AUFGABEN DER GRUPPE A

PFLICHTAUFGABEN

1. Wenn x eine Zahl bezeichnet, dann gibt $|x|$ den Abstand an, den die Zahl vom Nullpunkt der Zahlengerade hat.

   Beispiele: $|5| = 5$ bzw. $|-6| = 6$

   a) Gib zu den folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen die Lösungsmengen jeweils in aufzählender Form an; G = Z.

   (1) $|x + 5| = 4$
   (2) $|x + 5| > 4$
   (3) $|x| + 5 = 4$

   b) Es gilt $x \in \{0, 1, 2, \ldots, 6\}$ und $y \in \{0, 1, 2, \ldots, 6\}$. Bestimme für die folgenden Gleichungen die jeweilige Lösungsmenge und kennzeichne die zugehörigen Punkte in einem rechtwinkligen Koordinatensystem.

   (1) $|x| = |y|$
   (2) $|x| \cdot |y| = 6$

2. a) Zeichne ein Dreieck ABC aus $|AC| = 10$ cm, $|AB| = 4$ cm und $w(\alpha) = 120^\circ$. Konstruiere den Mittelpunkt M der Seite $\overline{BC}$; drehe dann das Dreieck ABC um 180° um den Punkt M.

   b) Berechne die Größe des Winkels $\sphericalangle$ ABA'.

   c) Zeichne die vier Winkelhalbierenden in dem Viereck ABA'C. Beweise, daß jeweils zwei Winkelhalbierende zueinander parallel sind.

   d) Die Schnittpunkte der vier Winkelhalbierenden sind R, S, T, U. Beweise, daß das Viereck RSTU ein Rechteck ist.

WAHLAUFGABEN

3. a) Bestimme die jeweilige Lösungsmenge; G = $\mathbb{Q}$.

   (1) $(x + 7) \cdot (x - 2) = 0$
   (2) $(x + 7) \cdot (x - 2) < 0$

   b) Die folgenden Gleichungen kann man umwandeln, so daß Produktterme (vgl. 3.a) entstehen. Forme die folgenden Gleichungen um und bestimme dann die jeweilige Lösungsmenge; G = $\mathbb{Q}$.

   (1) $x^2 - 8x + 16 = 0$
   (2) $16x^2 - 25 = 0$
   (3) $x^2 - 7x + 12 = 0$

4. Bei allen Aufgabenteilen muß der konstruktive Lösungsweg erkennbar sein!

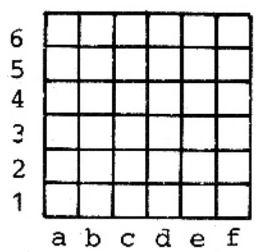
   a) Markiere in einem rechtwinkligen Koordinatensystem die Punkte B(7|5) und D(1|3).

   (1) Konstruiere ein Quadrat, das die Strecke $\overline{BD}$ als Diagonale hat.
   (2) Es gibt viele Parallelogramme, die $\overline{BD}$ als Diagonale haben und deren Flächeninhalt 24 cm^2 beträgt. Konstruiere zwei verschiedene Parallelogramme, die den beiden angegebenen Bedingungen genügen.

   b) Ein Rechteck soll den Flächeninhalt 24 cm^2 haben; die Diagonale muß 8 cm lang sein. Konstruiere ein solches Rechteck.

WAHLAUFGABEN

5. Ines und Dora spielen mit zwei Würfeln, der eine hat wie üblich die Zahlen 1, 2, ...,6; der andere zeigt die Buchstaben a, b, c, d, e, f. Beide Würfel werden gleichzeitig geworfen. Das Ergebnis wird auf einem Spielplan markiert.



a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit trifft Dora ein Eckfeld bei ihrem ersten Wurf?

b) Ines hat (b - 2) geworfen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß Dora beim nächsten Wurf das gleiche Feld trifft?

c) Ines wirft (c - 4). Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß beim nächsten Wurf von Dora die Würfel weder c noch 4 zeigen?

d) Ines und Dora vergleichen die Ergebnisse zweier aufeinanderfolgender Würfe.
(1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß beide dasselbe Feld treffen?
(2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß beide verschiedene Eckfelder treffen?
(3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß jeder von beiden ein Feld im Inneren des Spielplanes trifft?

6. Zwei Zahlen heißen "restgleich" bezüglich 7, wenn sie bei Division durch 7 den gleichen Rest lassen. So sind zum Beispiel 4, 11, 18, ... restgleich bezüglich 7, der Rest ist jeweils 4. Man schreibt

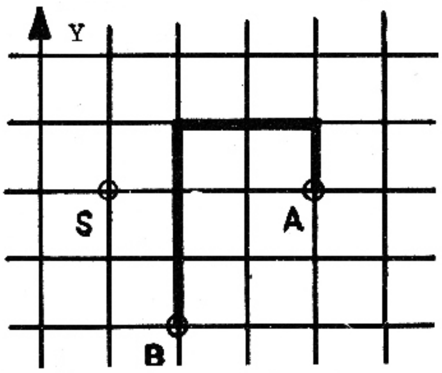
$$4 \overset{7}{\equiv} 11 \quad \text{oder} \quad 18 \overset{7}{\equiv} 39.$$

Gib zu folgenden Gleichungen die Lösungsmenge jeweils an; $G = \{0, 1, 2, 3, ...\}$.

a) $x \overset{7}{\equiv} 17$ b) $x \overset{7}{\equiv} 35$ c) $2x \overset{7}{\equiv} 1982$

d) $x + 5 \overset{7}{\equiv} 3$ e) $3x + 5 \overset{7}{\equiv} 8$ f) $5x + 6 \overset{7}{\equiv} 3$

7. Ein LINKSKÄFER bewegt sich auf den Linien eines Gitternetzes. Er kann geradeaus krabbeln oder nach links abbiegen und weiterkrabbeln. Der LINKSKÄFER startet immer in Richtung der Y-Achse. Die Bewegung des Käfers läßt sich durch eine Zahlenfolge beschreiben. So wird der Weg von A nach B in der nebenstehenden Figur dargestellt durch (1 - 2 - 3). Das bedeutet; Der Käfer geht zuerst eine Einheitsstrecke in der Y-Richtung wendet sich nach links und läuft nun zwei Einheitsstrecken in der neuen Richtung. Danach wendet er sich wieder nach links und kommt nach drei Einheitsstrecken im Punkt B an.



a) Der Käfer startet in S. Gib durch eine passende Zahlenfolge den kürzesten Weg nach A an.

b) Ergänze die folgenden Wegangaben so, daß der LINKSKÄFER wieder zu seinem Ausgangspunkt zurückkommt.
(1) (2 - 3 - x - 3)
(2) (2 - z - 4 - 6 - 2 - z)
(3) (1 - 6 - u - 5 - 3 - 4 - 1 - v -6)
(4) (1 - 2 - r - 2 - s)
(5) (1 - 2 - y - 1 - 2 - y - 1 - 2 - y - 1 - 2 - y)

AUFGABEN DER GRUPPE B

PFLICHTAUFGABEN

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in auszählender Form an; Grundmenge $G = \mathbb{Z}$.

   a) $x + (3x + 8) = 3x - 4 - (x + 6)$

   b) $x \cdot (3x + 8) = (3x - 4) \cdot (x + 6)$

   c) $x \cdot (3x + 8) > x \cdot (3x - 4) + 6$

   d) $(3x + 8)^2 < (3x - 4) \cdot (3x + 4)$

2. a) Konstruiere ein Dreieck aus $|AB| = 5{,}5$ cm; $w(\alpha) = 32^\circ$ und $w(\beta) = 116^\circ$.

   b) Errichte auf $\overline{AB}$ im Punkt B die Senkrechte. Der Schnittpunkt der Senkrechten mit der Seite $\overline{AC}$ ist D.

   c) Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden BD und benenne die Bildpunkte mit A', B', C' und D'.

   d) Berechne die Größe des Winkels $\sphericalangle$ BDC.

   e) Konstruiere einen Kreis, der durch die Punkte A, A', C und C' geht, und benenne seinen Mittelpunkt mit M.

WAHLAUFGABEN

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

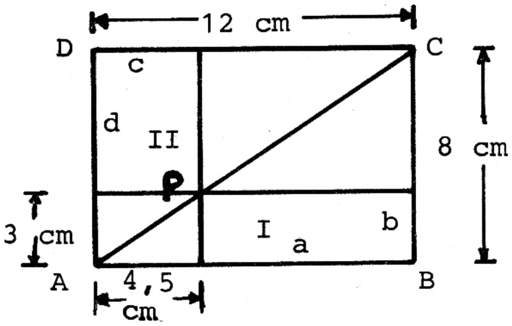
   a) $2 - 2x > 5x + 5$

   b) $2x \cdot 2 = 5x : 5$

   c) $2x : 2 = 5x : 5$

   d) $2 : 2x = 5x : 5$

4. Im Rechteck ABCD, das 12 cm lang und 8 cm breit ist, liegt auf der Diagonalen $\overline{AC}$ ein Punkt P. Durch P laufen Parallelen zu den Seiten des Rechtecks. Dadurch entstehen zwei Rechtecke I und II mit den Seiten a, b, c und d (siehe Figur).



   a) Berechne den Flächeninhalt der beiden Rechtecke I und II gemäß Figur.

   b) Der Punkt P wandert auf der Diagonalen $\overline{AC}$, wobei sich die Seiten a, b, c und d jeweils verändern. Ergänze die folgende Tabelle:

	RECHTECK I			RECHTECK II		
	a	b	Flächeninhalt	c	d	Flächeninhalt
(1)				3cm	6cm	
(2)		5cm				22,5cm²
(3)					4cm	

   c) Zeichne das Rechteck ABCD mit den Maßen 12 cm und 8 cm und mit der Diagonalen $\overline{AC}$. Konstruiere einen Punkt P auf $\overline{AC}$ so, daß Rechteck I (siehe Figur) ein Quadrat ist. Der Konstruktionsweg muß erkennbar sein.

WAHLAUFGABEN

5. a) Familie Groß spielt im Zahlenlotto. An jedem Wochenende zahlen die Eltern je 2 DM Einsatz, die beiden Söhne je 1 DM Einsatz. Familie Groß will ihren Gewinn von 8616 DM entsprechend ihren Einsätzen aufteilen. Wieviel DM erhält jeder?

   b) 4830 DM sollen unter drei Brüdern so verteilt werden, daß der zweite Bruder das Doppelte des ersten, der dritte Bruder das Doppelte des zweiten erhält. Berechne die Anteile.

   c) Unter drei Schwestern sollen 3600 DM so verteilt werden, daß die zweite Schwester 65 DM mehr als die erste und die dritte Schwester 65 DM mehr als die zweite erhält. Berechne die Anteile.

   Der Lösungsweg muß jeweils erkennbar sein.

6. Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm.

   a) Trage die Punkte $A(-2|-1)$ und $C(4|2)$ ein.

   b) Zeichne das Rechteck ABCD, dessen Seiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen. Gib die Koordinaten von B und D an.

   c) Zeichne eine Raute (Rhombus) ein, deren Eckpunkte auf den Seiten des Rechtecks ABCD liegen.

   d) Vergleiche die Flächeninhalte von Raute und Rechteck. Gib dazu einen Bruch an.

   e) Zeichne eine andere Raute (Rhombus), deren Eckpunkte auf den Symmetrieachsen des Rechtecks liegen und deren Flächeninhalt doppelt so groß ist wie der des Rechtecks. Es gibt mehrere Lösungen. Zeichne zwei.

7. a) Gib zu den folgenden Zahlenrätseln jeweils die gesuchte Zahl an.

   (1) Subtrahiert man von einer Zahl 9 und multipliziert die Differenz mit 3, so erhält man -15.

   (2) Multipliziert man eine Zahl mit $\frac{1}{2}$ und subtrahiert von dem Produkt $\frac{1}{4}$, so erhält man $\frac{1}{2}$.

   b) Gib zu den folgenden Zahlenrätseln jeweils alle Zahlen an, die die gestellten Bedingungen erfüllen.

   (1) Multipliziert man eine natürliche Zahl mit 12 und subtrahiert von dem Produkt 7, so erhält man eine Zahl, die kleiner als 3o ist.

   (2) Zu einer natürlichen Zahl wird die Hälfte dieser Zahl addiert. Die Summe wird mit 3 multipliziert. Das Produkt ist jeweils ein Vielfaches von 9.

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1981/82 DES LANDES HESSEN 2. RUNDE

AUFGABEN DER GRUPPE C

PFLICHTAUFGABEN

1. Gegeben ist ein Würfel mit der Kantenlänge a = 6 cm.

   a) Berechne das Volumen des Würfels!

   b) Zerlege diesen Würfel in 8 gleich große Würfel.
   (1) Wieviel Schnitte sind mindestens erforderlich?
   (2) Gib die Kantenlänge eines dieser Würfel an!

   c) Zerlege den gegebenen Würfel in Würfel mit einem Volumen von je 8 cm^3.
   (1) Wieviel Würfel erhältst du?
   (2) Wieviel Schnitte sind mindestens erforderlich?

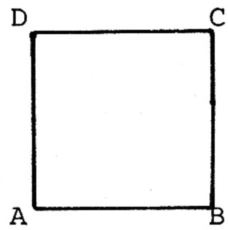
   d) Wieviel Schnitte sind mindestens erforderlich, wenn der gegebene Würfel nur in Einheitswürfel (Kantenlänge a = 1 cm) zerlegt werden soll?

2. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge für die Grundmenge $G = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, \dots\}$!

   a) (1) $4 \cdot x + 16 = 72$
   (2) $4 \cdot (x + 16) = 72$
   (3) $5 - 4 \cdot x = -7$

   b) (1) $x \cdot (x - 5) = x$
   (2) $x \cdot x + x > 18$
   (3) $x \cdot (2 \cdot x - x) < 18$

WAHLAUFGABEN



3. a) Zeichne das Quadrat ABCD mit einer Seitenlänge a = 4 cm. Halbiere die Strecke $\overline{BC}$. Du erhältst den Punkt E. Halbiere die Strecke $\overline{CD}$. Du erhältst den Punkt F.

   b) (1) Spiegele den Punkt E an der Geraden CD. Du erhältst den Punkt G.
   (2) Spiegele den Punkt A an der Geraden CD. Du erhältst den Punkt H.

   c) Zeichne das Fünfeck AEGHF und spiegele es an der Geraden BG. Du erhältst das Fünfeck E'A'F'H'G'.

   d) Zeichen den Stern AEA'F'H'G'HF und bestimme dessen Flächeninhalt.

   e) Zeichne das Viereck FE'F'G und bestimme dessen Flächeninhalt.

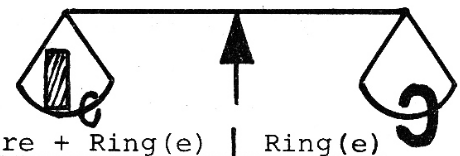
4. Ein Händler verwendet vier verschieden große Metallringe zum Abwiegen seiner Waren, und zwar:

   $$\frac{1}{8}\text{ kg},\ \frac{3}{8}\text{ kg},\ 1\frac{1}{8}\text{ kg} \text{ und } 3\frac{3}{8}\text{ kg}.$$

   a) Gib die kleinste Menge an, die der Händler abwiegen kann.

   b) Gib die größte Menge an, die der Händler abwiegen kann.

c) Der Händler will die in der Tabelle genannten Warenmengen abwiegen. Gib an, welche Ringe er an einer, bzw. an beiden Waagschalen aufhängen muß!



Zeichne die nebenstehende Tabelle ab und fülle sie aus.

	Ware + Ring(e)	Ring(e)
z.B.	$\frac{3}{4}$ kg + $\frac{3}{8}$ kg	$1\frac{1}{8}$ kg
(1)	$3\frac{1}{2}$ kg	
(2)	$2\frac{1}{4}$ kg	
(3)	$4\frac{3}{4}$ kg	
(4)	$1\frac{7}{8}$ kg	

W A H L A U F G A B E N

5. Ein Kaufhaus erhielt in 4 Paketen insgesamt 4oo Blumenvasen, von denen durch schlechte Verpackung 28% beschädigt waren.

   a) Wie viele Vasen waren beschädigt?

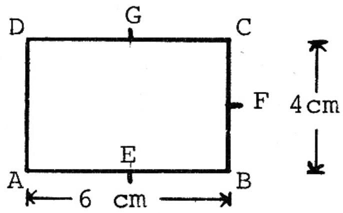
   b) Im ersten Paket waren von 128 Vasen 37,5% beschädigt. Wie viele beschädigte Vasen befanden sich im ersten Paket?

   c) Im zweiten Paket waren von 125 Vasen 28 Stück beschädigt. Wieviel Prozent der **Vasen** waren im zweiten Paket beschädigt?

   d) Im dritten Paket waren 12 Vasen beschädigt, das sind 16%. Wie viele Vasen befanden sich im dritten Paket?

   e) (1) Wie viele Vasen befanden sich im vierten Paket?
      (2) Wieviel Prozent der Vasen waren im vierten Paket beschädigt?

6. a) (1) Zeichne das abgebildete Rechteck ABCD mit den in der Skizze angegebenen Maßen. Die Punkte E, F und G kennzeichnen die Seitenmitten.
      (2) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks ABCD.



   b) Zeichne das Dreieck EFG und bestimme dessen Flächeninhalt.

   c) Zeichne das Dreieck BFG und bestimme dessen Flächeninhalt.

   d) Zeichne das Dreieck AFG und bestimme dessen Flächeninhalt durch Zerlegung des gegebenen Rechtecks.

7. <u>Für die folgenden Aufgaben gilt:</u>

   Die Differenz von zwei vierstelligen Zahlen soll 1o89 betragen.
   <u>Beachte:</u> Die gegebenen Ziffern dürfen in jeder Aufgabe <u>nur einmal</u> verwendet werden.

   ....(1.Zahl)
   - ....(2.Zahl)
   1o89

   a) Die erste Zahl wird aus den Ziffern 2, 4, 6, 8 und die zweite Zahl aus den Ziffern 1, 3, 7, 9 gebildet.
   Beispiel: 4268
   - 3179
   1o89
   Gib zwei weitere Lösungsmöglichkeiten an!

   b) Die erste Zahl wird aus den Ziffern 1, 3, 7, 9 und die zweite Zahl aus den Ziffern 2, 4, 6, 8 gebildet. Gib zwei Lösungsmöglichkeiten an!

   c) Bilde aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 zwei vierstellige Zahlen die jeweils aus zwei geraden und ungeraden Ziffern bestehen. Gib zwei Lösungsmöglichkeiten an!