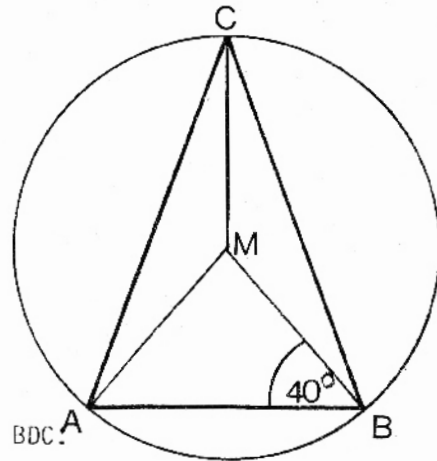


AUFGABEN DER GRUPPE A

1. Das Dreieck ABC ist gleichschenkelig.
M ist der Mittelpunkt des Umkreises.
Außerdem gilt: $\sphericalangle ABM = 40^\circ$.



- a) Berechne die Größe folgender Winkel:

- α) $\sphericalangle AMB$
β) $\sphericalangle ABC$
γ) $\sphericalangle ACB$

- b) Die Senkrechte in B zu \overline{MB} und die Senkrechte in C zu \overline{MC} schneiden sich im Punkt D.

- α) Es gilt: $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$. Beweise dies!
β) Berechne die Größe des Winkels $\sphericalangle BDC$.
γ) Es gilt: $\overline{CB} \perp \overline{MD}$. Beweise dies!

2. Zu den folgenden Aussagen ist jeweils zunächst eine entsprechende Gleichung oder Ungleichung anzugeben.
Zur Beantwortung genügt die Angabe der jeweiligen Lösungsmenge (aufzählende Form); $G = Z$.

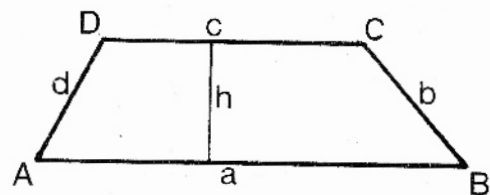
- a) Das Dreifache einer Zahl ist um 6 größer als das Fünffache der um 2 vermehrten Zahl.
b) Das Doppelte einer um 1 verminderten Zahl ist um 2 kleiner als das Doppelte der Zahl.
c) Multipliziert man eine Zahl mit sich selbst, so erhält man mehr, als wenn man die Zahl mit 4 multipliziert.

3. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge; $G = Q$.

- a) $(x + 2)(x + 1) = (x - 2)(x + 3)$
b) $(x + 1)(x - 7) = (x + 1)(x + 5)$
c) $x^2 - 12x + 36 = 0$
d) $36x^2 - 49 = 0$
e) $x^3 - 4x^2 + 4x = 0$

4. a) Konstruiere ein Trapez mit $a = 6\text{ cm}$,
 $b = 3\text{ cm}$, $d = 2,5\text{ cm}$, $h = 2\text{ cm}$.

Spiegele das Trapez am Mittelpunkt der Seite \overline{AD} (Punktspiegelung!), spiegele das Bildtrapez am Mittelpunkt der Seite $\overline{D'C'}$. Spiegele das Ausgangstrapez am Mittelpunkt der Seite \overline{AB} .



Die vier Trapeze fügen sich bei A ohne Überlappungen und ohne Lücke zusammen. BEGRÜNDE dies !

- b) Ein beliebiges Dreieck ABC werde in entsprechender Weise durch Punktspiegelungen abgebildet. Bei jeder Punktspiegelung wird nur ein Dreieck gespiegelt.

Wie viele Punktspiegelungen sind erforderlich, damit sich das Dreieck ABC und die Bilddreiecke bei A ebenfalls ohne Überlappungen und ohne Lücken zusammenfügen?

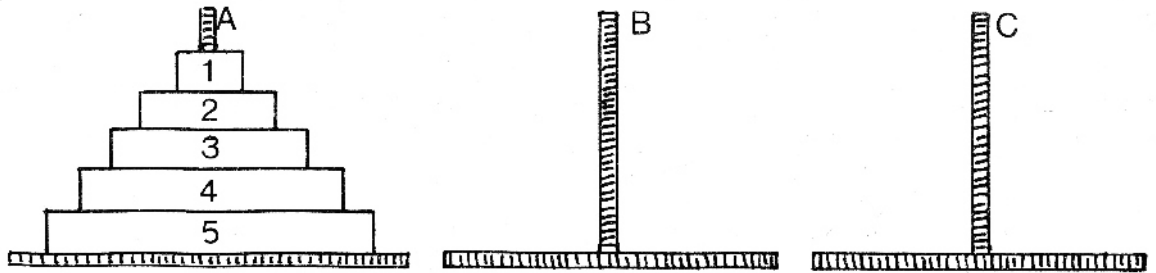
Die Antwort ist zu begründen!

- c) Kann ein regelmäßiges Fünfeck ABCDE in entsprechender Weise so abgebildet werden, daß sich bei A das Fünfeck und die Bildfiguren ohne Lücken und ohne Überlappungen zusammenfügen?

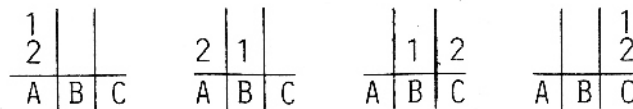
P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

5. Auf der abgebildeten Stange A sind durchbohrte und numerierte Scheiben so aufgesteckt, daß der Radius der Scheiben mit zunehmender Nummer größer wird.



Es soll nun eine Scheibe nach der anderen auf eine andere Stange gesetzt werden. Dabei darf jedoch niemals eine größere Scheibe auf einer kleineren zu liegen kommen. Um die 1. und 2. Scheibe auf die Stange C zu versetzen, sind demnach 3 Umsetzungen erforderlich. Beachte die folgende Darstellung dieser 3 Umsetzungen.



- a) Die Scheiben 1 bis 3 sollen entsprechend auf die Stange C gesetzt werden. Stelle die Umsetzungen nach dem oben angegebenen Schema dar.
- b) Wie viele Umsetzungen sind erforderlich um
- a) vier Scheiben
 - b) fünf Scheiben
- entsprechend auf die Stange C umzusetzen?
- c) Aus wieviel Scheiben bestand ein Turm, der mit genau 255 Umsetzungen von A nach C versetzt wurde?
6. Alfons Rocktäschel hat einige Briefmarken in seiner Tasche: fünf 30-Pfennig-Marken, drei 50-Pfennig-Marken und eine 100-Pfennig-Marke. Die Briefmarken unterscheiden sich, abgesehen vom Aufdruck, nicht.
- a) Alfons hat eine 30-Pfennig-Marke aus seiner Tasche gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß diese zusammen mit einer zweiten Briefmarke, die Alfons zufällig aus seiner Tasche zieht, ausreicht, um eine Postkarte mit
- (1) genau 60 Pfennig
 - (2) mindestens 80 Pfennig
- zu frankieren?
- b) Alfons zieht zwei Briefmarken aus seiner Tasche. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann er damit einen Brief mit genau 80 Pfennig frankieren?
- c) Alfons zieht drei Briefmarken aus seiner Tasche. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann er damit eine Drucksache mit genau 200 Pfennig frankieren?
7. a) Konstruiere ein Dreieck mit $|AB| = 8 \text{ cm}$, $\sphericalangle ACB = 90^\circ$ und dem Flächeninhalt 10 cm^2 .
- b) M ist der Mittelpunkt der Strecke \overline{AB} . Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks AMC.
- c) Konstruiere einen Punkt D, so daß das Trapez ABDC 15 cm^2 groß ist.
- d) Markiere einen Punkt C', so daß das Dreieck ABC' einen möglichst großen Flächeninhalt besitzt, wenn $\sphericalangle AC'B = 90^\circ$ ist. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks AC'B.

AUFGABEN: Es sind die beiden Pflichtaufgaben und zwei Wahlaufgaben zu lösen.
ARBEITSZEIT: Maximal 90 Minuten - bei Punktgleichheit entscheidet die benötigte Arbeitszeit über die Platzierung.
HILFSMITTEL: Taschenrechner oder Rechenstäbe dürfen nicht benutzt werden.

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

AUFGABEN DER GRUPPE B

1. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge; $G = \mathbb{Z}$.

a) $x + (3x - 5) = (3x + 7) - (x - 6)$

b) $x \cdot (3x - 5) = (3x + 7) \cdot (x - 6)$

c) $x \cdot (3x - 5) > x \cdot (3x + 7) + (x - 6)$

d) $(4x + 5)^2 + (3x + 7)(3x - 7) > (5x - 4)^2$

2. In einem Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ist der Punkt $A(-1|3)$ eingetragen (siehe Figur).

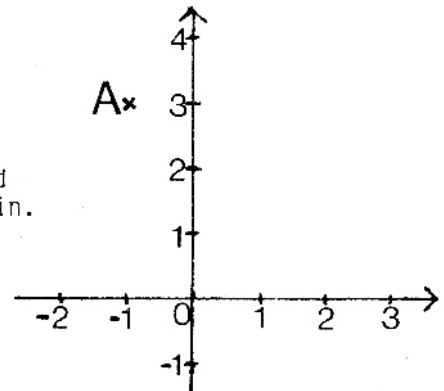
a) Zeichne ein entsprechendes Koordinatensystem und zeichne die Punkte $A(-1|3)$, $B(2|0)$ und $C(5|3)$ ein.

b) Zeichne einen vierten Punkt D so ein, daß $ABCD$ ein Quadrat ist. Gib die Koordinaten von D an.

c) Verschiebe das Quadrat so, daß der Bildpunkt A' im Nullpunkt des Koordinatensystems liegt.

d) Bestimme den Flächeninhalt der Fläche, die beide Quadrate gemeinsam haben; ohne zu messen!

e) Es gibt eine Möglichkeit, das Quadrat $ABCD$ so zu drehen, daß D auf B' und A auf C' abgebildet wird. Zeichne den Drehpunkt M ein und gib seine Koordinaten an.



3. Die folgenden Aufgaben sollen jeweils mit Hilfe einer Gleichung gelöst werden.

a) Frau K. gibt ihr Alter so an: "Heute bin ich dreimal so alt wie vor 18 Jahren." Wie alt ist sie heute?

b) Peter ist jetzt dreimal so alt wie seine Schwester Ute. In 4 Jahren ist er nur noch doppelt so alt wie Ute. Wie alt sind die beiden heute?

c) Jörgs Alter verhält sich zum Alter seines Vaters wie 3 : 7. Der Vater ist 28 Jahre älter als sein Sohn. Wie alt sind die beiden?

4. a) Zeichne ein Dreieck ABC mit $|AB| = 7$ cm, $w(\alpha) = 37^\circ$ und $w(\beta) = 53^\circ$.

b) Konstruiere mit Zirkel und Lineal die Mittelsenkrechte der Seite \overline{AB} . Sie schneidet die Gerade BC im Punkt D . Zeichne das Dreieck ABD .

c) Berechne die Größe der Winkel $\sphericalangle DAC$ und $\sphericalangle ADB$.

d) Spiegele das Dreieck ABD an der Geraden BD .

e) Konstruiere den Mittelpunkt M des Kreises, der das Viereck $ABA'D$ von innen berührt und zeichne den Kreis.

f) Wie groß ist der Winkel $\sphericalangle MAB$?

AUFGABEN: Es sind die beiden Pflichtaufgaben und zwei Wahlaufgaben zu lösen!
 ARBEITSZEIT: Maximal 90 Minuten - bei Punktgleichheit entscheidet die benötigte Arbeitszeit über die Platzierung.

HILFSMITTEL: Taschenrechner oder Rechenstäbe dürfen nicht benutzt werden!

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

5. a) Bei Tarifverhandlungen wird eine Lohnerhöhung von 3,25%, mindestens aber von 52 DM monatlich ausgehandelt.
- (1) Herr Schmitz verdiente bisher im Monat 2240 DM.
Berechne seinen neuen Monatslohn.
- (2) Herr Müller erhielt bisher monatlich 1440 DM.
Berechne seinen neuen Monatslohn.
- (3) Wieviel DM mußte man bisher mindestens verdienen, damit die Lohnerhöhung mehr als 52 DM beträgt?
- b) Herr Weber, er hatte ein Monatsgehalt von 2400 DM, erhält eine Gehaltserhöhung von 2,25% und außerdem eine monatliche Zulage von 30 DM. Um wieviel Prozent hat sich sein Einkommen insgesamt erhöht?

6. Zwischen zwei rationalen Zahlen a und b (mit $a \neq 0$) wird folgende Verknüpfung definiert:

$$a * b = \frac{a + b}{a}$$

BEISPIELE: $6 * 3 = \frac{6 + 3}{6} = \frac{9}{6} = 1,5$

$$-1,5 * (-3) = \frac{-1,5 + (-3)}{-1,5} = \frac{-4,5}{-1,5} = 3$$

- a) Berechne entsprechend:

$$\begin{aligned} 4 * 8 &= \\ -5 * (-7) &= \\ 2,5 * 12,5 &= \end{aligned}$$

- b) Bestimme die Lösungsmenge; $G = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$

$$\begin{aligned} 10 * x &= 1,5 \\ x * 90 &= 11 \\ x * x &= 2 \end{aligned}$$

- c) Für welche natürlichen Zahlen a und b gilt: $a * b = b$?

7. Gegeben sind 16 Gitterpunkte eines Quadratgitters, von denen zwei mit A und B gekennzeichnet sind.

- a) Wie viele Geraden gibt es, die durch jeweils 4 Gitterpunkte gehen?

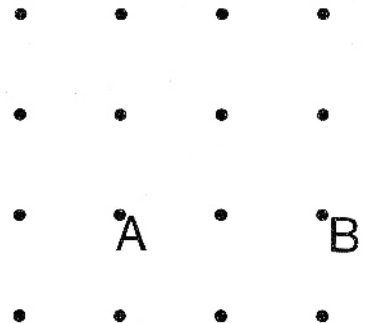
- b) Wie viele Geraden gibt es, die durch genau 3 Gitterpunkte gehen?

- c) Zeichne die Gitterpunkte und ziehe alle Geraden, die durch den Punkt A und mindestens einen weiteren Punkt gehen.

- d) A und B sind Eckpunkte von Dreiecken. Wie viele Dreiecke gibt es, wenn auch die dritte Ecke ein Gitterpunkt ist?

- e) A ist ein Eckpunkt von Quadraten. Wie viele Quadrate gibt es, wenn auch die anderen Eckpunkte der Quadrate Gitterpunkte sind?

- f) Wie viele Quadrate, deren Eckpunkte Gitterpunkte sind, gibt es insgesamt ? (Lage und Größe der Quadrate sind beliebig.)

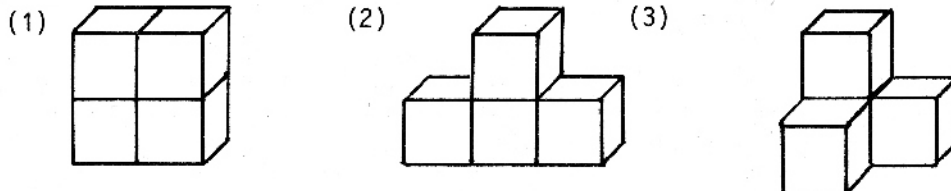


W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

AUFGABEN DER GRUPPE C

1. Gegeben sind Würfel mit der Kantenlänge $a = 4 \text{ cm}$.

- Berechne das Volumen und die Oberfläche eines dieser Würfel.
- Zwei der Würfel werden zu einem Quader zusammengesetzt. Berechne die Oberfläche des Quaders.
- Aus je vier dieser Würfel werden verschiedene Körper zusammengesetzt. Berechne jeweils die Oberfläche der abgebildeten Körper (siehe Skizzen)!



d) Aus acht dieser Würfel wird der Körper zusammengesetzt, der eine möglichst kleine Oberfläche hat. Wie groß ist diese Oberfläche?

2. Bestimme jeweils die Lösungsmenge (= Erfüllungsmenge)!

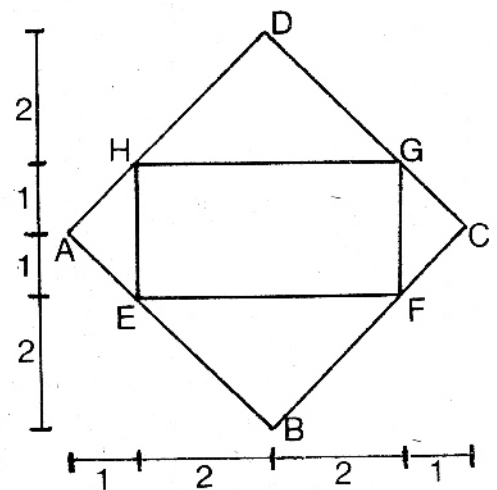
Beachte: Grundmenge ist $G = \{ 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, -1 \}$.

- $7 \cdot x + 28 = 35$
- $7 \cdot x + 28 > 35$
- $10 \cdot x - 15 = 5 \cdot x$
- $10 \cdot x - 15 < 5 \cdot x$
- $x + 3 < x \cdot x$
- $x = x \cdot x$

3. a) Zeichne das Quadrat ABCD mit dem innenliegenden Rechteck EFGH (gemäß Skizze) mit den angegebenen Maßen.

- Spiegele den Punkt D an der Strecke HG. Du erhältst den Punkt I.
- Spiegele den Punkt B an der Strecke EF. Du erhältst den Punkt K.
- Verbinde Punkt I mit H und G; verbinde Punkt K mit E und F. Du erhältst die Schnittpunkte L und M.
- Schraffiere das Viereck IMKL. Gib seinen Flächeninhalt als Bruchteil des Flächeninhaltes der Quadrates ABCD an. Wende dabei eine geeignete Flächenzerlegung an.

Maße in cm



b) Zeichne das Quadrat ABCD noch einmal.

- Verschiebe das Quadrat um 2 cm nach unten.
- Die beiden Quadrate haben ein gemeinsames Flächenstück.

Bestimme seinen Flächeninhalt in cm^2 , ohne zu messen.

Gib seinen Flächeninhalt als Bruchteil des Flächeninhaltes der Gesamtfigur an! Wende dabei geeignete Flächenzerlegungen an!

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

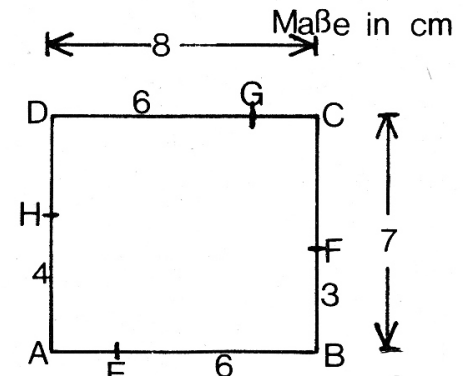
W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

4. Berechne die fehlenden Werte. Setze für x und y ganze Zahlen ein!
 (Z = {..., -2, -1, 0, +1, +2, ...})

	x	y	Term	Wert des Terms
Beispiel:	8	5	3 ·x + 7 ·y	3 ·8 + 7 ·5 = 59
a)	4	3	5·x - 4·y	
b)	4	3	(5·x - 4)·y	
c)	4	3	5·(x - 4·y)	
d)	6		6·x + 4·y	= 40
e)	4		3·x - 5·y	= 27
f)			4·x - 3·y	= 21

5. An einer Schule mit 1200 Schülern fand eine Abstimmung über die Durchführung eines Schulfestes statt.
- 65% der Schüler nahmen an der Abstimmung teil. Wieviel Schüler waren das?
 - Es wurden 624 Ja-Stimmen abgegeben.
 - Wieviel % aller Schüler stimmten mit "Ja" ?
 - Wieviel % der abgegebenen Stimmen waren das?
 - Von den Schülern des 7. und 8. Schuljahres stimmten insgesamt 323 mit "Ja". Das waren 85% dieser Schüler. Wieviel Schüler besuchten die Klassen 7 und 8 ?

6. a) Zeichne das Rechteck ABCD mit den in der Skizze angegebenen Maßen. Gib seinen Flächeninhalt in cm² an!



- Trage die Punkte E, F, G und H gemäß der Skizze in das Rechteck ein. Zeichne das Viereck EFGH.
 - Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks EFGH in cm² (ohne zu messen) !
 - Zeichne die Seitenmitten M₁, M₂, M₃ und M₄ des Vierecks EFGH ein. Verbinde sie zum Viereck M₁M₂M₃M₄ !
 - Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks M₁M₂M₃M₄ durch Zerlegung in Teilflächen.
7. a) Die Summe der Zahlen a und b beträgt 46. a ist um 8 größer als b. Wie heißen die beiden Zahlen?
- b) Die Summe zweier Zahlen c und d beträgt 72. d ist dreimal so groß wie c. Wie heißen die beiden Zahlen?
- c) Die Summe der Zahlen e, f und g beträgt 64. f ist um 7 größer als e, g ist um 9 kleiner als e. Wie heißen die drei Zahlen?
- d) Die Summe der Zahlen h und i beträgt 40, die der Zahlen i und k beträgt 48, die der Zahlen h und k beträgt 54. Wie heißen die drei Zahlen?

AUFGABEN: Es sind die beiden Pflichtaufgaben und zwei Wahlaufgaben zu lösen.
ARBEITSZEIT: Maximal 90 Minuten - bei Punktgleichheit entscheidet die benötigte Arbeitszeit über die Platzierung.
HILFSMITTEL: Taschenrechner oder Rechenstäbe dürfen nicht benutzt werden.