

AUFGABENGRUPPE A

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

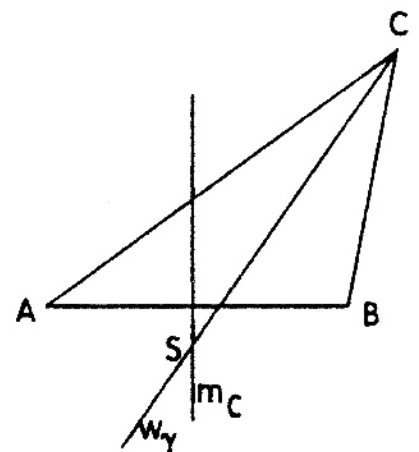
1. a) Die Summe von 6 aufeinanderfolgenden ungeraden Zahlen beträgt 1992. Bestimme die kleinste dieser 6 Zahlen.
 - b) Die Differenz zweier Zahlen ist 2, die Differenz der Quadrate dieser Zahlen ist 1000. Bestimme die beiden Zahlen.
 - c) Die Summe der Quadrate dreier aufeinanderfolgender Zahlen ist um 65 größer als das Dreifache des Quadrates der kleinsten Zahl. Bestimme die 3 Zahlen.
2. a) (1) Zeichne das Dreieck ABC aus $|AB| = c = 7 \text{ cm}$, $h_C = 4 \text{ cm}$, $\alpha = 55^\circ$. Der Höhenfußpunkt von h_C sei D.
 - (2) Spiegele D an \overline{AC} sowie an \overline{BC} ; die Bildpunkte sind E bzw. F; es entsteht das Fünfeck ABFCE.
 - (3) Berechne den Umfang des Fünfecks ABFCE.
 - (4) Berechne den Flächeninhalt des Fünfecks ABFCE.
 - b) Wie groß muß in einem anderen Dreieck ABC der Winkel γ gewählt werden, damit bei entsprechender Spiegelung die Punkte E, C und F auf einer Geraden liegen? Zeige, daß das Viereck ABFE dann ein Trapez ist.

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

- a) $(x + 5)(x - 5) > 0$
- b) $(x^2 + 5)(x - 5) < 0$
- c) $x(x - 5) < 0$
- d) $x < x^2$
- e) $(x^2 - 2)^2 - 16 > 0$

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

4. a) (1) Zeichne das Dreieck ABC mit $|AB| = 8 \text{ cm}$, $\alpha = 35^\circ$ und $\beta = 100^\circ$.
 - (2) Konstruiere die Winkelhalbierende w_γ und die Mittelsenkrechte m_C der Strecke \overline{AB} . Bezeichne den Schnittpunkt von m_C und w_γ mit S. Der Kreis um S mit dem Radius $r = \gamma |SA|$ schneidet die Dreieckseite \overline{AC} im Punkt D und die Verlängerung von \overline{BC} in E.
 - (3) Begründe, daß das Dreieck DBC gleichschenkelig ist.
 - (4) Berechne die Größe des Winkels $\epsilon = \angle DBA$.
- b) Es sei weiterhin $|AB| = 8 \text{ cm}$ und $\alpha = 35^\circ$.
- (1) Wie groß ist der Winkel β zu wählen, so daß bei entsprechender Konstruktion von D das Dreieck ABD gleichschenkelig ist?
 - (2) Wie groß ist der Winkel β zu wählen, so daß bei entsprechender Konstruktion die Punkte A, S und E auf einer Geraden liegen?



5. Unter $n!$ (n -Fakultät) versteht man das Produkt

$$n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$$

z.B.: $1! = 1$ $2! = 1 \cdot 2 = 2$ $3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$

a) Berechne

(1) $\frac{100!}{98!}$

(2) $\frac{21!}{19! \cdot 5!}$

b) Zeige, daß die folgenden Quotienten jeweils natürliche Zahlen darstellen!

(1) $\frac{1! + 2! + 3! + \dots + 100!}{3}$

(2) $\frac{n! + (n + 1)!}{(n + 2)}$

c) Bestimme die kleinste Zahl n , für die die natürliche Zahl $a = n!$ mit 3 Nullen endet.

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

6. Nebenstehende Abbildung zeigt eine Zerlegung des Quadrates ABCD in die vier Rechtecke R_1 , R_2 , R_3 und R_4 .

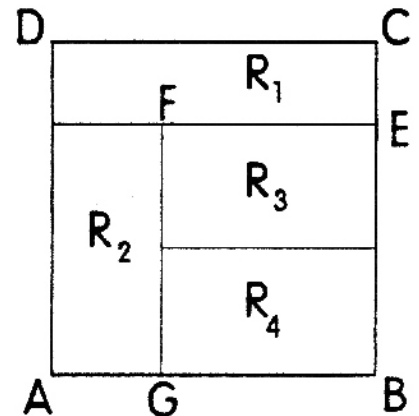
a) Die Zerlegung wird so gewählt, daß die Rechtecke R_2 , R_3 und R_4 jeweils den gleichen Flächeninhalt haben und das Viereck GBEF ein Quadrat mit dem Flächeninhalt 100 cm^2 bildet. Berechne den Flächeninhalt des Quadrates ABCD.

b) Die Seitenlänge des Quadrates ABCD sei 24 cm. Die Zerlegung wird nun so gewählt, daß die vier Rechtecke R_1 , R_2 , R_3 und R_4 den gleichen Flächeninhalt haben. Berechne den Umfang des Rechtecks R_3 .

c) Die Seitenlänge des Quadrates ABCD sei nun 56 cm. Die Zerlegung wird so gewählt, daß die vier Rechtecke jeweils den gleichen Umfang haben.

(1) Zeige, daß $|AG| = 2|CE|$.

(2) Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks R_3 .



7. Bei einem Schulfest sind von den Lehrern Alt, Bernd, Cantus, Doll und Ernst jeweils ein Kinderfoto und ein aktuelles Foto vorhanden. Die Kinderfotos sollen den aktuellen Fotos zugeordnet werden. Ähnlichkeiten sind jedoch nicht zu erkennen.

a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß alle 5 Bilder richtig zugeordnet werden?

b) (1) Heinz hat die Bilder von Alt und Bernd richtig zugeordnet. Wie groß ist dann die Wahrscheinlichkeit dafür, daß er die drei restlichen Bilder alle falsch zuordnet?

(2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß die Bilder von Alt und Bernd richtig und die drei restlichen Bilder falsch zugeordnet werden?

(3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß genau zwei Bilder richtig zugeordnet werden?

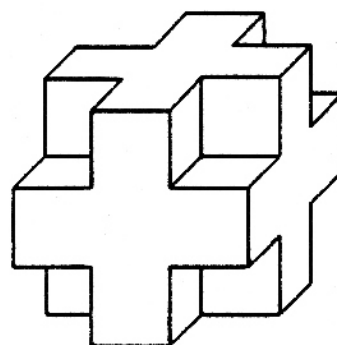
c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß genau drei Bilder richtig zugeordnet werden?

AUFGABENGRUPPE B

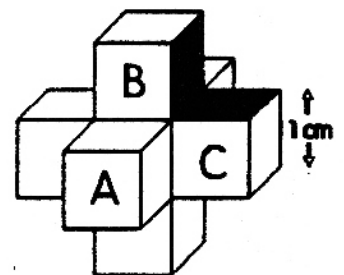
P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.
- $x(x - 5) = x^2 - 25$
 - $x(x + 5) = 5x + 25$
 - $(x - 5)^2 > x^2 + 25$
 - $(x - 5)(x + 5) < x^2 + 25$
2. a) Zeichne die Strecke $|AB| = 5 \text{ cm}$. Trage an \overline{AB} in A den Winkel $\alpha = 38^\circ$ an. Der Kreis um B mit $r = 5 \text{ cm}$ schneidet den Schenkel des Winkels α in C. Zeichne das Dreieck ABC.
- b) Die Verlängerung von \overline{AB} schneidet den Kreis in D. Verbinde D mit C. Berechne die Größe des Winkels $\sphericalangle CDA$.
- c) Spiegele das Dreieck ADC an der Geraden BC.
- d) Berechne die Größe des Winkels $\sphericalangle ABA'$.
-
3. Zu den folgenden Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen!
- Die Geschwister Uwe, Markus und Anna sind zusammen 27 Jahre alt. Uwe ist 2 Jahre älter als Markus und Anna ist halb so alt wie Markus. Wie alt sind die Kinder jeweils?
 - Die Eltern der drei Kinder werden in 4 Jahren zusammen dreimal so alt sein wie Uwe, Markus und Anna zusammen jetzt sind. Der Vater ist 3 Jahre älter als die Mutter. Wie alt sind Vater und Mutter heute?
 - Uwe, Markus und Anna fragen ihren Großvater nach seinem Alter. Er antwortet ihnen: "Wenn ihr euer Alter addiert, durch 3 dividiert und das Ergebnis mit dem vierten Teil meines Alters multipliziert, so erhaltet ihr mein Alter vermehrt um 80 Jahre." Wie alt ist der Großvater?
4. Die beiden abgebildeten Körper sind aus Würfeln mit der Kantenlänge 1 cm zusammengesetzt.
- Aus wie vielen Würfeln besteht der symmetrische Körper 1?
 - Wie groß ist die Oberfläche des 1. Körpers?
 - Wie viele Würfel müssen von Körper 1 entfernt werden, damit Körper 2 entsteht?
 - Wie groß ist die Oberfläche des 2. Körpers?
 - (1) Beim Körper 2 wird der Würfel A so gelegt, daß die schraffierten Flächen der Würfel B und C verdeckt werden. Um wieviel cm^2 ändert sich dadurch die Oberfläche?
 - (2) Wie viele Möglichkeiten gibt es, durch Umsetzungen vom Würfel A die gleiche Änderung wie in Aufgabe e)(1) zu erreichen?



KÖRPER 1



KÖRPER 2

5. a) In einer Zeitung stand:

Biete 40000 DM für 4 Monate.
42500 DM zurück.

Wie groß ist der Zinssatz?

- b) Wie viele Tage müssen 8000 DM zu 7,5 % angelegt werden, bis 120 DM Zinsen gezahlt werden?
- c) Ein Angestellter verdiente monatlich 3160 DM. Als Rente bekommt er 75 % dieses Gehaltes. Seine Ersparnisse, die er zu 7,5 % angelegt hat, bringen soviel Zinsen, daß Rente und Zinsen zusammen monatlich wieder 3160 DM ergeben. Wieviel DM betragen die Ersparnisse?

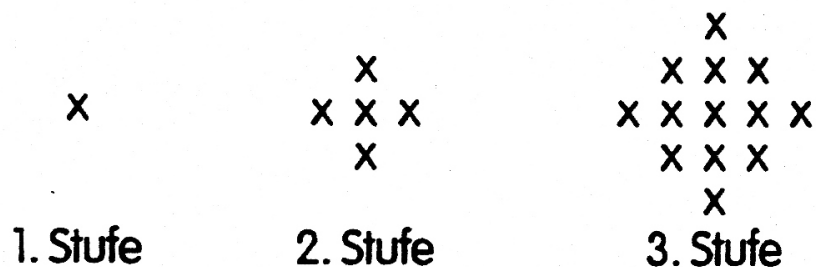
W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

6. Es gibt natürliche Zahlen, deren Quersumme gleich dem Produkt Ihrer Ziffern ist. Beispiel:

$$11313 \quad 1 + 1 + 3 + 1 + 3 = 9 = 1 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 3$$

- a) Gib eine zweistellige Zahl an, die diese Bedingung erfüllt.
- b) Welche Ziffer kommt in keiner dieser Zahlen vor? Warum nicht?
- c) Die kleinste dreistellige Zahl, die diese Bedingung erfüllt, wird aus aufeinanderfolgenden Ziffern gebildet. Wie heißt sie?
- d) Es gibt 12 vierstellige Zahlen, die diese Bedingung erfüllen. Eine davon ist 2141. Nenne die kleinste und die größte dieser Zahlen.
- e) Welche Ziffern mußt du für x, y und z einsetzen, damit die folgenden Zahlen die Bedingung erfüllen:
(1) $12x111$
(2) $112y1z1$

7. Untenstehende Abbildung zeigt die ersten drei Stufen eines auf Gitterpunkten gezeichneten Kreuzmusters.



- a) Zeichne die 4. und 5. Stufe dieses Kreuzmusters.
- b) Ergänze die Tabelle!

Stufe Nr.:	1	2	3	4	5	6	8
Anzahl der Kreuze	1	5	13				

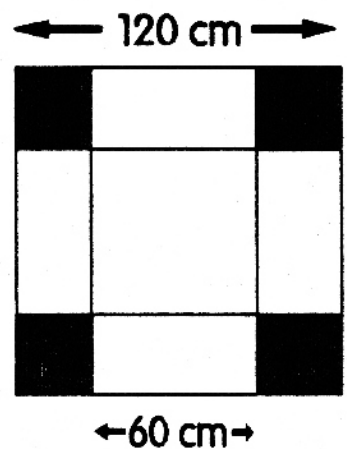
- c) (1) Wie viele Kreuze enthält die 9. Stufe mehr als die 8. Stufe?
(2) Wie viele Kreuze enthält die 21. Stufe mehr als die 20. Stufe?
- d) Welche Stufe besteht aus 313 Kreuzen?
- e) Kreuzmuster kann man auch in einem dreidimensionalen Raumgitter anordnen. Wie viele Kreuze hat ein dreidimensionales Kreuzmuster der 2. Stufe?

AUFGABENGRUPPE C

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

1. a) Herr Anton hat einen Stundenlohn von 20 DM. In einem Monat hat er 160 Stunden gearbeitet.
 - (1) Wieviel DM hat er verdient?
 - (2) Von seinem Monatslohn werden insgesamt 1088 DM für Steuern und Versicherungen abgezogen. Wieviel Prozent sind das?
- b) Frau Braun verdient im Monat 2800 DM. Davon werden ihr 20% Lohnsteuer abgezogen. Die Kirchensteuer beträgt 9% der Lohnsteuer. Wieviel DM Kirchensteuer werden ihr abgezogen?
- c) Claudias normale Arbeitszeit beträgt 38 Stunden in der Woche. Ihr Stundenlohn ist 16 DM. Für Überstunden erhält sie einen Zuschlag von 30% auf den normalen Stundenlohn. In der letzten Woche mußte sie 43 Stunden arbeiten. Wieviel DM verdiente sie insgesamt in dieser Woche?

2. Aus einer quadratischen Blechplatte (siehe Skizze) soll ein oben offener Kasten hergestellt werden.

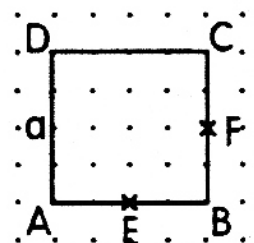


- a) Berechne den Flächeninhalt der Blechplatte.
- b) Die schraffierten Flächen an den Ecken werden abgeschnitten. Wieviel dm^2 sind das?
- c) Die 4 Seitenflächen werden nach oben gebogen. Bestimme die Höhe des Kastens.
- d) Berechne das Volumen des Kastens.
- e) Wieviel Liter Wasser sind in dem Kasten, wenn er bis 3 cm unter den Rand gefüllt ist? (Beachte: 1 Liter = 1 dm^3)
- f) Wie hoch steht das Wasser im Kasten, wenn man 90 Liter Wasser hineinfüllt?

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

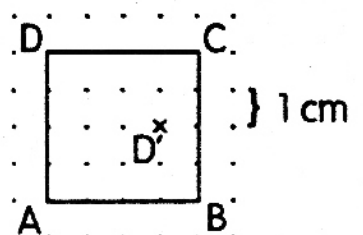
3. Bestimme jeweils die Lösungsmenge! $G = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$
 - a) $7 \cdot (3x - 5) = 28$
 - b) $14x - 2 \cdot (3x - 5) = 3x + 45$
 - c) $100 + 4 \cdot (5x - 15) < 3 \cdot (6x + 10) + 12$
 - d) Wenn man vom Zehnfachen einer Zahl 16 subtrahiert, so erhält man ebenso viel, wie wenn man zum Doppelten der Zahl 24 addiert.

4. a) Zeichne das Quadrat ABCD mit $a = 4 \text{ cm}$. Die Punkte E und F sind Seitenmitten.
 - (1) Spiegele das Quadrat an der Geraden EF. Du erhältst das Quadrat $A'D'C'B'$.
 - (2) Zeichne das Viereck $AA'C'C$ ein und bestimme seinen Flächeninhalt, ohne zu messen.



- b) Zeichne das Quadrat ABCD noch einmal.

- (1) Verschiebe das Quadrat ABCD so, daß D auf D' fällt. Du erhältst das Quadrat $A'B'C'D'$.
- (2) Zeichne das Viereck $AA'C'C$ ein und bestimme seinen Flächeninhalt, ohne zu messen.



5. Setze die richtigen Rechenzeichen (+, -, ·, :) ein.
 Beachte: Punktrechnung vor Strichrechnung. Es dürfen keine Klammern gesetzt werden. Jedes Rechenzeichen kann mehrfach eingesetzt werden.

- a) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = 21$
- b) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = 28$
- c) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = 27$
- d) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = 10$
- e) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = 0$
- f) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = -19$
- g) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = \text{größtmögliche Zahl}$
- h) $1 \square 9 \square 9 \square 2 = \text{kleinstmögliche Zahl}$

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

6. In einer Schatzkiste befinden sich alte Münzen: Taler, Pfennige, Gulden und Kreuzer.

- a) Es galt: 1 Gulden = 60 Kreuzer
 Wie viele Gulden und Kreuzer erhielt man für 503 Kreuzer?
- b) Für 2 Gulden 20 Kreuzer erhielt man 560 Pfennige. Gib den Wert eines Kreuzers in Pfennigen an.
- c) Ein Kaufmann hatte folgende Einnahmen:

5 Gulden	150 Kreuzer	12 Pfennige
7 Gulden	80 Kreuzer	19 Pfennige

 Berechne die Gesamteinnahme und gib den Wert in möglichst wenigen Münzen an.
- d) Ein Taler hatte den Wert von $1\frac{1}{2}$ Gulden. Gib den Wert eines Talers in Pfennigen an.

7. Ein Mofa benötigt für eine Strecke von 9 km 18 Minuten.

- a) (1) Wie viele km fährt es in einer Stunde?
 (2) Wie viele Stunden und Minuten braucht es für eine Strecke von 57 km?
- b) Ein Zug fährt eine Strecke in 1 Stunde und 18 Minuten bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 96 km/h. Ein ICE braucht für dieselbe Strecke 52 Minuten. Berechne seine Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h.
- c) (1) Ein Skifahrer benötigt für eine Abfahrt $3\frac{1}{2}$ Minuten. Wie lang ist die Strecke, wenn er mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 108 km/h fährt?
 (2) Um wieviel Sekunden verlängert sich die Fahrzeit, wenn er mit gleicher Durchschnittsgeschwindigkeit 150 m weiter fährt?