

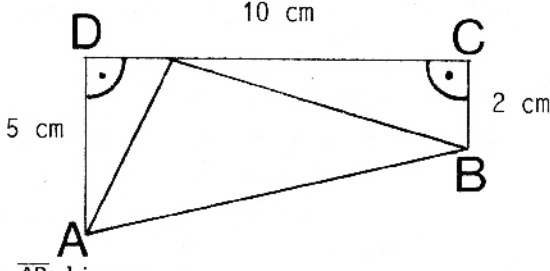
11.3.1987

AUFGABEN DER GRUPPE A

PFLICHTAUFGABEN

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an;  $G = Z$ .
  - a)  $x^2(x - 1) = 0$
  - b)  $(x^2 + 4)(x^2 - 9) = 0$
  - c)  $x^4 - 4x^3 = 0$
  - d)  $x^{24} - 16x^{22} = 0$
  - e)  $x^4 - 4x^3 - x^2 + 4x = 0$
2. a) Zeichne ein Dreieck ABC mit  $|BC| = 6 \text{ cm}$ ,  $\beta = 108^\circ$  und  $\gamma = 22^\circ$ .  
 Konstruiere eine Spiegelachse so, daß die Punkte B und C mit den Bildpunkten B' und C' das Quadrat BB'C'C. bilden.  
 Berechne die Größe der Winkel  $\angle ABB'$  und  $\angle A'AB$ .
  - b) Zeichne erneut das Dreieck ABC und drehe es um den Mittelpunkt von  $\overline{BC}$  um  $90^\circ$  im Uhrzeigersinn.
    - (1) Das Viereck BC'CB' ist ein Quadrat. Begründe dies.
    - (2) Berechne den Flächeninhalt des Quadrates BC'CB'.
    - (3) Unter welchem Winkel schneiden sich  $\overline{AC}$  und  $\overline{A'C'}$ ?
    - (4) Unter welchem Winkel schneiden sich  $\overline{BB'}$  und  $\overline{AC}$ ?

WAHLAUFGABEN

3. Zum Lösen der folgenden Probleme ist zunächst eine entsprechende Gleichung anzugeben.
  - a) Die Differenz zweier Zahlen ist 2. Subtrahiert man das Quadrat der kleineren Zahl von dem Quadrat der größeren Zahl, so erhält man 28. Berechne die kleinere Zahl.
  - b) Aus einer natürlichen Zahl - der Startzahl - erzeugt man drei Folgezahlen:
    1. Folgezahl: man addiert 10 zur Startzahl,
    2. Folgezahl: man addiert 10 zum Doppelten der Startzahl,
    3. Folgezahl: man addiert 10 zum Dreifachen der Startzahl.
 Die Summe der Quadrate der beiden ersten Folgezahlen ist gleich dem Quadrat der dritten Folgezahl. Berechne die Startzahl.
  - c) Man bildet die Summe von zwei natürlichen Zahlen und die Differenz dieser beiden Zahlen. Das Produkt aus Summe und Differenz ergibt  $\frac{3}{4}$  des Quadrates der größeren Ausgangszahl.
    - (1) Die kleinere Ausgangszahl ist 400. Berechne die größere Ausgangszahl.
    - (2) Die größere Ausgangszahl ist 720. Berechne die kleinere Ausgangszahl.
4. a) Zeichne das Trapez ABCD und konstruiere einen Punkt E so, daß das Dreieck ABE gleichschenkelig mit  $\overline{AB}$  als Grundseite ist.
 
  - b) Konstruiere alle rechtwinkligen Dreiecke ABF, deren Eckpunkt F auf einer der Seiten des Trapezes ABCD liegt. Der rechte Winkel des Dreiecks soll jeweils gegenüber der Seite  $\overline{AB}$  liegen.
    - c) Welchen Abstand von D hat ein Punkt G auf  $\overline{DC}$ , wenn die Dreiecke AGD und GBC den gleichen Flächeninhalt besitzen?
    - d) Welchen Abstand von D hat ein Punkt H auf  $\overline{DC}$ , wenn der Flächeninhalt des Dreiecks ABH  $18 \text{ cm}^2$  ist?

5.  $[x]$  bedeutet die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich  $x$  ist.

Beispiele:  $[15,76] = 15$                        $[-14,5] = -15$

Löse folgende Gleichungen bzw. Ungleichung ;  $G = Z$ .

a)  $[x - 1,5] = -3$

b)  $[x + 1,5] < 3$

c)  $[0,5x + 1] = 3$

d)  $[x] - x = 0$

e)  $[0,5x + 1,5]^2 = 25$

6. Beachte: Es genügt die Angabe der Wahrscheinlichkeiten als Summe oder Produkt.

Bei einer Pflanzenart gibt es männliche und weibliche Pflanzen. Jungpflanzen sind für den Laien nicht unterscheidbar.

a) Ein Supermarkt verkauft Jungpflanzen unsortiert. Die Wahrscheinlichkeit, daß eine zufällig herausgegriffene Pflanze eine männliche Pflanze ist,

beträgt  $\frac{3}{5}$ . Herr Grün kauft 4 Pflanzen, die er nacheinander entnimmt. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß

(1) er zunächst drei weibliche Pflanzen und dann eine männliche Pflanze erhält ?

(2) genau eine der 4 Pflanzen männlich ist?

(3) mindestens eine Pflanze weiblich ist, aber nicht alle weiblich sind?

b) In einem anderen Geschäft werden die Pflanzen sortiert verkauft. Sie sind aber nur mit 80 % Wahrscheinlichkeit richtig eingeordnet.

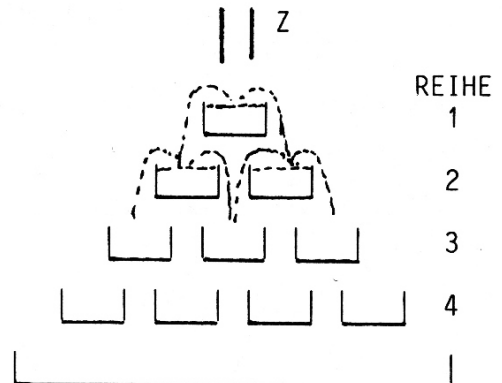
Herr Grün kauft 2 Pflanzen, eine als weiblich und eine als männlich gekennzeichnete Pflanze. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß

(1) in Wirklichkeit beide Pflanze männlich sind?

(2) beide Pflanzen verschiedene Geschlechter haben?

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

7. Zehn gleichgroße Gefäße sind bei einem Brunnen entsprechend der Skizze angeordnet. Jedes Gefäß besitzt ein Volumen von 10 Litern. Ist ein Gefäß gefüllt, läuft das Wasser zu gleichen Teilen in die darunterliegenden Gefäße. Aus dem Zufluß (Z) fließen pro Minute 10 Liter Wasser in die oberste Schale.



Vor dem Einschalten des Wasserzuflusses sind alle Schalen des Brunnen leer.

a) Wie viele Minuten muß das Wasser fließen, bis die drei Schalen der 1. und 2. Reihe völlig gefüllt sind?

b) 4 Minuten nach dem Einschalten wird der Wasserzufluß wieder unterbrochen. Wie ist das Wasser auf die Schalen verteilt?

c) Wie viele Minuten muß das Wasser nach dem Einschalten fließen, bis das mittlere Gefäß in der 3. Reihe gefüllt ist?

d) Wieviel Minuten nach dem Einschalten sind alle Gefäße in der 3. Reihe gefüllt?

e) Wieviel Liter Wasser müssen aus dem Zufluß fließen, bis alle Schalen der 4. Reihe gefüllt sind ?

11.3.1987

**A U F G A B E N   D E R   G R U P P E   B**

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an;  $G = Z$ .

a)  $3(x - 5) + 5 = 2(x - 2) - 3$

b)  $(x - 3)^2 = (x - 3)(x + 3)$

c)  $6(x + 3) - (x - 2) > (x - 3)(x + 2) - x^2$

d)  $(2x + 4)^2 = (x + 8)^2$

2. a) Zeichne ein Quadrat ABCD mit der Seitenlänge 6 cm.

b) Halbiere  $\overline{AD}$ . Nenne den Halbierungspunkt E und verbinde ihn mit C.

c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks DEC.

d) Zeichne eine Parallele zu  $\overline{CD}$ , die  $\overline{EC}$  halbiert. Nenne den Schnittpunkt F.

e) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks EAF.

f) In einem anderen Fall schneidet die Parallele zu  $\overline{CD}$  die Strecke  $\overline{EC}$  im Punkt G, so daß das Dreieck EAG flächeninhaltsgleich mit dem Dreieck BCG ist. Berechne im Dreieck BCG die Höhe auf  $\overline{BC}$ .

3. a) Berechne jeweils die Platzhalter in den folgenden Gleichungen;

$G = Z; \quad x > y > z .$

(1)  $6 \cdot 5 \cdot 4 = 5^3 - x$

(2)  $10 \cdot x \cdot 8 = 9^3 - 9$

(3)  $x \cdot (-3) \cdot z = (-3)^3 - (-3)$

(4)  $x \cdot y \cdot z = 2^3 - 2$

b) Stelle eine Formel für die Gesetzmäßigkeit der obigen Gleichungen in Z auf. Benutze dafür die Variable n.

c) Überprüfe durch Einsetzen und Berechnen des linken und rechten Terms, ob die Gesetzmäßigkeit auch gültig ist, wenn die Grundmenge  $G = Q$  ist.

(1)  $3,2 \cdot 2,2 \cdot 1,2 = 2,2^3 - 2,2$

(2)  $x \cdot \frac{1}{2} \cdot z = a - b$

4. a) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit  $|AB| = 8$  cm und  $\alpha = \beta = 38^\circ$ .

b) Zeichne einen Kreis um C, der durch A und B geht. Die Gerade AC schneidet den Kreis im Punkt D.

c) Berechne die Größe der Winkel im Dreieck BDC.

d) Zeichne die Mittelsenkrechte auf  $\overline{AB}$  und verlängere sie über C hinaus. Sie schneidet den Kreis im Punkt E. Verbinde E mit B. Berechne die Größe des Winkels  $\sphericalangle$  CEB.

e) Begründe, daß die Flächeninhalte der Dreiecke ABC und BDC gleich groß ist.

PFLICHTAUFGABEN

WAHLAUFGABEN

5. a) Herr Otto überzieht sein Konto für 12 Tage um 420,00 DM. Der Zinssatz beträgt 9 %. Wieviel DM muß er dafür bezahlen?
- b) Philipp bekommt 18,00 DM Zinsen für sein Sparguthaben von 810,00 DM gutgeschrieben. Der Zinssatz beträgt 4 %. Wie viele Tage hatte Philipp das Sparguthaben auf der Bank?
- c) Herr Schneider muß eine Rechnung über 3920,00 DM bezahlen. Zahlt er die Rechnung sofort, darf er 2 % Ermäßigung vom Rechnungsbetrag abziehen. Lohnt es sich für Herrn Schneider sein Konto um 3600,00 DM für 20 Tage bei 9,5 % Jahreszinsen zu überziehen, um die Rechnung sofort bezahlen zu können. Berechne!

BEACHTEN: 1 Jahr entspricht 360 Tagen !

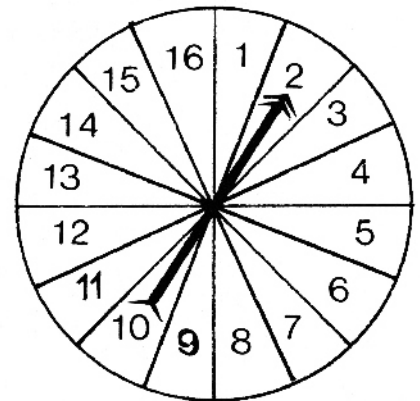
6. Gegeben ist eine Folge von aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen

-40, -39, -38, ....., + 40, +41, +42 .

- a) Wie viele Zahlen enthält diese Folge?
- b) Bestimme die Summe sämtlicher Zahlen.
- c) Bestimme das Produkt sämtlicher Zahlen.
- d) Wähle aus der Folge 5 aufeinanderfolgende Zahlen so aus, daß die Summe der Zahlen gleich dem Produkt der Zahlen ist.
- e) Wie viele Folgen mit mehr als 5 aufeinanderfolgenden Zahlen, deren Summe und Produkt gleich sind, lassen sich aus der obigen Zahlenfolge bilden?
- f) Es gibt drei Folgen von jeweils 3 aufeinanderfolgenden Zahlen der Folge, deren Summe und Produkt gleich sind. Wie heißen diese Folgen?

7. Die Gewinnzahlen auf einem Glücksrad mit 16 gleichgroßen Feldern werden gebildet durch Zusammensetzen der Zahl an der Pfeilspitze und der Zahl am Pfeilende.

Beispiel: Die Pfeilstellung der Abbildung zeigt die Gewinnzahl 210 an.



- a) (1) Claudia erreicht eine Gewinnzahl größer als 500.  
Gib ein mögliches Ergebnis an.
- (2) Welche Gewinnzahlen sind größer als 500?
- (3) Wieviel Prozent der Gewinnzahlen sind größer als 500?
- b) Vier Kinder verabreden folgende Spielregeln: Jeder spielt zweimal, die jeweiligen Gewinnzahlen werden addiert und als Punkte gutgeschrieben.
  - (1) Dorothee spielt. Die Pfeilspitze zeigt einmal auf 2 und einmal auf 3. Welche Punktzahl erreicht sie?
  - (2) Ulrike spielt. Die Pfeilspitze zeigt einmal auf 14 und einmal auf 15. Welche Punktzahl erreicht sie?
  - (3) Otto hat insgesamt nur 110 Punkte erreicht. Gib die beiden Gewinnzahlen an .
  - (4) Hans erreicht 1430 Punkte. Mit welchen Gewinnzahlen kann Peter ihn übertreffen?

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

11.3.1987

A U F G A B E N D E R G R U P P E C

P  
F  
L  
I  
C  
H  
T  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

1. a) Eine Normalpackung Kakao (400 g) kostet 5,60 DM. Eine Großpackung (750 g) wird für 9,90 DM angeboten. Berechne jeweils den Preis für 100 g Kakao.
  - b) Für den Weg zum Arbeitsplatz braucht Herr Müller mit seinem Auto 24 Minuten, wenn er im Durchschnitt 60 km/h fährt. Gestern benötigte er 30 Minuten. Wie groß war seine Durchschnittsgeschwindigkeit?
  - c) 5 Maschinen stellen in 18 Arbeitstagen 6300 Werkstücke her. Wieviel Tage benötigen 4 Maschinen zur Herstellung von 3360 Werkstücken?
2. a) Gegeben sind Würfel mit der Kantenlänge von 3 cm.
    - (1) Berechne das Volumen eines Würfels.
    - (2) Berechne die Oberfläche eines Würfels.
  - b) Aus jeweils 4 dieser Würfel wird ein Quader zusammengesetzt. Es gibt zwei verschiedene Möglichkeiten.
    - (1) Gib von jedem dieser Quader Länge, Breite und Höhe an.
    - (2) Berechne jeweils die Oberfläche der beiden Quader.
  - c) Wie viele Würfel mit der Kantenlänge 3 cm benötigt man, um einen Würfel mit der Kantenlänge 12 cm zusammenzusetzen?

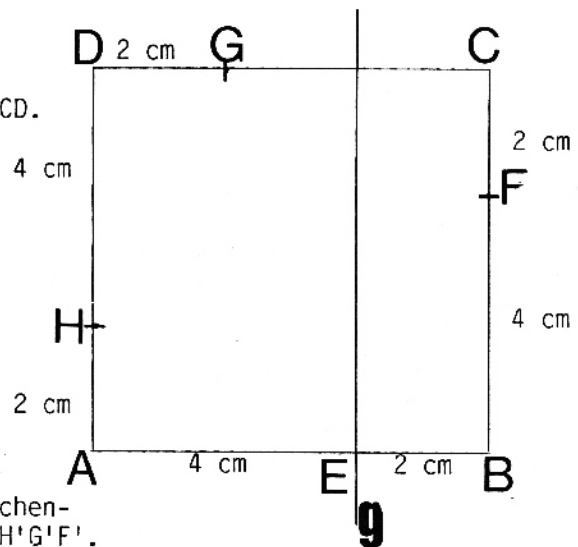
3. Früher wurden in Deutschland folgende Zählmaße verwendet:

1 Dutzend = 12 Stück	1 Mandel = 15 Stück	1 Schock = 60 Stück
1 Gros = 144 Stück	1 Zimmer = 40 Stück	1 Stiege = x Stück

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

- a) Wieviel Stück sind 15 Gros?
- b) Wieviel Schock sind 210 Stück?
- c) Wieviel Stück sind 3,4 Zimmer?
- d) Wieviel Mandel sind 8 Schock?
- e) Wieviel Mandel sind 5 Dutzend 3 Schock und 3 Zimmer?
- f) Eine Mandel sind  $\frac{3}{4}$  Stiegen. Wieviel Stück sind 5 Stiegen?

4. a) Zeichne das Quadrat mit den in der Skizze angegebenen Maßen. Bestimme den Flächeninhalt des Quadrates ABCD.



- b) (1) Zeichne in das Quadrat ABCD das Viereck EFGH ein.
  - (2) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks AEH.
  - (3) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks EFGH, ohne zu messen.
- c) (1) Spiegele das Viereck EFGH an der Geraden g. Du erhältst das Viereck E'H'G'F'.
  - (2) Schraffiere das gemeinsame Flächenstück der Vierecke EFGH und E'H'G'F'.
  - (3) Bestimme den Flächeninhalt dieses gemeinsamen Flächenstücks, ohne zu messen.

5. a) Vereinfache die folgenden Terme soweit wie möglich!
- (1)  $6a + 3b + 5 - 7b + 2a$
- (2)  $2(7a - 4b) + 5b$
- b) Berechne den Wert des Terms für  $a = 1,5$  und  $b = 2$ .
- $5a - 3b + 8 + 3a$
- c) Löse die folgende Gleichung!
- $10x - 20 + 12 = 67 - 5x$
- d) Die Summe dreier aufeinanderfolgender Zahlen ist 84. Wie heißen die drei Zahlen?
6. Bei einer Lotterie sind die Lose von 1 bis 1000 numeriert. Für ein Los kann man gleichzeitig Preise aus verschiedenen Gewinnklassen erhalten.
- a) Für Lose mit einer geraden Zahl als Losnummer erhält man einen Preis der Gewinnklasse A  
Wie viele Preise gibt es in dieser Gewinnklasse?
- b) Für Losnummern mit den Endziffern 00, 25, 50 und 75 erhält man einen Preis der Gewinnklasse B.  
Wie viele Preise gibt es in dieser Gewinnklasse?
- c) Für Losnummern mit 3 gleichen Ziffern erhält man einen Preis der Gewinnklasse C.  
Schreibe diese Losnummern auf.
- d) Für alle Losnummern, deren Quersumme größer als 24 ist, erhält man einen Preis der Gewinnklasse D.  
Schreibe diese Gewinnzahlen auf.
- e) Für welche Losnummern erhält man gleichzeitig Preise aus drei verschiedenen Gewinnklassen?
7. a) Von 1800 Urlaubern fuhren 1350 ins Ausland. Wieviel % sind dies?
- b) Von den 1350 Auslandsurlaubern reisten 16 % nach Spanien.
- (1) Wieviel Urlauber wählten Spanien als Reiseziel?
- (2) Wieviel Prozent der 1800 Urlauber fuhren nach Spanien?
- c) Von 450 Urlaubern fuhren 40 % nach Bayern, 80 % davon mit dem Auto.  
Wie viele Urlauber fuhren mit dem Auto nach Bayern?

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N