

AUFGABEN DER GRUPPE A

1. Zeichne das Dreieck ABC mit $|AB| = 5 \text{ cm}$, $\alpha = 55^\circ$ und $\beta = 75^\circ$.

- P Die Geraden a, b und c entstehen durch Verlängerung der entsprechenden Dreieckseiten.
 F Spiegele die Gerade c an der Geraden a; benenne die Bildgerade mit g.
 L Spiegele die Gerade c an der Geraden b; benenne die Bildgerade mit h.
 I Die Geraden g und h schneiden sich im Punkte D, der Schnittwinkel der Geraden g und h ist δ (Winkel ADB).
 C a) Wie groß ist δ ?
 H b) Verändert man die Größe des Winkels β , so ändern sich die Lage von D und die Größe des Winkels δ . Beachte: $|AB|$ und α werden nicht verändert.
 T (1) Wie groß muß β gewählt werden, damit die Geraden g und h aufeinander senkrecht stehen?
 A (2) Wie groß muß β gewählt werden, damit die Gerade g parallel zur Geraden h verläuft?
 U (3) Wo liegt der Punkt D, wenn $\beta = 90^\circ$ gewählt wird?
 F (4) Wie groß muß β gewählt werden, damit die Punkte D und C auf derselben Seite der Geraden c liegen?
 G
 A

- B 2. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

- E a) $(x + 1)(x - 4) = 0$
 N b) $(x^2 - 1)(x^2 - 4) = 0$
 c) $x^6 - 64 = x^3 + 8$
 d) $x^{20} - 8x^{17} > 0$

3. Für rationale Zahlen a wird $|a|$ durch folgende Gleichungen definiert:

$$|a| = a \text{ wenn } a \geq 0 \quad |a| = -a \text{ wenn } a < 0$$

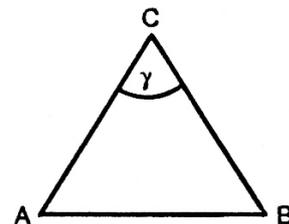
BEISPIELE: $|6,3| = 6,3 \quad |-4,6| = 4,6$

- W Gib die Lösungsmenge zu folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

- A a) $|x - 2| - 2 = 0$
 H b) $|x + 2| + 2 = 0$
 L c) $(|x| - 8)^2 = 4$
 A d) $(|x - 2| - 8)^2 = 4$
 U e) $|x| - |x + 4| < 0$
 F

- G 4. a) Zeichne ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit $|AB| = 5 \text{ cm}$, $|BC| = |AC| = 6 \text{ cm}$. Zeichne über AB den Thaleskreis, der AC in D und BC in E schneidet.

- E Zeige, daß sich die Geraden AE und DB unter dem Winkel γ schneiden.
 N

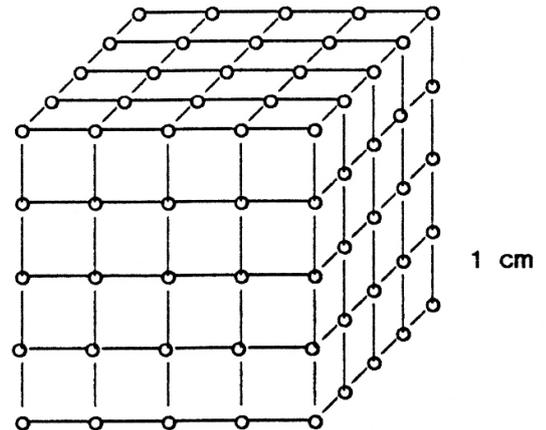


- b) Zeichne das Dreieck ABC noch einmal. Zeichne die Winkelhalbierende des Winkels α , sie schneidet BC in D. Die Senkrechte auf AD in D schneidet AB in E. M ist der Mittelpunkt der Strecke AE.

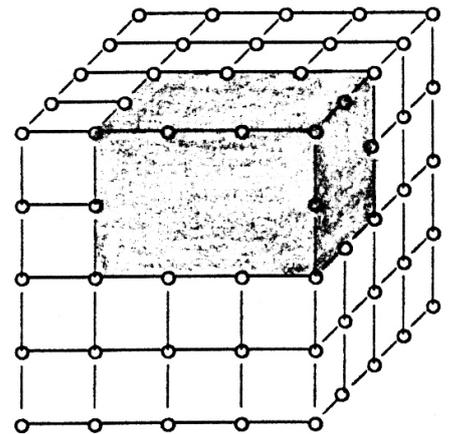
- (1) Zeige, daß der Winkel $ADM = \frac{\alpha}{2}$ ist.
 (2) Zeige, daß gilt $2|DB| = |AE|$.

5. a) Die Orte A und B liegen 30 km voneinander entfernt. Anton fährt von A nach B mit einer Geschwindigkeit von 21 km/h; Boris fährt von B nach A mit einer Geschwindigkeit von 24 km/h.
- (1) Sie starten zur gleichen Zeit. Nach wieviel Minuten treffen sie sich? Wieviel km ist Anton bis zum Treffen gefahren?
 - (2) Wann treffen sie sich, wenn Anton um 8.00 Uhr und Boris um 8.15 Uhr startet?
- b) Franz startet um 8.00 Uhr zu einem 40 km entfernten Ziel, das er um 9.30 Uhr erreichen will. Anfangs fährt er mit einer Geschwindigkeit von 24 km/h. Wann muß er seine Geschwindigkeit auf 30 km/h steigern, wenn er sein Ziel pünktlich erreichen will?

6. Die nebenstehende Skizze zeigt einen Würfel mit der Kantenlänge 4 cm. Die in der Zeichnung gekennzeichneten Punkte heißen Gitterpunkte. Der Würfel enthält auch im Inneren und auf den nicht sichtbaren Flächen Gitterpunkte.



- a) Bestimme die Gesamtanzahl der Gitterpunkte, die im Inneren und auf der Oberfläche des dargestellten Würfels liegen.
- b) (1) Ein zweiter Würfel enthält insgesamt 512 Gitterpunkte. Wie groß ist dessen Kantenlänge?
 (2) Ein dritter Würfel enthält im Inneren 512 Gitterpunkte. Wie groß ist dessen Kantenlänge?
- c) In nebenstehendem Würfel ist ein Quader mit den Kantenlängen 2 cm, 2 cm und 3 cm eingezeichnet. Der Quader soll so im Würfel verschoben werden, daß seine Eckpunkte auf Gitterpunkte des Würfels zu liegen kommen. Wie viele Lagen für den Quader gibt es?
- d) Es werden Pyramiden betrachtet, deren Grundfläche ein Quadrat mit der Seitenlänge 2 cm ist und deren Spitze auf einem Gitterpunkt senkrecht über dem Mittelpunkt der Grundfläche liegt. Die Pyramiden können auf der Bodenfläche des Würfels so verschoben werden, daß die Eckpunkte wieder auf Gitterpunkten liegen. Wie viele Lagen für die verschieden hohen Pyramiden gibt es?



7. Anita und Bernd spielen ein Würfelspiel; bei jedem Spiel wirft jeder einmal. Wer die höhere Augenzahl wirft gewinnt. Anitas Würfel trägt die Zahlen 1, 4, 4, 4, 4, 6. Bernds Würfel trägt die Zahlen 3, 3, 3, 3, 5, 5.
- a) (1) Anita wirft eine 4. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gewinnt Bernd?
 (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wirft Anita bei einem Spiel die höhere Augenzahl?
- b) Der Spieler der die niedrigere Augenzahl wirft, muß an den Gegenspieler die Differenz der Augenzahlen in Pfennigen bezahlen. Anita und Bernd vereinbaren 720 Spiele.
- (1) Bei wie vielen der 720 Spiele muß Anita damit rechnen, 2 Pfennig an Bernd zu zahlen?
 - (2) Mit welchem Gewinn oder Verlust muß Anita bei den 720 Spielen insgesamt rechnen?

AUFGABEN DER GRUPPE B

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an.

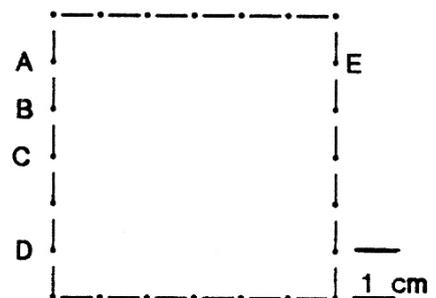
- P a) $7(4x + 5) = 12x - 45$ $G = \mathbb{Z}$
 F b) $7(4x - 5) < 12(x - 5)$ $G = \mathbb{Z}$
 L c) $(4x - 5)^2 = 16x^2 - 35$ $G = \mathbb{Q}$
 I d) $(4x - 5)(4x + 5) - 8(x^2 - 2) + 7 = 0$ $G = \mathbb{Q}$

C

- H 2. a) Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) das Dreieck ABC
 T mit A(-6|2); B(3|5); C(-3|11).
 A b) Spiegele das Dreieck ABC an der y-Achse. Benenne die Bildpunkte mit
 U A', B', C'.
 F c) (1) Verbinde A mit A' und C mit C'. Berechne den Flächeninhalt des
 G Vierecks AA'C'C.
 A (2) Berechne die gemeinsame Fläche der Dreiecke ABC und A'C'B'.
 B (3) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
 E d) Durch eine Drehung können die beiden Dreiecke aufeinander abgebildet
 N werden.
 (1) Gib die Koordinaten des Drehpunktes an.
 (2) Gib den Drehwinkel an.

3. a) Eine Möbelhandlung gewährt bei Barzahlung 3 % Rabatt auf den Rechnungs-
 W preis. Durch diesen Preisnachlaß ermäßigt sich die Zahlung um 46,50 DM.
 A Wieviel DM betrug der ursprüngliche Preis?
 H b) Bei einer anderen Möbelhandlung wurde eine Rechnung von 4600 DM auf
 L 4439 DM herabgesetzt. Wieviel Prozent Rabatt sind dies?
 A c) Der Preis einer Sitzgruppe wurde um 20 % ermäßigt. Die Sitzgruppe
 U kostet jetzt 3000 DM. Wie hoch war der ursprüngliche Preis?
 F d) Der Preis eines Fernsehsessels wurde um 10 % erhöht. Später wurde der
 neue Preis nochmals um 10 % heraufgesetzt. Um wieviel Prozent wurde
 der ursprüngliche Preis insgesamt erhöht?

4. a) Zeichne das Quadrat mit den Punkten
 G A und B und den angegebenen Maßen.
 A Zeichne
 B (1) eine Gerade durch A, die das Quadrat
 E in 2 gleich große Flächen zerlegt,
 N (2) zwei Geraden durch B, die das Quadrat
 in 3 gleich große Flächen zerlegen,
 b) Zeichne das Quadrat mit dem Punkt C noch
 einmal. Zeichne 2 Geraden durch C, die das
 Quadrat in 3 gleich große Flächen zerlegen.
 c) Zeichne das Quadrat mit den Punkten D und E noch einmal. Zeichne
 3 Geraden durch D oder E, so daß das Quadrat in 4 gleich große
 Flächen zerlegt wird.



5. Zum Lösen der folgenden Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen.

- Verlängert man eine Seite eines Quadrates um 4 cm und verkürzt die andere um 5 cm, so verringert sich der Flächeninhalt um 41 cm^2 . Wie lang ist eine Quadratseite?
- In einem Dreieck ist die Höhe 2 cm kürzer als die dazugehörige Grundseite. Wenn beide Strecken um 5 cm verlängert werden, wächst der Flächeninhalt um $92,5 \text{ cm}^2$. Wie lang sind die Grundseite und die Höhe des ursprünglichen Dreiecks?
- Der Umfang eines symmetrischen Trapezes beträgt 69 cm. Die Länge der einen parallelen Seite ist zwei Drittel der Länge der anderen parallelen Seite. Die Länge jedes Schenkels ist zwei Drittel der Länge der kürzeren der parallelen Seiten. Wie lang sind die Seiten des Trapezes?

W

A 6. a) Ein Zahnrad mit 288 Zähnen wird um 70° gedreht.

H (1) Um wie viele Zähne ist das Rad gedreht worden?

L (2) Ein zweites Zahnrad mit 168 Zähnen greift in das erste ein. Um welchen Winkel ist das zweite mitgedreht worden?

A

U (3) Ein drittes Zahnrad greift in das zweite ein. Bei der Drehung des ersten Rades um 70° hat es genau eine Zweidritteldrehung gemacht. Wie viele Zähne hat das dritte Rad?

F

G b) Um wieviel Grad dreht sich das erste Rad, wenn das dritte eine ganze Drehung macht?

A

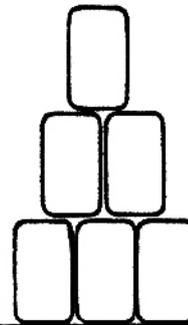
B

E 7. a) Sechs Dosen lassen sich - wie nebenstehend abgebildet - in Form eines dreistufigen Stapels aufstellen.

N

(1) Wie viele Dosen benötigt man für einen zwölfstufigen Stapel?

(2) 210 Dosen wurden entsprechend gestapelt. Wie viele Stufen hat dieser Stapel?

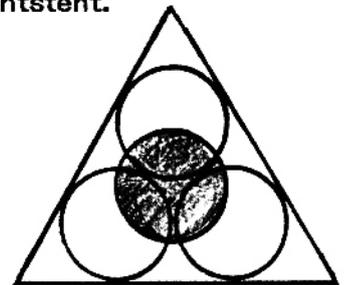


b) In einem Dreiecksrahmen liegen 3 gleich große Kugeln. Eine 4. Kugel läßt sich so auflegen, daß ein pyramidenförmiger Stapel entsteht.

(1) Wie viele Kugeln benötigt man für die unterste Schicht einer dreistufigen Pyramide?

(2) Wie viele Kugeln benötigt man insgesamt für eine vierstufige Pyramide?

(3) Aus wie vielen Stufen besteht eine Pyramide mit 120 Kugeln?



AUFGABEN DER GRUPPE C

1. Eine Stadt besteht aus den Stadtteilen A (24000 Einwohner), B (32000 Einwohner) und C (8000 Einwohner).

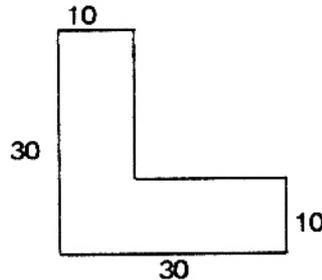
- a) (1) Wie viele Einwohner hat die Stadt insgesamt?
 (2) Wieviel Prozent aller Einwohner wohnen im Stadtteil C?

b) Durch die Eingemeindung des Ortes D erhöht sich die Einwohnerzahl der Stadt um 15 %. Wie viele Einwohner hat die Stadt nach der Eingemeindung von D insgesamt?

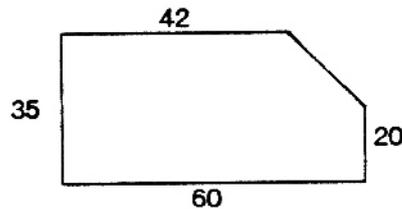
c) Die Einwohnerzahl einer anderen Stadt erhöhte sich im letzten Jahr um 2 %. Die Stadt hat jetzt 99960 Einwohner. Wie viele Einwohner hatte die Stadt vor der Erhöhung?

2. Alle Maßangaben in den Zeichnungen sind in cm angegeben.

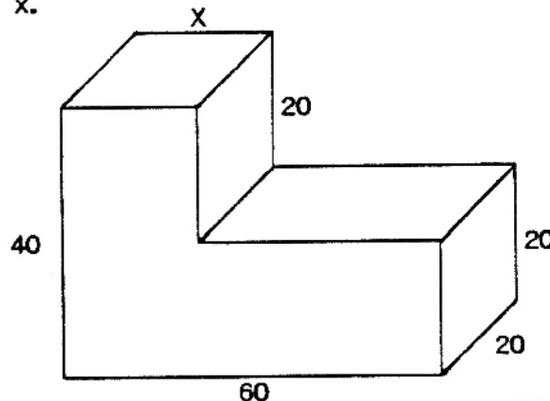
- a) Berechne
 (1) den Flächeninhalt,
 (2) den Umfang der
 nebenstehenden Figur.



- b) Berechne den Flächeninhalt der angegebenen Figur.



- c) Das Volumen des abgebildeten Körpers beträgt 30000 cm^3 . Berechne die Kantenlänge x .

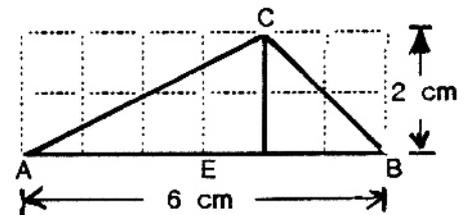


3. Bestimme jeweils die Lösungsmenge $G = \mathbb{Z} = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots \}$.

- a) $3x + 4 = 37$
 b) $6 \cdot (x - 2) = 60 - 2x$
 c) $3 \cdot (4x - 8) = 15x + 28 - 4 - 9x$
 d) $24x - 5 \cdot (3x - 4) = 6x + 35$
 e) $3 \cdot (2x - 4) > -24$

4. Fritz hat in seiner Sparsbüchse nur 5-DM-Münzen, 2-DM-Münzen und 1-DM-Münzen.
- Er will 49 DM mit möglichst wenig Münzen bezahlen. Wie viele Münzen jeder Sorte nimmt er?
 - Er will 7 DM bezahlen. Es gibt dafür 6 verschiedene Möglichkeiten. Schreibe sie auf.
 - Er will 21 DM nur mit 5-DM- und 2-DM-Münzen bezahlen. Wie viele 5-DM-Münzen und wie viele 2-DM-Münzen braucht Fritz jeweils? Schreibe 2 Möglichkeiten auf.
 - Er zahlt 14 DM mit genau 6 Münzen. Schreibe zwei Möglichkeiten auf.
 - 39 DM sollen bezahlt werden. Fritz nimmt doppelt soviel 2-DM-Münzen wie 5-DM-Münzen und doppelt soviel 1-DM-Münzen wie 2-DM-Münzen. Wie viele Münzen jeder Sorte nimmt er?

5. a) (1) Zeichne das Dreieck ABC mit den in der Skizze angegebenen Maßen.
 (2) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.



- b) Spiegele den Punkt C an der Geraden AB. Du erhältst den Bildpunkt D; zeichne das Viereck ADBC.
- c) (1) Spiegele das Viereck ADBC an der Geraden CD. Du erhältst die Vierecke B'DA'C und ADA'C.
 (2) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks ADA'C.
 (3) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks AB'C.
- d) (1) Zeichne das Dreieck ABC noch einmal und verschiebe das Dreieck so, daß der Punkt A auf den Punkt E fällt.
 (2) Bestimme den Flächeninhalt der Gesamtfigur.

W

A 6. a) 5 Maschinen stellen an einem Tag 6000 Flaschen her.

H (1) Wie viele Flaschen werden von 8 Maschinen an einem Tag hergestellt?

L (2) Wie viele Maschinen müssen an einem Tag eingesetzt werden, um 8400 Flaschen herzustellen?

A

U b) Zur Erledigung eines Auftrages müssen 5 Maschinen je 12 Stunden eingesetzt werden.

F

(1) Wie viele Stunden benötigen 4 Maschinen zur Ausführung dieses Auftrags?

G

(2) Die Arbeit wird mit 5 Maschinen begonnen. Nach 4 Stunden fällt eine Maschine aus. Wie viele Stunden werden zur Ausführung des Auftrags nun insgesamt benötigt?

A

B

E 7. 2 Teesorten werden gemischt: Sorte A kostet 40 DM je kg, Sorte B 24 DM je kg.

N

a) 5 kg der Sorte A werden mit 3 kg der Sorte B gemischt. Wieviel DM kostet 1 kg dieser Mischung?

b) 6 kg der Sorte A wurden mit der Sorte B gemischt. Der Gesamtwert der Mischung beträgt 336 DM.

(1) Wieviel kg der Sorte B wurden für die Mischung verwendet?

(2) Wieviel DM kostet 1 kg dieser Mischung?

c) 3 kg der Sorte B wurden mit der Sorte A gemischt. 1 kg dieser Mischung kostet 32 DM. Wieviel kg der Sorte A wurden für die Mischung verwendet?