll.
Kennzeichne das Gebiet durch Schraffierung!

4. Die Kinder Emil, Udo und Lotte würfeln mit 2 Würfeln.

<u>Für alle Aufgaben gilt:</u> Emil hat 4 Augen mehr gewürfelt als Lotte, und Udo hat 2 Augen weniger als die doppelte Punktzahl von Lotte.

a) Lotte hat insgesamt 2 Augen gewürfelt.
Wieviel Augen haben Emil und Udo gewürfelt?

b) Emil hat beim 2. Wurf 9 Augen erzielt.
Wie viele Augen haben Udo und Lotte gewürfelt?

c) Udo hat beim 3. Wurf 12 gewürfelt.
Wie viele Augen haben Emil und Lotte geworfen?

d) Addiert man von dem 4. Wurf die Augenzahlen, so erhält man 18.
Wie viele Augen hat jedes der Kinder gewürfelt?

e) Beim 5. Wurf stellten Emil und Udo fest, daß sie die gleiche Augenzahl geworfen haben.
Wie viele Augen hat jedes der Kinder gewürfelt?

f) Beim 6. Wurf hat Emil soviel Augen gewürfelt wie Udo und Lotte zusammen.
Wie viele Augen hat jedes Kind gewürfelt?

C

WAHLAUFGABEN

5. Fritz, Peter und Albert unternehmen jeweils eine Radtour.

   a) Bei einer täglichen Ausgabe von 18,- DM kann Fritz 16 Tage unterwegs sein.
   Während der Fahrt stellt er fest, daß er pro Tag 24,- DM benötigt.
   Für wie viele Tage reicht nun sein Geld?

   b) Peter plant eine Radtour, die 18 oder 20 Tage dauern kann.
   Führt er die 18-tägige Fahrt durch, kann er täglich 24,- DM verbrauchen.
   Mit wieviel DM pro Tag muß er auskommen, wenn er 20 Tage unterwegs ist?

   c) Albert nimmt für seine geplante 16-tägige Radtour 22,- DM pro Tag mit.
   Nach 8 Tagen stellt er fest, daß er noch 211,20 DM hat.

   (1) Wieviel DM hat er durchschnittlich pro Tag ausgegeben?

   (2) Wie viele Tage könnte er bei gleichbleibenden täglichen Ausgaben noch unterwegs sein?

6. a) Ein Händler verkauft ein Mofa (Selbstkostenpreis: 1160,- DM) mit einem Gewinn von 32,5 %.
   Berechne den Verkaufspreis!

   b) Ein anderes Mofa verkauft er mit einem Gewinn von 35 % zum Preis von 1647,- DM.
   Berechne den Selbstkostenpreis!

   c) Ein Schüler verkauft sein Mofa für 1225,- DM und behauptet, er habe dabei einen Verlust von 12,5 %.
   Für welchen Preis hat er das Mofa gekauft?

7. Die Fußballvereine von A-, B-, C-, D- und E-Dorf spielten an 5 Sonntagen gegeneinander. Jeder Fußballverein trat nur einmal gegen jeden anderen Verein an. Mithin wurden an jedem Sonntag zwei Spiele ausgetragen, während ein Fußballverein spielfrei war.

   Am 1. Sonntag spielten die Vereine von A-Dorf und C-Dorf gegeneinander, während der Verein von D-Dorf spielfrei war.
   Am 2. Sonntag trafen unter anderem die Vereine von A-Dorf und E-Dorf aufeinander.
   Am 3. Sonntag war der Verein B-Dorf spielfrei und
   am 4. Sonntag spielten die Vereine E-Dorf und D-Dorf gegeneinander.

   Welche Vereine spielten am 5. Sonntag gegeneinander und welcher Verein war spielfrei?

   Zeichne die Tabelle ab und fülle sie vollständig aus.

	1. Spiel	2. Spiel	spielfrei
1. Sonntag			
2. Sonntag			
3. Sonntag			
4. Sonntag			
5. Sonntag			