8.12.1983

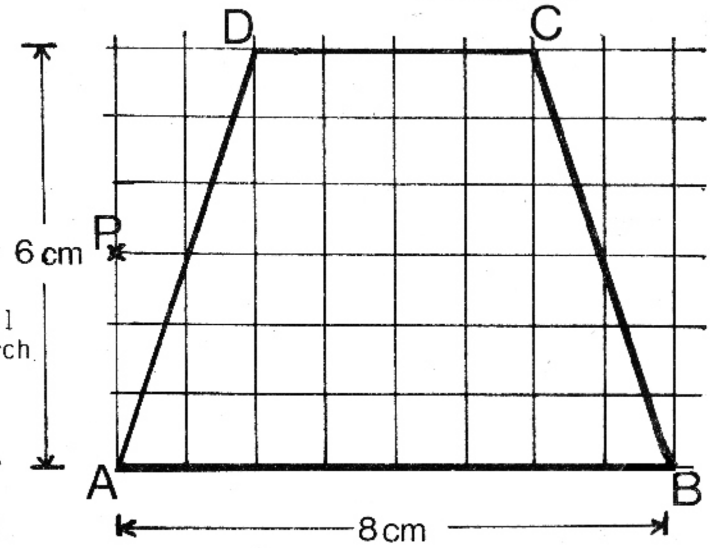
AUFGABEN DER GRUPPE A

P F L I C H T A U F G A B E N

1. a) Zeichne das Trapez ABCD und bestimme seinen Flächeninhalt.

   b) Verschiebe das Trapez ABCD so, daß D auf P fällt. Berechne den Inhalt der von dem Trapez und dem Bildtrapez insgesamt bedeckten Fläche.

   c) Zeichne das Trapez ABCD noch einmal und spiegele es an der Geraden durch den Punkt C, die senkrecht auf AB steht; benenne die Bildpunkte mit A'B'C'D'.
      (1) Bestimme den Flächeninhalt der entstehenden Gesamtfigur.
      (2) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks AD'D.



   d) Das Trapez wird an einer Geraden gespiegelt, die senkrecht zu AB verläuft. Der Flächeninhalt der entstehenden Gesamtfigur beträgt 42 cm^2. Die Spiegelgerade schneidet DC in Q. Bestimme $|QC|$. (Konstruktion nicht erforderlich)

2. a) Von den 1440 Schülern einer Schule nahmen 85 % am Schulsportfest teil. Berechne die Anzahl der Teilnehmer.

   b) 143 Jungen erhielten eine Ehrenurkunde,das entspricht einem Anteil von 22% der teilnehmenden Jungen. Wie viele Jungen nahmen am Wettkampf teil?

   c) Von den 850 Unterstufenschülern wurden 544 durch Urkunden ausgezeichnet, von diesen erhielten 37,5% eine Ehrenurkunde.
      Wieviel % der Unterstufenschüler erhielten eine Urkunde?
      Wieviel % der Unterstufenschüler erhielten eine Ehrenurkunde?

   d) An die Mädchen der Klassen 8 konnten 20% mehr Urkunden ausgegeben werden als bei den letzten Wettkämpfen. 66 Mädchen erhielten diesmal eine Urkunde. Wie viele Mädchen erhielten das letztemal eine Urkunde?

W A H L A U F G A B E N

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; G = Z.

   a) $5(x + 8) - 4x = -2(5 - x)$

   b) $(x + 2)(x + 3) = x(x - 4) - 3$

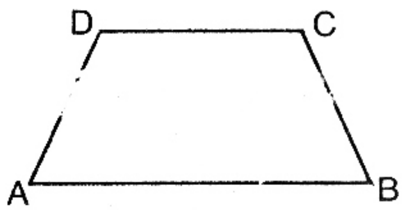
   c) $2(2x + 4) - 7x < 0$

   d) $4(3 - 2x) - x < 15 - 9x$

4. a) Konstruiere ein Dreieck aus $c = 13{,}5$ cm, $\alpha = 30°$ und $\beta = 70°$.
      Zeichne die Winkelhalbierende des Winkels α und die Höhe h_c ein. Der Schnittpunkt der Winkelhalbierenden mit BC ist D. Der Schnittpunkt der Höhe mit AB ist E. Höhe und Winkelhalbierende schneiden sich in F. Berechne die Winkelmaße von $\sphericalangle$EFD und $\sphericalangle$FDB.

   b) Konstruiere ein gleichschenkliges Trapez ABCD mit $|AC| = 10$ cm, Höhe $h = 5$ cm, $\gamma = 120°$.

      Die Winkelhalbierende des Winkels γ zerlegt das Trapez in ein gleichseitiges Dreieck und in ein Parallelogramm.
      Begründe dies!



MATHEMATIK-WETTBEWERB 1983/84 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

5. Ein Zug fährt mit konstanter Geschwindigkeit. Er legt in einer Stunde 90 km zurück.

   a) Welche Strecke fährt der Zug in 1 Sekunde?

   b) Der 150 m lange Zug durchfährt einen 300 m langen Tunnel. Wie viele Sekunden vergehen vom Einfahren der Lokomotive in den Tunnel bis zum Ausfahren des letzten Wagens?

   c) Ein 450 m langer Tunnel muß mit geringerer Geschwindigkeit durchfahren werden. Für die vollständige Durchfahrt benötigt der 150 m lange Zug 30 s. Welche Strecke legt der Zug dabei in einer Sekunde zurück?

   d) Der Zug fährt wieder mit der ursprünglichen Geschwindigkeit und überholt einen ebenfalls 150 m langen Zug, der 54 km in einer Stunde fährt. Wie lange dauert der gesamte Überholvorgang?

WAHLAUFGABEN

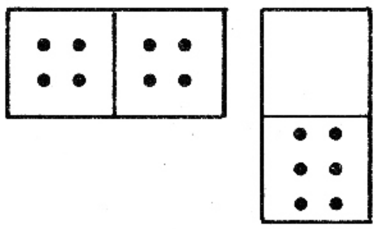
6. Zu den folgenden Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen.

   a) Addiert man zu einer natürlichen Zahl das Zweifache und das Vierfache und das Achtfache dieser Zahl, so erhält man 495. Wie lautet diese Zahl?

   b) Die Summe von sechs aufeinanderfolgenden geraden Zahlen beträgt 1290. Nenne diese Zahlen.

   c) Zeige, daß die Summe von sechs beliebigen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen keine Primzahl ist.

7. Dominosteine sind in zwei Halbsteine geteilt. Diese quadratförmigen Halbsteine können leer sein (Augenzahl 0) oder eine bestimmte Anzahl von Punkten (Augen) tragen. Alle Steine eines Dominospieles sind verschieden. Alle möglichen Kombinationen der Augenzahl 0 bis zur Augenzahl 6 kommen in einem Spiel einmal vor.

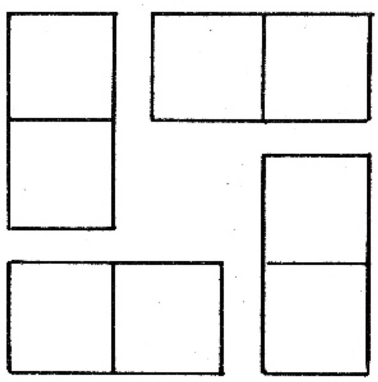


   a) Wie viele Steine enthält ein Dominospiel ?

   b) (1) Lege mit 4 Dominosteinen eines Spieles ein Quadrat (siehe Abbildung), so daß die Augensumme längs jeder Quadratseite 12 beträgt.

      Gib zwei verschiedene Anordnungen an; zur Kennzeichnung der Dominosteine können dabei Ziffern verwendet werden.

      (2) Welches ist die größte Augensumme längs einer Quadratseite, die bei einer derartigen Anordnung auftreten kann? Gib eine solche Anordnung an!



   c) Lege mit vier Steinen eines Dominospieles wieder ein Quadrat, so daß die Augensumme längs jeder Quadratseite 2 beträgt. Gib eine Anordnung an.

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1983/84 DES LANDES HESSEN   1. RUNDE

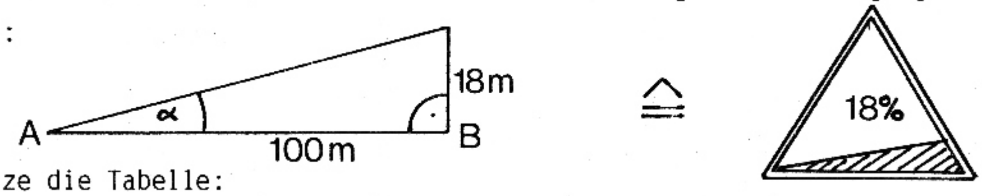
8.12.1983

AUFGABEN DER GRUPPE B

PFLICHTAUFGABEN

1. Die Steigung von Straßen wird so berechnet:
   Höhenunterschied auf 100 m Horizontalstrecke $\overline{AB}$ ergibt die Steigung in Prozent.

   Beispiel:



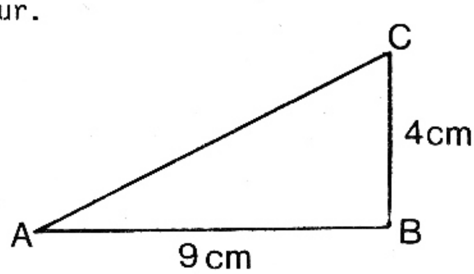
   a) Ergänze die Tabelle:

Horizontalstrecke	100 m	500 m	3000 m	850 m
Höhenunterschied	18 m			102 m
Steigung	18 %	18 %	9 %	

   b) Eine Bergstrecke steigt zunächst auf einer Horizontalstrecke von 1200 m um 5 %, dann 700 m um 9 % und schließlich 300 m um 14 %.
   (1) Um wieviel Meter steigt die gesamte Strecke?
   (2) Um wieviel % steigt die Gesamtstrecke?

   c) Wie groß ist der Steigungswinkel α (siehe Skizze), wenn die Steigung 100 % beträgt?

2. a) Zeichne ein rechtwinkliges Dreieck gemäß der Figur.



   b) Die Mittelpunkte der Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{BC}$ sind die Punkte P und Q. Zeichne die Gerade PQ.

   c) Wievielmal so groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks ABC wie der des Teildreiecks PBQ ?

   d) Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden PQ.

   e) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks PBQB'.

   f) Bestimme den Flächeninhalt der Gesamtfigur.

WAHLAUFGABEN

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

   a) $8x + 5 = 3x - 5$

   b) $8x - 5 > 3x - 5$

   c) $2 - (8x - 5) = 2 \cdot (3x - 5)$

   d) $x \cdot (8 - x) < (3 - x) \cdot (5 + x)$

4. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $|AB| = 8$ cm, $|AC| = 4$ cm und $\alpha = 60°$.

   b) Der Mittelpunkt der Seite $\overline{AB}$ ist D. Zeichne die Strecke $\overline{DC}$.
   Bestimme die Größe des Winkels $\measuredangle ADC$, ohne zu messen.

   c) Berechne die Größe der Winkel $\measuredangle ABC$ und $\measuredangle ACB$.

   d) Zeichne im Dreieck ADC die Höhe zur Grundseite $\overline{AD}$ ein. Gib den Flächeninhalt des Dreiecks ADC als Bruchteil des Flächeninhaltes des Dreiecks ABC an.

   e) Zerlege das Dreieck ABC in vier kongruente Teildreiecke.

5. a) Die 28 Schüler der Klasse 8b planen eine mehrtägige Wanderfahrt. Die Kosten für Bus und Unterkunft werden mit 185 DM pro Schüler veranschlagt. Ingrid hat bereits 35 % angespart. Welcher Betrag fehlt ihr noch?

   b) Für die Unterkunft verlangt das Jugendheim von der Klasse 40 % Anzahlung, nämlich 1097,60 DM. Welchen Gesamtbetrag muß die Klasse bezahlen
      (1) für die Unterkunft
      (2) für den Bus ?

   c) Bei einem Schulfest hat die Klasse einen Reingewinn von 196,84 DM erzielt, der für die Klassenfahrt verwendet werden soll. Um wieviel % verringern sich dadurch die Kosten?

W A H L A U F G A B E N

6. Alle natürlichen Zahlen, die keine Primzahlen sind, kann man als Produkt aus zwei oder mehreren natürlichen Zahlen darstellen.

   Beispiele: $28 = 4 \cdot 7$ $39 = 13 \cdot 3$ $90 = 3 \cdot 3 \cdot 10$
   Beachte: $4 \cdot 7$ und $7 \cdot 4$ gilt als eine Lösung
   Der Faktor 1 soll nicht vorkommen.

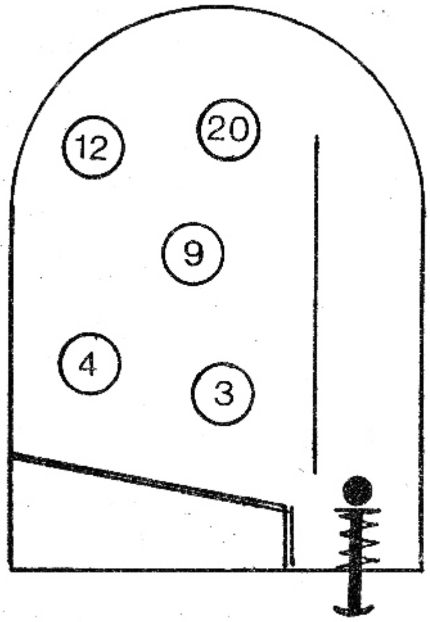
   a) Zerlege entsprechend: 35 und 91

   b) Gib alle Möglichkeiten an, die Zahl 60
      (1) als Produkt aus zwei Faktoren
      (2) als Produkt aus drei oder mehr Faktoren darzustellen.

   c) Gib alle zweistelligen Zahlen an, die sich in ein Produkt aus zwei gleichen Faktoren zerlegen lassen.

   d) Es gibt zwei zweistellige Zahlen, die sich in 6 Faktoren zerlegen lassen. Nenne diese Zahlen und schreibe sie jeweils als Produkt.

7. Bei einem selbstgebastelten Flipper verschwinden die Kugeln in Löchern, die eine bestimmte Punktzahl erbringen. In jedes Loch kann auch mehrfach eingespielt werden. Die Punktzahlen werden addiert. Ein Spiel ist erst beendet, wenn drei Treffer erzielt wurden.



   a) Gib die kleinste und die größte Punktzahl an, die bei einem Spiel erreicht werden kann.

   b) Tim erzielte bei einem Spiel insgesamt 30 Punkte. Gib seine Treffer an.

   c) Schreibe alle Möglichkeiten auf, bei denen die Summe der drei Treffer 27 ergibt. Die Reihenfolge der Treffer bleibt unberücksichtigt.

   d) Schreibe alle Möglichkeiten auf, bei denen die Summe der drei Treffer größer als 40 ist.

   e) Zusätzlich kann folgende Spielregel vereinbart werden:
      Bei einem echten Zweierpasch, z.B.: 3, 3, 9 oder 3, 9, 3 (aber nicht: 3, 3, 3), wird die Summe der Treffer mit der 'Paschzahl' multipliziert.

      Beispiel: 3, 3, 9 ergibt $3 \cdot 15$ Punkte = 45 Punkte

      (1) Welches ist nach dieser Spielregel die größte zu erreichende Punktzahl?
      (2) Wie viele Möglichkeiten gibt es, bei denen die Punktzahl größer als 200 ist?

8.12.1983

AUFGABEN DER GRUPPE C

PFLICHTAUFGABEN

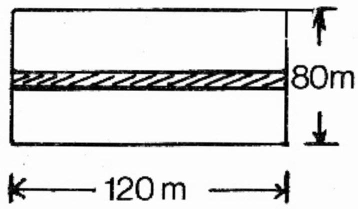
1. Herr Albrecht kauft eine Videoanlage. Der Ladenpreis beträgt 1700 DM.

   a) Bei Barzahlung gewährt der Händler 5% Preisnachlaß.
      (1) Wieviel DM spart Herr Albrecht bei Barzahlung?
      (2) Wieviel DM muß Herr Albrecht bezahlen?

   b) Bei Ratenzahlung sind eine Anzahlung von 210 DM und 12 Monatsraten zu je 135,50 DM zu bezahlen.
      (1) Wieviel kostet die Anlage bei Ratenzahlung insgesamt?
      (2) Wie groß ist der Unterschied zwischen Ladenpreis und Ratenzahlungspreis
         α) in DM ?
         β) in Prozent ?

   c) Wieviel DM spart Herr Albrecht bei Barzahlung gegenüber der Ratenzahlung?

2. Ein rechteckiges Baugelände ist 120 m lang und 80 m breit.



   a) Gib den Flächeninhalt des Baugeländes in m^2 an.

   b) Die Stadt legt eine Straße mitten durch das Baugelände (siehe Skizze). Die Straße hat einen Flächeninhalt von 600 m^2.
      Wie breit ist sie?

   c) Das restliche Baugelände wird in sechs gleich große, rechteckige Grundstücke aufgeteilt.
      Gib den Flächeninhalt eines Grundstückes in m^2 an.

   d) Alle sechs Grundstücke haben eine gleich lange Straßenfront. Für die Straßenreinigung wird von jedem Grundstücksbesitzer eine Gebühr von 8,10 DM je Meter Straßenfront erhoben.
      Wieviel DM beträgt die Straßenreinigungsgebühr für ein Grundstück?

WAHLAUFGABEN

3. Setze für x die angegebenen Zahlen ein und berechne jeweils den Wert des Terms!

x	$2\cdot x + 6$	$2\cdot(x + 6)$	$2\cdot x - 6$	$2\cdot(x - 6)$
8				
0,5				
-3				

4. Zeichne das Rechteck ABCD mit $|AB| = 6$ cm und $|BC| = 4$ cm.

   a) Halbiere die Strecke $\overline{BC}$, du erhältst den Punkt E.
      Halbiere die Strecke $\overline{CD}$, du erhältst den Punkt F.
      Zeichne das Dreieck AEF.

   b) Spiegele die Gesamtfigur an der Strecke $\overline{BC}$. Benenne die entsprechenden Bildpunkte mit A', D', und F'.

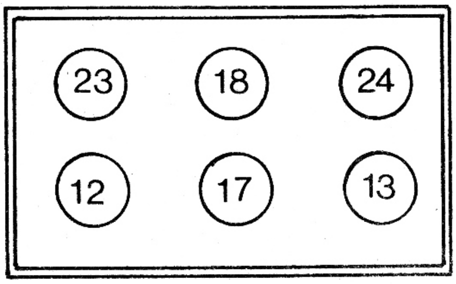
   c) Bestimme den Flächeninhalt der Gesamtfigur, ohne zu messen.

   d) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks AA'F'F, ohne zu messen.

   e) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks AA'E, ohne zu messen.

   f) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks AEF, ohne zu messen.

5. Beim Schießen auf eine Torwand werden die Punkte für die einzelnen Treffer zusammengezählt. Es darf beliebig oft geschossen werden.

   Beispiel für 90 Punkte:

   90 = 23 + 23 + 13 + 13 + 18

   Beachte:

   90 = 23 + 13 + 18 + 13 + 23 ist keine neue Lösung, da nur die Reihenfolge der Treffer vertauscht wurde.

   Mit welchen Treffern werden erreicht:

   a) genau 60 Punkte
   b) genau 75 Punkte
   c) genau 100 Punkte

   Gib jeweils vier verschiedene Lösungen an!

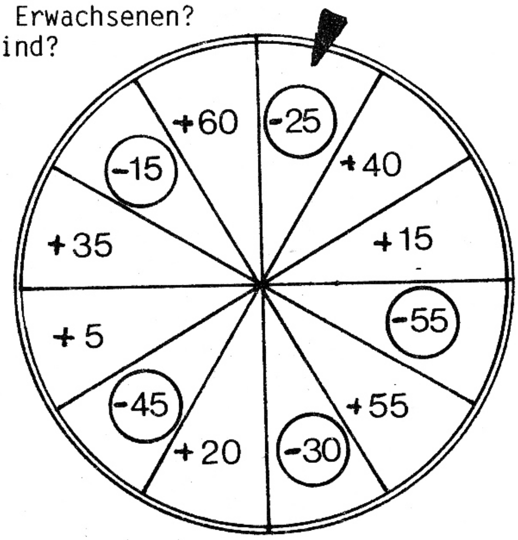
WAHLAUFGABEN

6. a) Familie Meier (2 Erwachsene, 2 Kinder) fährt in Urlaub. Sie übernachtet vierzehnmal. Eine Übernachtung kostet für einen Erwachsenen 24,50 DM, für ein Kind 14,50 DM. Wieviel DM muß die Familie Meier für die vierzehn Übernachtungen bezahlen?

   b) Familie Müller (2 Erwachsene, 1 Kind) bezahlt für 14 Übernachtungen insgesamt 1008 DM. Eine Übernachtung für einen Erwachsenen kostet 28 DM. Wieviel kostet eine Übernachtung für ein Kind?

   c) Die Fahrtkosten mit der Bahn betragen für Familie Müller insgesamt 420 DM. Für das Kind kostet die Fahrkarte nur halb so viel wie für einen Erwachsenen.

      (1) Wieviel DM kostet die Fahrkarte für einen Erwachsenen?
      (2) Wieviel DM kostet die Fahrkarte für ein Kind?



7. Die Klasse 8c hat für das Schulfest ein Glücksrad aufgestellt.

   Man kann Pluspunkte und Minuspunkte erzielen.

   Bei einem Spiel wird fünfmal gedreht. Die erreichten Punktzahlen werden zusammengefaßt.

   a) Ergänze die fehlenden Angaben:

	1.Drehung	2.Drehung	3.Drehung	4.Drehung	5.Drehung	Gesamtpunktzahl
Markus	+20	+35	-45	+5	+35	
Sabine	+60	-30	-55	+40		+70
Thomas	+5	-45	-25	+15	+5	
Gabi	-55		+60	-15	+35	+10

   b) Nenne die größte Punktzahl, die bei 5 Drehungen erreicht werden kann.

   c) Nenne die kleinste Punktzahl, die bei 5 Drehungen erreicht werden kann, wenn dreimal Minuspunkte und zweimal Pluspunkte erzielt wurden.