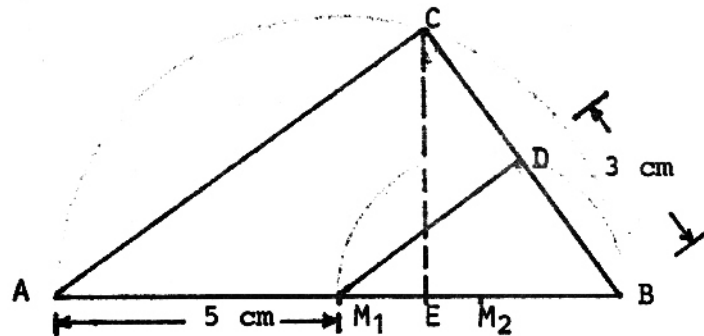


AUFGABEN DER GRUPPE A

1. Man definiert  $1! = 1$  und  $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot n$ ,  
wenn  $n \in \mathbb{N}$  und  $n > 1$ .

- a) Berechne (1)  $(10!) : (9!)$   
(2)  $(101!) : (99!)$
- b) Schreibe als Produkt  $(10!) - (9!)$
- c) Zeige, daß  $n \cdot (n!) + n! = (n+1)!$  ;  $n \in \mathbb{N}$
- d) Zeige, daß  $100! - 99! - 98! = (98!) \cdot (100 \cdot 98)$

2.  $M_1$  bzw.  $M_2$  sind die Mittelpunkte der gezeichneten Halbkreise.  
Der Flächeninhalt des Dreiecks  $M_1BD$  beträgt  $6 \text{ cm}^2$ .



- a) Berechne  $|M_1D|$
- b) Zeige, daß  $|AC| = 2 \cdot |M_1D|$
- c) Berechne  $|CE|$
- d) Beweise, daß  $\overline{M_2D} \parallel \overline{M_1C}$

3. Zeichne zwei Punkte P und Q im Abstand 9 cm und einen Kreis um P mit Radius 3 cm.

- a) Konstruiere alle Tangenten an den Kreis, die Q enthalten.
- b) Konstruiere weitere Kreise, die sowohl die in a) konstruierten Tangenten, als auch den Kreis um P berühren.

4. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge und gib diese in aufzählender Form an.

- a)  $x^5 + x^4 < 1000$  ;  $G = \mathbb{Z}$
- b)  $x^5 \cdot x^4 < 1000$  ;  $G = \mathbb{Z}$
- c)  $x^5 - x^4 < 1000$  ;  $G = \mathbb{Z}$
- d)  $x^5 : x^4 < 1000$  ;  $G = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
- e)  $\frac{1}{x} - x < 1000$  ;  $G = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
- f)  $x^x < 1000$  ;  $G = \mathbb{N}$

P  
F  
L  
I  
C  
H  
T  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

5. Bei der folgenden Aufgabe gibt es teilweise mehrere Lösungen; gib alle an!

Die 120 Tennisspieler einer Schule tragen jedes Jahr ihre Meisterschaften aus, an der selten alle Spieler teilnehmen. Das Turnier findet nur statt, wenn mindestens 10 Spieler daran teilnehmen. Die Meisterschaft wird im KO-System ermittelt. Die einzelnen Paarungen werden vor jeder Runde durch Auslosung festgelegt. Bei einer ungeraden Anzahl von Spielern wird ein Spieler ausgelost, der direkt in die nächste Runde kommt - er erhält ein Freilos.

- a) Wie viele Spieler haben an einem Turnier teilgenommen, wenn kein Spieler während des Turniers ein Freilos erhielt?  
 b) Wie viele Teilnehmer hatte das gesamte Turnier, wenn  
     α) nur vor der ersten Runde  
     β) nur vor der dritten Runde  
     γ) nur vor der vierten Runde  
     δ) nur vor der fünften Runde ein Freilos gezogen wurde?  
 c) In diesem Jahr wurde nur vor der 2., 3. und 4. Runde ein Freilos gezogen.

Wie viele Runden hatte das Turnier? Wie viele Schüler nahmen daran teil? In welchen Runden hätten Freilose gezogen werden müssen, wenn 1 Spieler mehr am Turnier teilgenommen hätte?

6. Bei seinem Umzug hat Herr Schiller seine Bücher in 20 Kartons verpackt. 6 Kartons enthalten Mathematikbücher, 3 Physikbücher, 9 Romane und in 2 Kartons Kinderbücher. Er sucht ein bestimmtes Buch. Da er die Kartons nicht gekennzeichnet hat, öffnet er einen zufällig ausgewählten Karton.

- a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, das gesuchte Buch darin zu finden?  
 b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in dem geöffneten Karton Mathematikbücher oder Physikbücher sind?  
 c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in ihm keine Romane sind?  
 d) Herr Schiller öffnet einen zweiten Karton. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in beiden Kinderbücher sind?  
 e) Er öffnet 3 Kartons. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in einem der geöffneten Kartons Physikbücher und in den beiden anderen Mathematikbücher sind?

Angabe der Wahrscheinlichkeiten als Summe, Produkt oder Quotient von natürlichen Zahlen genügt.

7. Betrachtet wird  $V_3 = \{3, 6, 9, \dots\}$ ;  $a \in V_3$

- a) Welche der folgenden Terme sind Elemente von  $V_3$ ? Begründe!

- (1)  $7a + 3n$  ;  $n \in \mathbb{N}$   
 (2)  $a^2 - 1$   
 (3)  $(a+2) \cdot (a-2)$   
 (4)  $a \cdot n + 111$  ;  $n \in \mathbb{N}$   
 (5)  $n \cdot (n+1) \cdot (n+2)$ ;  $n \in \mathbb{N}$

- b) Für welche  $a$  ist  $\frac{1}{3}a + 3$  ein Element von  $V_3$ ?

P  
F  
L  
I  
C  
H  
T  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

AUFGABEN DER GRUPPE B

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an:

- a)  $(4x + 3) \cdot 3 = 4x - 7$   $G = Z$
- b)  $(4x - 3) \cdot 3 < 4x - 7$   $G = Z$
- c)  $(4x + 3)^2 = 4x(4x + 7)$   $G = Q$
- d)  $(4x + 3)(4x - 3) + 16x = 4(4x + 7) - 1$   $G = Q$

2. a) Konstruiere ein Dreieck aus:

$|AC| = 7 \text{ cm}; w(\alpha) = 69^\circ \text{ und } w(\beta) = 37^\circ.$

- b) Halbiere durch Konstruktion mit dem Zirkel den Winkel  $\gamma$ . Die Winkelhalbierende schneidet die Seite  $\overline{AB}$  im Punkt D.
- c) Zeichne einen Punkt E, der auf  $\overline{AB}$  liegt und zu C die kürzeste Entfernung hat.
- d) Berechne die Größe des Winkels ECD.
- e) Begründe, daß CDB ein gleichschenkliges Dreieck ist.

3. a) In den folgenden Aussageformen sollen die Variablen durch natürliche Zahlen ersetzt werden, so daß wahre Aussagen entstehen:

$$12^2 = 13 \cdot a + 1$$

$$30^2 = b \cdot 29 + 1$$

$$c^2 = 26 \cdot 24 + 1$$

b) Verallgemeinere die obigen Aussageformen zu einer Formel:

$$n^2 = \dots$$

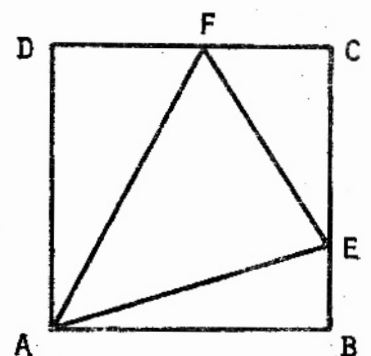
c) Bestimme die Lösungsmengen, wenn  $G = N$  ist.

$$x^2 = (x+1) \cdot 6 + 1$$

$$(x+10)^2 = 20 \cdot (x+9) + 1$$

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

4. In ein Quadrat ABCD von 6 cm Seitenlänge soll jeweils ein Dreieck AEF so eingezeichnet werden, daß beide Figuren den gemeinsamen Eckpunkt A haben und daß die Punkte E und F auf den gegenüberliegenden Quadratseiten liegen. Der Lösungsweg muß jeweils erkennbar sein.



- a) Das Dreieck AEF soll rechtwinklig sein. Außerdem ist  $|AE| = 7 \text{ cm}$ .
- b) Das Dreieck AEF soll gleichschenklige sein. Der Punkt E ist Mittelpunkt der Seite  $\overline{BC}$ . Es gibt zwei Möglichkeiten. Zeichne beide.
- c) Das Dreieck AEF soll gleichseitig sein.

5. Eine Verknüpfung  $a * b$  wird wie folgt erklärt:  $a * b = a - \frac{b}{2}$

Beispiele:  $3 * 4 = 3 - \frac{4}{2} = 1$

$3 * (-4) = 3 - (-\frac{4}{2}) = 5$

a) Berechne entsprechend:

(1)  $(-4) * (+2)$

(2)  $(+2) * (-4)$

b) Gib die Lösungsmengen für  $G = Z$  an:

(1)  $x * (-2) = 4$

(2)  $x * (+4) < 2$

c) Welche Zahl aus der Menge  $N_0$  muß man jeweils für  $z$  einsetzen, damit die folgenden Aussageformen die Lösungsmenge

$L = \{3, 2, 1, \dots\}$  haben?

(1)  $x * (+4) < z$

(2)  $x * z < 4$

6. Chor und Orchester einer Schule wollen eine Schallplatte bespielen. Die Schallplattenfirma teilt folgende Bedingungen mit: 200 Platten müssen mindestens bestellt werden. Für 300, 400 und 500 Platten ermäßigt sich der Preis jeweils um 15% gegenüber dem vorangegangenen Preis. Bei 300 Bestellungen kostet eine Schallplatte 17,-DM.

a) Berechne die fehlenden Preise in der Tabelle:

Anzahl	200	300	400
Einzelpreis		17,-	

b) Die Schule bestellt 300 Platten. Es sind 28,20 DM an Versand- und Nebenkosten zu zahlen. In der Schule werden die Schallplatten für 20,-DM pro Stück verkauft.

(1) Wie hoch ist der Selbstkostenpreis, den die Schule insgesamt aufzubringen hat?

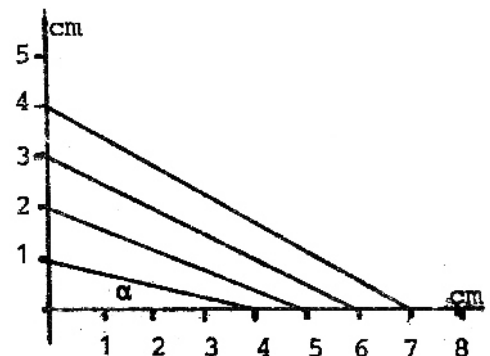
(2) Alle Schallplatten wurden verkauft. Wieviel Prozent Gewinn bezogen auf den Selbstkostenpreis hat die Schule erzielt?

7. In einem Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm entstehen Dreiecke mit dem gemeinsamen Eckpunkt in O, wenn man Punkte, die auf den Achsen liegen und ganzzahlige Koordinaten haben (siehe Figur) verbindet.

a) Berechne den Flächeninhalt der vier eingezeichneten Dreiecke.

b) Bestimme den Flächeninhalt des 15. so gebildeten Dreiecks.

c) Stelle eine Formel zur Berechnung des Flächeninhalts der so gebildeten Dreiecke auf. Verwende für die Länge der jeweils kürzesten Dreiecksseite die Variable  $n$ .



d) Der Winkel  $\alpha$  (siehe Figur) wird mit jedem weiteren Dreieck größer. Welchem Winkel  $\beta$  nähert er sich, wenn die Dreiecke beliebig groß werden? Begründe deine Antwort.

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

AUFGABEN DER GRUPPE C

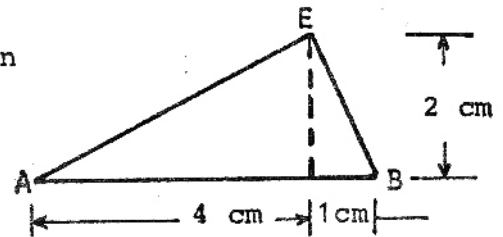
1. a) Zeichne das Dreieck ABE mit den in der Skizze angegebenen Maßen.

b) (1) Spiegele den Punkt A an der Geraden BE. Du erhältst den Punkt C.

(2) Spiegele den Punkt B an der Geraden AE. Du erhältst den Punkt D.

c) Zeichne das Viereck ABCD und drehe es im Punkt E um  $90^\circ$  im Uhrzeigersinn. Du erhältst das Viereck A'B'C'D'.

d) Zeichne das Viereck AC'CA' und bestimme dessen Flächeninhalt durch Zerlegung in Teilflächen!



2. Beachte bei der Lösung der folgenden Aufgabe:

$$\begin{aligned} \text{Selbstkostenpreis} + \text{Gewinn} &= \text{Verkaufspreis} \\ \text{Selbstkostenpreis} - \text{Verlust} &= \text{Verkaufspreis} \end{aligned}$$

Ein Autohändler verkauft zwei Personenwagen zu je 3 510,- DM.

a) Beim Verkauf des einen Wagens erzielte er einen Gewinn in Höhe von 35%.

- (1) Berechne den Selbstkostenpreis des Wagens!  
 (2) Gib den Gewinn in DM an!

b) Beim Verkauf des anderen Wagens hatte der Händler einen Verlust in Höhe von 35%.

- (1) Berechne den Selbstkostenpreis des Wagens!  
 (2) Gib den Verlust in DM an!

c) Welchen Gewinn bzw. welchen Verlust (in DM) hatte der Händler nach dem Verkauf der beiden Personenwagen?

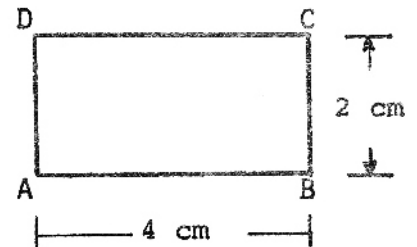
3. Zeichne das Rechteck ABCD mit den in der Skizze angegebenen Maßen.

a) Verbinde die Punkte B und D. Konstruiere die Mittelsenkrechte auf der Strecke  $\overline{BD}$ . Die Mittelsenkrechte schneidet die Strecke  $\overline{AB}$  im Punkt E und die Strecke  $\overline{CD}$  im Punkt F.

b) Zeichne das Viereck EBF D und bestimme dessen Flächeninhalt!

c) Die Gerade EF schneidet die Gerade BC im Punkt H und die Gerade AD im Punkt G.

d) Zeichne das Viereck GBHD und bestimme dessen Flächeninhalt durch Zerlegung in Teilflächen!



4. a) Berechne den Wert des Terms  $\frac{2 \cdot a \cdot c}{a + c}$ , wenn (1)  $a = 30$ ;  $c = 20$

(2)  $a = 18$ ;  $c = -9$

b) Berechne den Wert des Terms  $\frac{a \cdot b}{2 \cdot a - b}$ , wenn (1)  $a = 24$ ;  $b = 16$

(2)  $a = -12$ ;  $b = -8$

c) Berechne in der Gleichung  $\frac{a - b}{b - c} = \frac{a}{c}$  den Wert des Platzhalters b, wenn  $a = 18$  und  $c = 6$  ist!

P  
F  
L  
I  
C  
H  
T  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

5. Zum Füllen eines Schwimmbeckens stehen 4 Rohre zur Verfügung.
- In einer Stunde kann man durch Rohr A das Becken zur Hälfte füllen, durch Rohr B zu einem Viertel. Nach wieviel Minuten ist das Becken gefüllt, wenn durch beide Rohre Wasser läuft?
  - Durch Rohr C kann in einer Stunde  $\frac{3}{4}$  des Beckens gefüllt werden. Nach wieviel Minuten ist das Becken gefüllt, wenn durch Rohr A und durch Rohr C gleichzeitig Wasser zufließt?
  - Durch die Rohre A und D kann das Becken in 72 Minuten gefüllt werden. Nach wieviel Minuten ist das Becken gefüllt, wenn nur durch das Rohr D Wasser zufließt?
6. Setze bei den folgenden Aufgaben für die Platzhalter einstellige natürliche Zahlen so ein, daß die Gleichungen erfüllt sind.

- a) Das Produkt  $m \cdot a \cdot b$  ergibt eine zweistellige Zahl mit den Ziffern  $\boxed{a|b}$ ; d.h.:

$$m \cdot a \cdot b = \boxed{a|b}$$

Beispiel:  $6 \cdot 1 \cdot 2 = \boxed{1|2}$

---


$$3 \cdot 2 \cdot \square = \boxed{2|\square}$$

$$2 \cdot \square \cdot \square = \boxed{\square|6}$$

- b) Das Produkt  $m \cdot a \cdot b \cdot c$  ergibt eine dreistellige Zahl mit den Ziffern  $\boxed{a|b|c}$ ; d.h.:

$$m \cdot a \cdot b \cdot c = \boxed{a|b|c}$$

Beispiel:  $4 \cdot 3 \cdot 8 \cdot 4 = \boxed{3|8|4}$

---


$$8 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \square = \boxed{1|2|\square}$$

$$9 \cdot 1 \cdot \square \cdot 5 = \boxed{1|\square|5}$$

$$\square \cdot 1 \cdot \square \cdot 4 = \boxed{1|\square|4}$$

$$5 \cdot 1 \cdot \square \cdot \square = \boxed{1|\square|\square}$$

$$8 \cdot 6 \cdot \square \cdot \square = \boxed{6|\square|\square}$$

$$\square \cdot 7 \cdot \square \cdot \square = \boxed{\square|\square|\square}$$

7. a) (1) Zwei Kinder, 16 und 8 Jahre alt, teilen 210,-DM so auf, daß jedes Kind einen Geldbetrag erhält, der im Verhältnis zum jeweiligen Alter steht. Wieviel DM erhält jedes Kind?
- (2) Wie hätte die Aufteilung vor 2 Jahren erfolgen müssen?
- (3) Wie müßte die Aufteilung in 2 Jahren aussehen?

- b) Drei Kinder (Angelika, Bruno und Martina) teilen 700,-DM so auf, daß jeder Geldbetrag im Verhältnis zum jeweiligen Alter steht. Jedesmal, wenn Angelika 3 DM erhält, bekommt Bruno 2 DM, und für 4 DM von Angelika erhält Martina 5 DM. Wieviel DM erhält jedes Kind?

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N