PFLICHTAUFGABEN

AUFGABEN DER GRUPPE A

1. In einer Molkerei werden von einer Maschine A 4800 Flaschen in 8 Stunden abgefüllt.

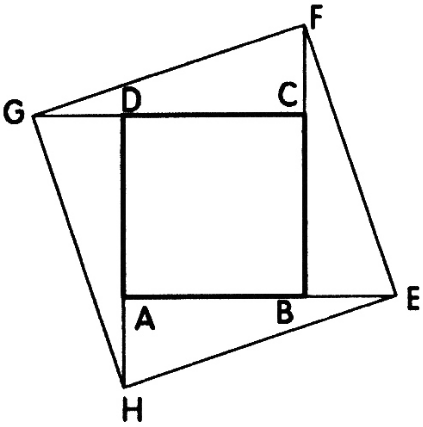
   a) (1) Wie viele Flaschen werden von der Maschine A in 6 Stunden abgefüllt?
      (2) Wie lange benötigt diese Maschine für die Abfüllung von 9300 Flaschen?

   b) Maschine B füllt doppelt so viele Flaschen pro Stunde ab wie Maschine A. Wie viele Flaschen füllt sie in 16 Stunden ab?

   c) (1) Die Maschinen A und B arbeiten gleichzeitig. In welcher Zeit werden dann 9900 Flaschen abgefüllt?

      (2) Die Maschine A füllt nur noch die 0,8-fache Menge von Flaschen pro Stunde ab. Wie viele Flaschen muß die Maschine B nun pro Stunde abfüllen, um dies auszugleichen?

2. a) Zeichne ein Quadrat ABCD von 4 cm Seitenlänge. Verlängere $\overline{AB}$ über B hinaus um 1 cm, $\overline{BC}$ über C hinaus um 1 cm, $\overline{CD}$ über D hinaus um 1 cm und $\overline{DA}$ über A hinaus um 1 cm. Du erhältst das Quadrat EFGH.



   b) (1) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks BEF.
      (2) Berechne den Flächeninhalt des Quadrates EFGH.
      (3) Verbinde A mit F und berechne den Flächeninhalt des Dreiecks AEF.

   c) Aus dem Quadrat ABCD erhält man durch entsprechende Verlängerung der Seiten ein 40 cm^2 großes Quadrat. Um wieviel cm wurden dabei die Seiten verlängert?

   d) Die Dreiecke BEF, GCF, HDG und HEA kann man zu einem Viereck zusammenfügen. Wie groß muß die Verlängerung gewählt werden, damit dabei ein Quadrat entsteht?

WAHLAUFGABEN

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an, $G = \mathbb{Z}$.

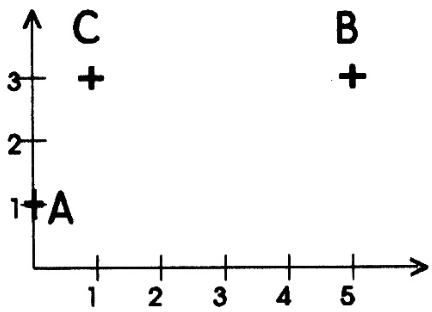
   a) $7(x - 3) = x - 3 - 2(x + 1)$

   b) $7(x - 3) - 4(x - 3) = 2(x - 3)$

   c) $(x + 4)(x - 2) = 2(x + 14)$

   d) $x(x + 8) - 4 < 2(8 + 5x) - 2(x + 2)$

4. Zu jeder Teilaufgabe sind die Punkte A(0|1), B(5|3) und C(1|3) in ein Koordinatensystem einzuzeichnen.



   a) Kennzeichne alle Punkte, die von der Geraden AC und von der Geraden BC den gleichen Abstand haben <u>und</u> 5 cm von B entfernt sind.

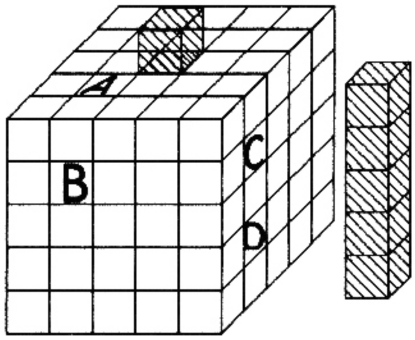
   b) Kennzeichne (Schraffiere!) alle Punkte, deren Abstand von den Geraden AC <u>und</u> von der Geraden BC höchstens 1 cm beträgt.

   c) Kennzeichne (Schraffiere!) alle Punkte, deren Abstand von der Geraden AC mindestens 1 cm beträgt <u>und</u> die von C höchstens 4 cm entfernt sind <u>und</u> näher an A als an B liegen.

5. Nach dem Kauf eines neuen Autos muß man jedes Jahr mit einem Wertverlust rechnen. Dieser beträgt im 1. Jahr 20 %, im 2. Jahr 15 % und im 3. Jahr 15 % jeweils vom Neupreis.
   a) Herr Roth bezahlte für seinen Neuwagen 24400 DM. Berechne den Wert (Zeitwert) das Autos (1) nach einem Jahr und (2) nach zwei Jahren.
   b) Herr Schiller will sein Auto nach 3 Jahren verkaufen. Der Zeitwert des Autos beträgt 16200 DM. Aufgrund eines Unfalls verringert sich der Zeitwert um 10%. Wieviel % vom Neuwert erhält er noch?
   c) Frau Traut kaufte ein Auto für 36000 DM. Beim Verkauf ihres Wagens nach 4 Jahren erhält sie 15300 DM. Wieviel % vom Neuwert beträgt der Wertverlust im 4. Jahr?

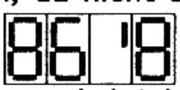
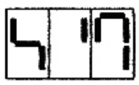
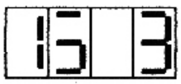
W A H L A U F G A B E N

6. a) An jeder Ecke eines Würfels der Kantenlänge 5 cm wird ein 1 cm^3 großer Würfel herausgeschnitten. Berechne
   (1) das Volumen,
   (2) die Oberfläche
   des entstandenen Körpers.



   b) Auf einen Würfel der Kantenlänge 5 cm werden 1 cm^3 große Würfel aufgeklebt. Die Seitenflächen des Würfels sind in 1 cm^2 große Felder eingeteilt.
   (1) Es wird 1 Würfel aufgeklebt. Um wieviel cm^2 vergrößert sich dadurch die Oberfläche?
   (2) Auf eine Seitenfläche werden 4 Würfel so aufgeklebt, daß jeder Würfel genau auf einem Feld liegt. Es gibt dafür verschiedene Möglichkeiten. Um wieviel cm^2 ist die Oberfläche des entstehenden Körpers jeweils größer als die des ursprünglichen Würfels? Gib alle Möglichkeiten an.
   c) Eine Maschine kann aus einem Würfel der Kantenlänge 5 cm quadratische Säulen herausstanzen. An den Feldern A, B, C und D werden entsprechend Säulen herausgestanzt. Wieviel cm^3 werden dabei insgesamt aus dem Würfel entfernt?

7. Bei Taschenrechnern werden die Ziffern durch Leuchtstäbchen dargestellt; z.B. wird die Ziffer 8 durch sieben Leuchtstäbchen angezeigt. Die Ziffern 0 bis 9 haben nebenstehende Darstellung. Hans besitzt einen Taschenrechner der im 2. und 3. Feld von rechts nicht mehr alle Ziffern richtig darstellen kann, da nicht alle Stäbchen aufleuchten.

Die Zahl 8888 wird als  , die Zahl 1160 wird als  angezeigt.
   a) Bei welchen Ziffern erscheint im 2. Feld von rechts keine Anzeige?
   b) Hans tippt eine dreistellige Zahl ein, die als  angezeigt wird. Welche Zahlen kann Hans eingetippt haben? Gib alle Möglichkeiten an.
   c) Hans tippt eine dreistellige Zahl ein, die als  angezeigt wird. Zu dieser Zahl addiert er mit seinem Taschenrechner 988 und erhält als Summe  angezeigt. Welche dreistellige Zahl hat Hans eingetippt?
   d) Hans multipliziert mit seinem Taschenrechner eine dreistellige Zahl mit 11. Das Produkt wird als  angezeigt. Wie heißt die dreistellige Zahl?

AUFGABEN DER GRUPPE B

PFLICHTAUFGABEN

1. Für die Versicherung eines Autos muß man einen Grundbeitrag bezahlen. Wenn man mehrere Jahre unfallfrei fährt, wird dieser Beitrag gesenkt. Verursacht man einen Unfall, wird der Beitrag erhöht.

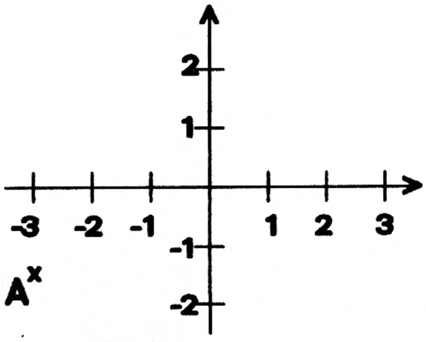
   a) Beate bezahlt noch 35 % des Grundbeitrages. Der Grundbeitrag für ihr Auto beträgt 1070 DM. Wieviel DM muß sie bezahlen?

   b) Peter muß 175 % des Grundbeitrages bezahlen; er bezahlt 1365 DM. Berechne den Grundbeitrag.

   c) Elke bezahlt 782 DM für ihre Autoversicherung. Der Grundbeitrag für ihr Fahrzeug beträgt 920 DM. Wieviel Prozent beträgt der Beitrag?

   d) Jörg bezahlt seinen Versicherungsbeitrag in 4 Raten zu jeweils 210 DM. In diesem Betrag sind 5 % Aufschlag für die Ratenzahlung enthalten. Berechne den Versicherungsbeitrag bei jährlicher Zahlung.

2. In einem Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ist der Punkt A(−3|−1,5) eingetragen.



   a) Zeichne in ein entsprechendes Koordinatensystem ein Rechteck mit den Eckpunkten A(−3|−1,5), B(3|−1,5), C(3|1,5) und D(−3|1,5) ein.

   b) (1) Zeichne eine Raute (Rhombus), deren Eckpunkte auf den Rechteckseiten liegen. Benenne die Eckpunkte mit E, F, G und H, wobei E auf AD liegt.
   (2) Bestimme den Flächeninhalt der Raute EFGH.

   c) G, H und D sind Eckpunkte eines gleichschenkligen Trapezes (symmetrischen Trapezes). Bestimme den 4. Eckpunkt I so, daß der Flächeninhalt des Trapezes GHDI genauso groß ist wie der Flächeninhalt der Raute EFGH. Gib die Koordinaten des Eckpunktes I an.

   d) Zeichne eine Raute, deren Flächeninhalt doppelt so groß ist wie der Flächeninhalt des Rechtecks ABCD und deren Eckpunkte auf den Koordinatenachsen liegen; (0|6) ist ein Eckpunkt dieser Raute.

WAHLAUFGABEN

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

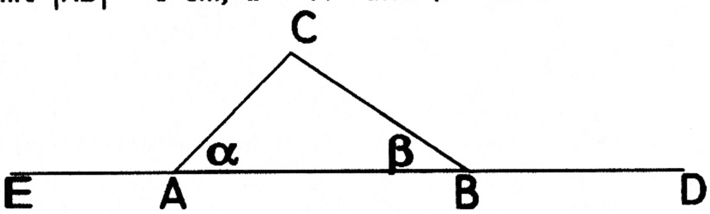
   a) $15x - 16 + 6x = 20 + 13x - 12$

   b) $6 \cdot (7x - 5) = 48x + 12$

   c) $5 \cdot (2x + 1) < 13 - (8x - 10)$

   d) $(4x - 2) \cdot (4x + 3) = x \cdot (16x + 6) - 11$

4. a) (1) Zeichne das Dreieck ABC mit $|AB| = 5$ cm, $\alpha = 44°$ und $\beta = 32°$.
   (2) Verlängere $\overline{AB}$ über B hinaus um $\overline{BC}$ und über A hinaus um $\overline{AC}$; du erhältst die Strecke $\overline{ED}$. Verbinde E mit C und D mit C.
   (3) Berechne die Größe der Winkel $\sphericalangle AEC$ und $\sphericalangle ECD$.



   b) Wie groß müßten die Winkel α und β in einer entsprechenden Figur sein, wenn die Winkel $\sphericalangle AEC$ und $\sphericalangle CDB$ jeweils 25° groß wären?

   c) In einem Dreieck ABC mit $|AB| = 5$ cm und $\alpha = \beta = 60°$ wird die Seite $|AB|$ entsprechend a)(2) verlängert. Wieviel mal so groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks EDC im Vergleich zum Flächeninhalt des Dreiecks ABC?

5. a) Ein Zug fährt eine 15 km lange Strecke in 10 Minuten. Ergänze die Tabelle!

Entfernung in km	15	135	52,5	
Zeit in min	10			55

b) Wenn ein Zug für eine 15 km lange Strecke 10 Minuten benötigt, fährt er mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h. Ergänze die Tabelle!

Zeit in min	10	10	50	40	
Entfernung in km	15	12	125		150
Geschwindigkeit in km/h	90			240	200

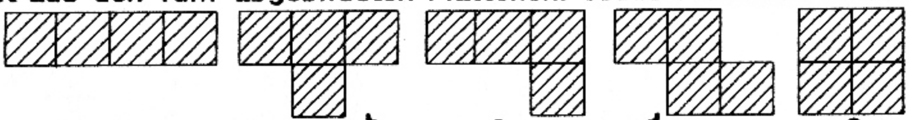
c) Wenn ein Zug mit einer Geschwindigkeit von 90 km/h fährt, benötigt er von A-Dorf nach B-Dorf 12 Minuten.

(1) Wieviel Minuten benötigt er für diese Strecke, wenn er mit einer Geschwindigkeit von 120 km/h fährt?

(2) Mit welcher Geschwindigkeit fährt der Zug, wenn er 10 Minuten von A-Dorf nach B-Dorf braucht?

WAHLAUFGABEN

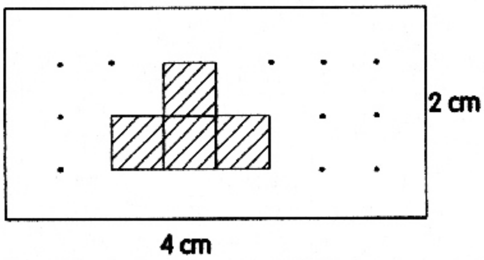
6. Ein Legespiel besteht aus den fünf abgebildeten Plättchen. Jedes Plättchen ist so groß wie 4 Rechenkästchen (Quadraten mit der Seitenlänge 0,5 cm).



a b c d e

a) Belege 4 Quadrate der Seitenlänge 2 cm mit Plättchen. Verwende für jedes Quadrat jeweils nur Plättchen des gleichen Typs.

b) Belege das abgebildete Rechteck mit je 2 der Plättchen a, b, c, e. Ein Plättchen vom Typ b liegt bereits an der richtigen Stelle.



c) (1) Bei einem Quadrat der Seitenlänge 2,5 cm ist das Rechenkästchen in der Mitte belegt. Wie viele Plättchen benötigt man, um das Quadrat auszulegen?

(2) Bei einem größeren Quadrat ist das mittlere Rechenkästchen ebenfalls belegt. Das Quadrat kann mit Plättchen ganz ausgelegt werden. Welche Seitenlänge kann dieses Quadrat haben? Gib zwei Möglichkeiten an!

7. a) Für welche natürlichen Zahlen a, b gilt : $\frac{a}{b} = 5$ $\quad a, b < 20$

Gib alle Möglichkeiten an.

b) Für welche natürliche Zahlen a, b , c, d gilt gleichzeitig:

(1) $\frac{a}{b} = 2$ und $\frac{a}{c} = 3$ $\quad a, b, c < 20$

Gib alle Möglichkeiten an.

(2) $\frac{a}{b} = 2$, $\frac{a}{c} = 3$ und $\frac{a}{d} = 5$ $\quad a, b, c, d < 40$

(3) $\frac{a}{b} = 3$, $\frac{a}{c} = 4$ und $\frac{a}{d} = 5$ $\quad a, b, c, d < 40$

c) Wie heißt die kleinstmögliche natürliche Zahl für a, wenn gleichzeitig gilt:

$\frac{a}{b} = 15$, $\frac{a}{c} = 6$ und $\frac{a}{d} = 35$ wobei b, c und d natürliche Zahlen sind?

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1991/92 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

AUFGABEN DER GRUPPE C

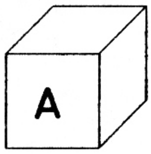
PFLICHTAUFGABEN

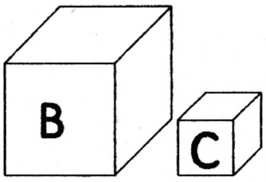
1. a) Ein Radrennfahrer legt in 1 Stunde durchschnittlich 28 km zurück.
   Wieviel km legt er
   (1) in 6 Stunden,
   (2) in $2\frac{1}{4}$ Stunden zurück?

   b) Ein anderer Radrennfahrer benötigt für eine Strecke von 180 km insgesamt 5 Stunden. Wie lange benötigt er für eine Strecke von 252 km, wenn er mit der gleichen Durchschnittsgeschwindigkeit fährt?

   c) Ein dritter Radrennfahrer legte in $3\frac{1}{2}$ Stunden 105 km zurück. Wieviel km ist er durchschnittlich in 1 Stunde gefahren?

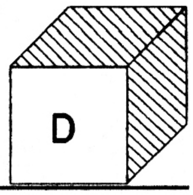
2. a) Würfel A hat eine Kantenlänge von 4 cm.
   Berechne
   (1) das Volumen,
   (2) die Oberfläche des Würfels.





   b) Würfel C hat eine Kantenlänge von 5 cm, die Kantenlänge des Würfels B ist doppelt so groß. Wie viele Würfel der Sorte C benötigt man, um einen Würfel der Sorte B zu bauen?

   c) Der Flächeninhalt der beiden schraffierten Flächen des Würfels D beträgt insgesamt 98 cm^2.
   Bestimme
   (1) die Oberfläche,
   (2) die Kantenlänge des Würfels D.



WAHLAUFGABEN

3. a) Ein Auto kostete bisher 14000 DM. Der Preis wird um 4 % erhöht.
   (1) Wieviel DM beträgt die Preiserhöhung?
   (2) Wieviel DM kostet das Auto nach der Preiserhöhung?

   b) Ein anderes Auto kostete bisher 24000 DM. Der Preis wird um 840 DM erhöht. Wieviel % sind dies?

   c) Herr Müller kauft ein neues Auto. Er macht eine Anzahlung von 9240 DM, das sind 25 % des Kaufpreises. Berechne den Kaufpreis!

4. a) Berechne und gib das Ergebnis in der Grunddarstellung (vollständig gekürzt) an.
   (1) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{5}{6} =$
   (2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} =$
   (3) $\left(\frac{2}{3} + \frac{3}{4}\right) \cdot \frac{3}{5} =$
   (4) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} =$

   b) Bestimme die fehlenden Zahlen:
   (1) $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5} + \square = 1$
   (2) $\frac{2}{3} \cdot \square + \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = 2$

5. Fülle die Tabelle aus!

x	2·x + 3	4·(5 − x)	10 − 3·x
2			
5			
1,2			
	11		

6. Mit Streichhölzern werden Rechtecke gelegt.

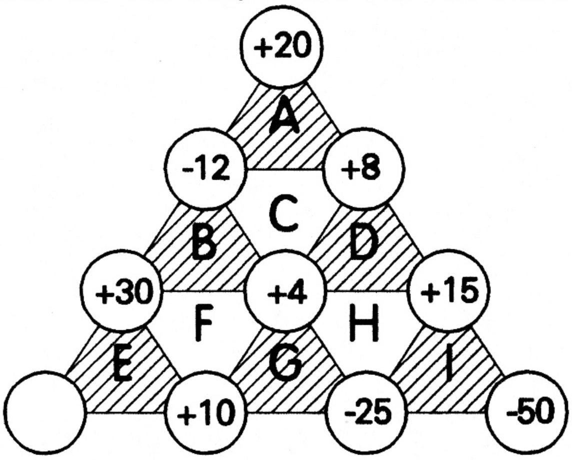
a) Ein Rechteck hat eine Länge von 5 Streichhölzern und eine Breite von 3 Streichhölzern. Wie viele Streichhölzer benötigt man insgesamt für dieses Rechteck?

b) Mit jeweils 18 Streichhölzern soll ein Rechteck gelegt werden. Es gibt mehrere Möglichkeiten. Schreibe sie auf!

c) Ein Rechteck hat eine Länge von 6 Streichhölzern und eine Breite von 4 Streichhölzern. Jedes Streichholz ist 5 cm lang.
(1) Berechne den Umfang dieses Rechtecks in cm!
(2) Berechne den Flächeninhalt dieses Rechtecks in cm^2.

WAHLAUFGABEN

7. Vier Freunde spielen mit dem 'Leuchtenden Dreieck'. Auf Knopfdruck leuchtet jeweils eines der Dreiecke (A, B, C, ...,I) auf. An den Eckpunkten eines Dreiecks stehen Zahlen.
Es kann nach zwei verschiedenen Spielregeln gespielt werden.



a) SPIELREGEL 1:
Die 3 Zahlen an den Eckpunkten eines Dreiecks werden jeweils addiert.
(1) Es leuchtet das Dreieck A auf. Berechne die Summe.
(2) Es leuchtet das Dreieck H auf. Berechne die Summe.
(3) Es leuchtet das Dreieck E auf. Die Summe beträgt +17. Wie heißt die fehlende Zahl?
(4) Die Summe beträgt −11. Welches Dreieck leuchtet auf?
(5) Bei welchem Dreieck ist die Summe am größten? Wie groß ist diese Summe?
(6) Bei welchem Dreieck ist die Summe am kleinsten? Wie groß ist diese Summe?

b) SPIELREGEL 2:
Die 3 Zahlen an den Eckpunkten eines Dreiecks werden jeweils multipliziert.
(1) Es leuchtet das Dreieck D auf. Berechne das Produkt.
(2) Es leuchtet das Dreieck G auf. Berechne das Produkt.