AUFGABEN DER GRUPPE A

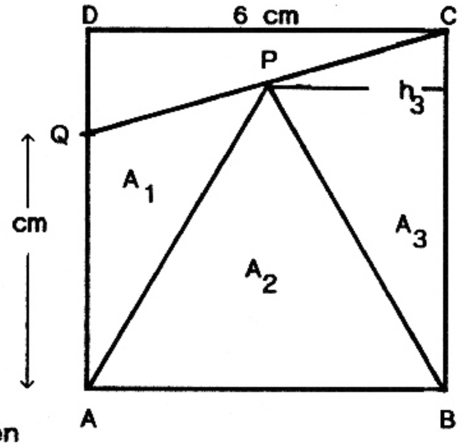
PFLICHTAUFGABEN

1. a) Drei Spieler haben zusammen 1980 DM gewonnen. Wieviel DM erhält jeder, wenn der Gewinn im Verhältnis 2 : 3 : 4 aufgeteilt wird?

   b) Bei einem anderen Spiel erhält Anton 150 DM, das ist ein Fünftel des Gesamtgewinns. Die Gewinne der beiden anderen Spieler verhalten sich wie 5 : 7. Bestimme den Gesamtgewinn und die Anteile.

   c) In einer Wettgemeinschaft setzen Axel, Britta und Claus zusammen 22 DM ein. Würde Axel 3 DM mehr einsetzen, Britta ihren Einsatz verdoppeln und Claus genauso viel setzen wie vorher, so würde ein möglicher Gewinn in drei gleiche Teile geteilt. Bestimme die ursprünglichen Einsätze der drei Spieler.

2. Die Seiten des nebenstehenden Quadrates ABCD sind 6 cm lang, und es gilt: $|AQ| = 4$ cm. Mit A_3 wird das Dreieck PBC bezeichnet, dessen Höhe h_3 eingezeichnet ist.



   a) Der Punkt P liegt so auf $\overline{QC}$ daß der Flächeninhalt des Dreiecks A_3 7,5 cm^2 beträgt.

   (1) Berechne die Höhe h_3 sowie die Höhe h_1 auf AQ im Dreieck A_1.

   (2) Wie groß ist der Flächeninhalt von A_1?

   b) Die Lage des Punktes P auf $\overline{QC}$ wird so verändert, daß die Dreiecke A_1 und A_3 den gleichen Flächeninhalt haben.

   (1) Wie groß ist dann die Höhe h_3?

   (2) Wie groß ist dann der Flächeninhalt des Dreiecks A_2?

   c) Zeichne das Quadrat ABCD sowie die Strecke $\overline{QC}$. Konstruiere P so auf $\overline{QC}$, daß der Flächeninhalt der Dreiecke A_2 und A_3 gleich groß ist.

WAHLAUFGABEN

3. a) Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

   (1) $(x + 4)^2 = 16$

   (2) $x^6 + 4x^5 + 4x^4 = 0$

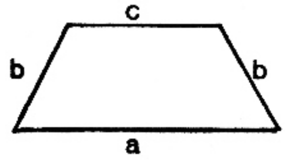
   (3) $(x^2 - 9)(x^2 + 9) > 0$

   b) Für welche natürlichen Zahlen x, y gilt:

   (1) $x^2 - y^2 = 17$

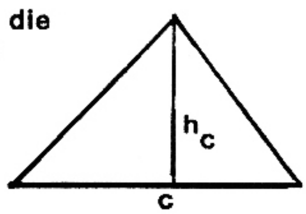
   (2) $x^2 - y^2 = 34$

4. Zur Lösung der folgenden Aufgaben ist zunächst jeweils eine entsprechende Gleichung aufzustellen.



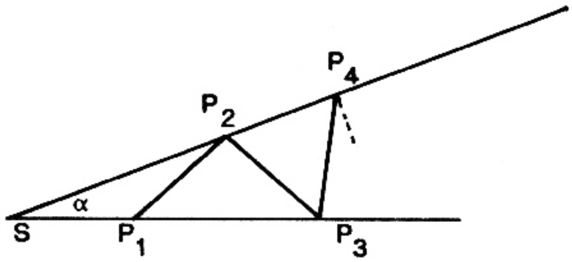
   a) Der Umfang eines gleichschenkligen Trapezes beträgt 66 cm, wobei b doppelt so groß wie a ist, und c 3 cm kleiner als a ist. Wie groß ist a?

   b) Der Flächeninhalt eines Trapezes verändert sich nicht, wenn die Seite a verdreifacht und die Seite c halbiert wird, wobei die Höhe nicht verändert wird. Wievielmal ist c größer als a?



   c) Wird in einem Dreieck die Höhe h_c um 2 cm vergrößert, so wird der Flächeninhalt um 5 cm^2 vergrößert. Wie groß ist c?

5. Die Punkte P_1, P_2, P_3,... liegen so auf den Schenkeln eines Winkels α, daß die Dreiecke SP_1P_2, $P_1P_2P_3$, $P_2P_3P_4$, ... gleichschenklig sind mit $|SP_1| = |P_1P_2| = |P_2P_3| = |P_3P_4| = ... = 3$ cm.



a) (1) Führe eine entsprechende Konstruktion für $\alpha = 15°$ durch. Es gibt 5 derartige Dreiecke. Konstruiere diese.

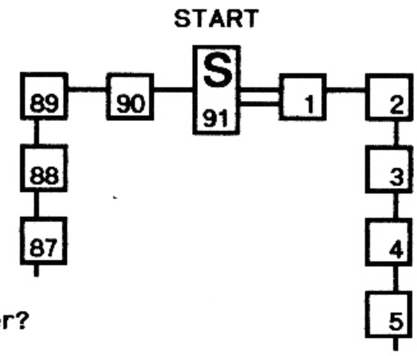
(2) Wie groß sind jeweils die Winkel in den ersten drei Dreiecken?

b) Bei einer entsprechenden Konstruktion ist $\alpha = 3°$.

(1) Wie groß sind die Winkel im 5. Dreieck?
(2) Das wievielte Dreieck ist gleichseitig?
(3) Wie viele Dreiecke könnte man konstruieren?

WAHLAUFGABEN

6. Die 91 Felder eines Spielfeldes sind ringförmig angeordnet und von 1 bis 91 numeriert. Ein Spielstein startet in S und rückt jeweils gleich viele Schritte im Uhrzeigersinn weiter. Wird das Feld 91 erreicht, endet das Spiel, andernfalls wird der Stein gemäß der Schrittzahl über das Feld 91 hinaus weitergerückt.



a) Ein Spielstein wird in 7-er-Schritten gerückt. Welche Felder zwischen Feld 40 und Feld 50 trifft er?

b) Ein Spielstein wird in 5-er-Schritten gerückt.

(1) Nach wie vielen Zügen erreicht er das Feld 75?
(2) Nach wie vielen Zügen erreicht er das Feld 74?
(3) Welches Feld erreicht er mit 40 Zügen?
(4) In welcher Runde trifft er das Feld 91?

c) Die Felder eines anderen Spielfeldes sind in gleicher Weise angeordnet, die Anzahl der Felder ist kleiner als 200. Wird ein Spielstein in 10-er-Schritten gerückt, so trifft er nie das 94. Feld, das 95. Feld trifft er dagegen. Wird jedoch der Spielstein in 11-er-Schritten gerückt, so trifft er weder das 94. noch das 95. Feld.
Wie viele Felder hat dieses Spielfeld?

7. 1000 Lose sind von 000 bis 999 numeriert.

a) (1) Wie viele Losnummern enthalten die Ziffernfolge 13?
Beachte: 143 enthält nur die Ziffernfolge 14, 43 und 143.

(2) Wie viele Losnummern haben die Quersumme 20?
(Der Lösungsweg muß erkennbar sein!)

b) BEACHTE: Die Ergebnisse zu den folgenden Fragen können als Summe oder Produkt angegeben werden!

Für Lose mit den Endnummern 3 oder 5 erhält man einen Preis.

(1) Tom kauft ein Los. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er einen Preis?

(2) Carla kauft 3 Lose. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält sie mindestens einen Preis?

(3) Margot kauft 10 Lose. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält sie 10 oder 9 Preise?

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1990/91 DES LANDES HESSEN 2. RUNDE

AUFGABEN DER GRUPPE B

PFLICHTAUFGABEN

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

   a) $4(3x - 2) - 3x + 5 = 6(x - 3)$

   b) $2(x + 3) - 3(x - 4) < -4(x - 3)$

   c) $(x + 4)(2x - 3) = (x + 7)(x - 2) + 11$

   d) $(4x + 1)(4x - 3) = (4x - 1)(4x - 1)$

2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $|AB| = 4$ cm und $\alpha = \beta = 72°$.

   b) Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden BC. Benenne die Bildpunkte mit A', B', C'.

   c) (1) Zeichne die Mittelsenkrechte auf $\overline{BA'}$.

   (2) Zeichne die Senkrechte auf $\overline{AB}$ in B.
   Benenne den Schnittpunkt der Senkrechten mit der Mittelsenkrechten mit D und den Schnittpunkt der Senkrechten mit der Strecke $\overline{A'C'}$ mit E.

   d) (1) Berechne die Größe des Winkels EDC.
   (2) Berechne die Größe des Winkels DEA'.

WAHLAUFGABEN

3. Mit 6 Kartoffelerntemaschinen wird in 40 Stunden ein 48 ha großes Feld abgeerntet.

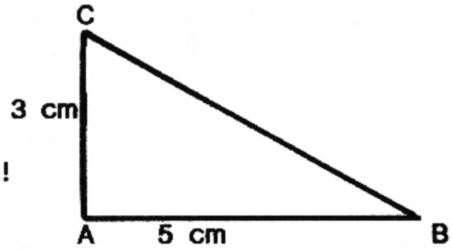
   a) Wie lange brauchen 6 Maschinen bei gleicher Leistung für 72 ha?

   b) Wie viele Maschinen muß man einsetzen, um 72 ha in 40 Stunden abzuernten?

   c) Berechne die Größe der Fläche, die von einer Maschine in einer Stunde abgeerntet wird.

   d) Wie viele Stunden brauchen 8 Maschinen für 48 ha?

   e) In welcher Gesamtzeit kann man das 48 ha große Feld abernten, wenn nach einem 15-stündigen Einsatz dieser 8 Maschinen noch zusätzlich 2 Maschinen eingesetzt werden?



4. a) Zeichne das Dreieck ABC und ergänze es

   (1) zu einem Rechteck, das durch Punktspiegelung (Drehung um 180°) des Dreiecks entsteht. Gib den Drehpunkt S an!

   (2) zu einem Drachen, der durch Spiegelung des Dreiecks an einer Geraden entsteht. Zeichne diese Spiegelachse ein!

   b) Durch Punktspiegelungen des Dreiecks ABC entstehen Parallelogramme, die keine Rechtecke sind. Es gibt 2 verschiedene Möglichkeiten!
   Zeichne das Dreieck ABC und die beiden möglichen Parallelogramme.
   Gib die Drehpunkte S_1 und S_2 an.

   c) Das Dreieck ABC soll durch Achsenspiegelungen so abgebildet werden, daß die Gesamtfigur jeweils ein gleichschenkliges Dreieck ist.
   Es gibt drei Lösungen.
   Zeichne das Dreieck ABC nochmals und trage die drei Spiegelachsen ein.

5. Zum Lösen der folgenden Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen!

   a) Eine Tippgemeinschaft aus vier Personen teilt einen Gewinn von 198000 DM nach der Höhe ihrer Einsätze auf. Die Einsätze betrugen 2, 3, 4 und 6 DM. Wieviel DM erhält jeder Teilnehmer?

   b) Addiert man 19 zum Dreifachen einer Zahl so erhält man dasselbe, wie wenn man die Differenz aus dem Zehnfachen der Zahl und 50 verdoppelt. Wie heißt diese Zahl?

   c) Klaus gibt die Hälfte seines Taschengeldes für sein Hobby aus, den achten Teil für ein Geschenk und ein Fünftel für eine Musikkassette aus. Die restlichen 14 DM spart er. Wieviel Taschengeld bekam Klaus?

WAHLAUFGABEN

6. a) Zu welcher Zahl muß man 135 addieren, um 53,1 zu erhalten?

   b) Gib 135 als Produkt von 3 Faktoren an. Gib alle Möglichkeiten an. (Vertauschung der Faktoren ist keine neue Lösung; 1 zählt nicht als Faktor).

   c) Gib 135 als Differenz von 2 Quadratzahlen an.

   d) Gib 135 als Summe von 4 Quadratzahlen an.

   e) Gib 135 als Summe zweier Zahlen an, von denen die eine um 20 größer als die andere ist.

   f) Gib 135 als Summe von 5 Summanden an, von denen jeder um 3 größer als der vorhergehende ist.

7. Auf einer alten Landkarte einer Insel wird das Versteck eines Schatzes gesucht. Dazu gibt es folgende Informationen.

   a) Auf der Insel stehen drei Felsblöcke A, B und C. A und B sind 5 km, A und C 4 km und B und C 6 km voneinander entfernt.
   Zeichne die Lage der Punkte A, B und C. (1 km ≙ 1 cm).

   b) Der Schatz liegt im Dreieck ABC.

      (1) Er liegt weniger als 3 km von C entfernt. Kennzeichne die Fläche, wo der Schatz liegen kann.

      (2) Der Schatz liegt näher bei B als bei A. Kennzeichne die Fläche, wo der Schatz nach den Informationen (1) und (2) liegen kann.

      (3) Der Schatz liegt näher bei $\overline{AC}$ als bei $\overline{AB}$. Kennzeichne die Fläche, wo der Schatz nach den drei Informationen liegt.

AUFGABEN DER GRUPPE C

PFLICHTAUFGABEN

1. Die monatliche Stromrechnung setzt sich aus der Grundgebühr und den Kosten für die verbrauchten Kilowattstunden (kWh) zusammen.

   a) Familie Alt verbrauchte 167 kWh im Monat Januar. Die monatliche Grundgebühr beträgt 32 DM, 1 kWh kostet 0,18 DM.

   (1) Wieviel DM sind für die verbrauchten Kilowattstunden zu zahlen?

   (2) Wie hoch ist die Stromrechnung insgesamt?

   b) Familie Bell bezahlt für die Stromrechnung für den Monat Februar 77,90 DM. Die Grundgebühr beträgt 32 DM, 1 kWh kostet 0,18 DM. Wie viele Kilowattstunden wurden verbraucht?

   c) Ein Firma bezahlt für die Stromrechnung für den Monat März 613 DM. Die monatliche Grundgebühr beträgt 46 DM. Es wurden 3780 kWh verbraucht. Berechne den Preis für eine kWh.

2. Ein Baukasten enthält Würfel von 3 cm Kantenlänge.

   a) Berechne
   (1) das Volumen,
   (2) die Oberfläche eines solchen Würfels.

   b) Aus 12 dieser Würfel soll ein Quader von 3 cm Höhe gebaut werden. Gib Länge und Breite eines dieser Quader an.

   c) Wie viele dieser Würfel benötigt man zum Bau eines Quaders, der 6 cm lang, 15 cm breit und 30 cm hoch ist?

   d) Uwe hat 32 dieser Würfel. Er möchte damit einen möglichst großen Würfel bauen. Wie viele Würfel bleiben übrig?

WAHLAUFGABEN

3. a) Bei einer Schulsprecherwahl erhielt Peter 42 % von 350 gültigen Stimmen. Wie viele Stimmen erhielt Peter?

   b) Andrea erhielt 91 von 350 gültigen Stimmen. Wieviel Prozent sind das?

   c) In der Nachbarschule stellten sich 3 Kandidaten zur Wahl. Auf Ina entfielen 45 % der gültigen Stimmen, auf Martin 30 %, Sven erhielt 80 Stimmen.

   (1) Wieviel Prozent der gültigen Stimmen erhielt Sven?

   (2) Wie viele gültige Stimmen wurden an dieser Schule insgesamt abgegeben?

4. Bestimme jeweils den Wert für x bzw. gib die jeweilige Lösunsgmenge an.

   $G = \mathbb{Z} = \{\ldots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, \ldots\}$

   a) $3x + 6 = 18$

   b) $9x + 5 - 4x = 2x + 20$

   c) $3 \cdot (x - 6) = 9$

   d) $4 \cdot (2x + 3) = -28$

   e) $10x - 4 - 6x + 3x < 10$

5. a) Torsten hat 5,50 DM, Monika 4,10 DM. Sie legen ihr Geld zusammen und kaufen dafür 15 Tüten Apfelsaft. Wieviel DM kostet eine Tüte Apfelsaft?

b) Frau Franke spart drei Jahre lang jeden Monat 25 DM. Das gesamte Geld verteilt sie gleichmäßig an ihre vier Enkelkinder. Wieviel DM erhält jedes Enkelkind?

c) Ein Lehrer geht mit 22 Schülern ins Theater. Die Eintrittskarten kosten insgesamt 217,10 DM. Die Karte des Lehrers kostet 12,50 DM. Wieviel DM muß jeder Schüler bezahlen?

d) Uwe, Christoph und Susanne gewinnen bei einer Tombola 64 DM. Uwe erhält doppelt so viel wie Christoph, Susanne halb so viel wie Uwe. Wieviel DM erhält jeder?

WAHLAUFGABEN

6. Gib jeweils die 3 fehlenden Zahlen an!

a) 8, 15, 22, ___, ___, ___

b) 123, 115, 112, 104, 101, ___, ___, ___

c) −19, −15, −11, −7, ___, ___, ___

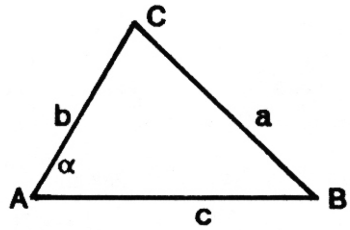
d) 20, 14, 8, 2, ___, ___, ___

e) 1, 7, 2, 8, 3, 9, ___, ___, ___

f) $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{7}{16}$, ___, ___, ___

7. a) Konstruiere ein Dreieck ABC aus

$c = 6$ cm
$b = 5$ cm
$\alpha = 50°$

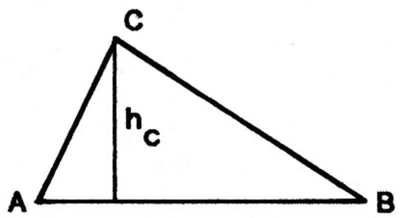


b) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC aus

$c = 7$ cm
$a = b = 5{,}5$ cm

c) (1) Konstruiere ein Dreieck ABC aus

$c = 7$ cm
$\alpha = 60°$
$h_c = 4$ cm



(2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.