A

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE A

PFLICHTAUFGABEN

1. Die Bundesbahn wirbt für die BAHNCARD mit dem Slogan:

   Mit der Bahncard erhalten Sie 50% Ermäßigung auf den normalen Fahrpreis.
   Die Bahncard für Schüler kostet 50 DM, für Studenten 110 DM.
   Die Bahncard ist jeweils ein Jahr lang gültig.

   a) Ina hat im letzten Jahr für eine Schüler-Bahncard und Fahrkarten zusammen 250 DM ausgegeben.
      (1) Wieviel DM hätte sie ohne Bahncard für die Fahrkarten bezahlen müssen?
      (2) Wieviel Prozent hat sie also gespart?

   b) Sebastian stellt fest, daß sich für ihn der Kauf einer Schüler-Bahncard im vergangenen Jahr nicht gelohnt hätte. Wieviel DM hat er demnach im vergangenen Jahr für Fahrkarten höchstens ausgegeben?

   c) Eine Frankfurter Studentin fährt von ihrem Studienort Dresden 20 mal im Jahr nach Hause. Sie spart mit der Studenten-Bahncard 47,5 % gegenüber dem Preis einer normalen Rückfahrkarte. Was kostet eine Rückfahrkarte ohne Bahncard?

2. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AB| = 8$ cm, $\alpha = 40°$ und $\beta = 50°$.
      (2) Zeichne den Kreis um C mit dem Radius $r = |BC|$. Der Kreis schneidet AB im Punkt D.
      (3) Spiegele das Dreieck DBC an der Geraden AC und nenne die Bildpunkte D', B' bzw. C'.

   b) (1) Bestimme die Größe des Winkels $\measuredangle ACD$.
      (2) Bestimme die Größe der Winkel $\measuredangle BD'C$ und $\measuredangle BD'B'$.
      (3) Begründe, daß $\overline{DB'}$ senkrecht auf AB steht und daß gilt : $|DB'| = |D'B|$.

WAHLAUFGABEN

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an. $G = \mathbb{Z}$.

   a) $(x + 5)^2 - (x - 5)^2 = 100$

   b) $(3x - 4)^2 > 3(x - 4)^2 + 124$

   c) (1) $(x + 15)^4 = 3^4$

      (2) $(x + 15)^4 = (2x - 6)^4$

4. a) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit $|AB| = 8$ cm, $\beta = 120°$ und $h_{AB} = 4$ cm.

   b) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $|AB| = 6$ cm, $\alpha = 60°$ und der Seitenhalbierenden der Seite $\overline{AB}$ $s_c = 4$ cm.

   c) Konstruiere ein achsensymmetrisches Trapez ABCD, wobei die Eckpunkte auf einem Kreis mit $r = 4$ cm liegen und $|AB| = 3$ cm, $|AC| = 7$ cm ist.
   Beachte: Es gibt zwei nicht kongruente Trapeze mit diesen Eigenschaften!

WAHLAUFGABEN

5. 100 g Paranüsse kosten 4 DM, 100 g Walnüsse kosten 2,40 DM und 100 g Haselnüsse kosten 1,60 DM.
   a) Wieviel kostet eine Nußmischung vom Gesamtgewicht 1 kg, die 50 % Haselnüsse, 30 % Walnüsse und den Rest als Paranüsse enthält?
   b) Eine Mischung aus Hasel- und Paranüssen soll 2,20 DM pro 100 g kosten. Wie groß muß der Anteil der Haselnüsse sein?
   c) Eine Mischung aus den 3 Sorten kostet 2,88 DM pro 100 g. Der Anteil der Para- und Walnüsse ist gleich. Berechne die Anteile der 3 Nußsorten!

6. a) Für welche natürlichen Zahlen n ist der Term $(n + 5)$ durch 7 teilbar?
   b) Für welche natürlichen Zahlen n ist der Term $(n + 3)(n + 4)$ durch 11 teilbar?
   c) Für welche natürlichen Zahlen n ist der Term $n^2 + 8n + 16$ durch 4 teilbar?
   d) Bestimme die 6 natürlichen Zahlen $n < 200$, für die der Term $n^2 - n$ durch 100 teilbar ist.

7. **BEACHTE: Die Ergebnisse zu den folgenden Fragen können auch als Summe oder als Produkt angegeben werden!**
   Die Wahrscheinlichkeit, daß es an einem bestimmten Tag auf der Insel ILOH regnet, beträgt $p = \frac{3}{4}$ Das Wetter an einem Tag ist unabhängig vom Wetter des Vortages.
   a) Alf hat die Absicht, 4 Tage Urlaub auf ILOH zu machen. Berechne die Wahrscheinlichkeit für folgende Ereignisse:
      (1) Es regnet 4 Tage.
      (2) Es regnet nur die beiden letzten Tage.
      (3) Es regnet nur an einem Tag.
      (4) Es regnet höchstens 2 Tage.

   b) Udo hat ebenfalls eine Reise nach ILOH gebucht. Er stellt fest, daß die Wahrscheinlichkeit dafür, daß es bei seinem Aufenthalt auf ILOH nicht regnen wird, kleiner als $\frac{1}{1000}$ ist. Wie viele Tage will Udo mindestens auf ILOH bleiben?

B

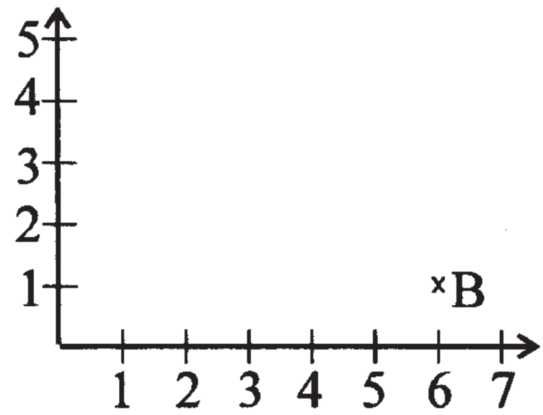
MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE B

PFLICHTAUFGABEN

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; Grundmenge G = Z.
   a) $4(x + 1) - 2(x + 1) = 6$
   b) $13(-5 - x) - x(x - 1) > -5 - x^2$
   c) $(2x + 4)(x - 3) = (x - 8)(x + 6) + 72$
   d) $(3x - 4)(3x - 4) = (3x - 6)(3x - 2)$

2. In einem Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ist der Punkt B(6|1) eingetragen.
   a) (1) Zeichne in ein entsprechendes Koordinatensystem das Dreieck mit den Eckpunkten A(2|1), B(6|1) und C(6|9). Der Punkt M halbiert die Seite $\overline{BC}$.
   (2) Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden AM. Benenne die Bildpunkte mit A', B' und C'.
   b) Berechne den gemeinsamen Flächeninhalt von Ursprungsfigur und Bildfigur.
   c) (1) B, C und P sind Eckpunkte eines Parallelogramms, dessen Flächeninhalt doppelt so groß wie der Flächeninhalt des Vierecks ABMB' ist. P hat die Koordinaten (2|3). Gib die Koordinaten des 4. Eckpunktes an.
   Beachte: Es gibt zwei nicht kongruente Parallelogramme! Gib beide Möglichkeiten an!
   (2) Zeichne ein Quadrat, bei dem B und C Eckpunkte sind und dessen Flächeninhalt doppelt so groß wie der Flächeninhalt des Vierecks ABMB' ist.

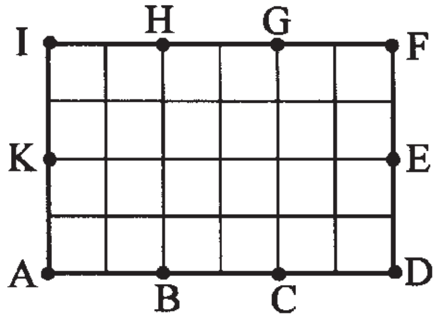


WAHLAUFGABEN

3. Martina, Heike und Thorsten fahren mit dem Fahrrad eine 44 km lange Strecke.
   a) Thorsten fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 30 $\frac{km}{h}$. Welche Strecke legt er in 4 min zurück?
   b) Martina, Heike und Thorsten starten zur gleichen Zeit.
   (1) Mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit muß Martina fahren, wenn sie die 44 km lange Strecke in $2\frac{3}{4}$ h zurücklegen will?
   (2) Heike fährt mit einer durchschnittlichen Geschwindigkeit von 20 $\frac{km}{h}$. Wie viele Minuten kann sie eine Pause machen, wenn sie gleichzeitig mit Martina am Ziel sein will?
   (3) Mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit muß Thorsten fahren, wenn er 55 min früher als Martina am Ziel sein will?

4. a) In diesem Jahr sind 80 Schüler in der 8. Jahrgangsstufe. Im letzten Schuljahr waren im gleichen Jahrgang 85 Schüler. Wieviel Prozent waren es mehr?
   b) Von den 80 Schülern sind 30 % im Chor. Von den Chormitgliedern spielen 25 % ein Instrument. Wieviel % der Achtkläßler spielen ein Instrument u n d sind im Chor?
   c) Von den 80 Schülern sind 40 % Mädchen. 55 % der 80 Schüler spielen Tischtennis. Von den Jungen der Jahrgangsstufe spielen zwei Drittel Tischtennis.
   (1) Wie viele Jungen, wie viele Mädchen spielen Tischtennis?
   (2) Wieviel % der Mädchen spielen Tischtennis?

5. a) Zeichne das Rechteck ADFI ($|AD| = 6$ cm, $|DF| = 4$ cm) mit den markierten Punkten. Verbinde K mit einem gekennzeichneten Punkt so, daß
   (1) ein Viertel,
   (2) ein Sechstel
   des Rechtecks abgetrennt wird.



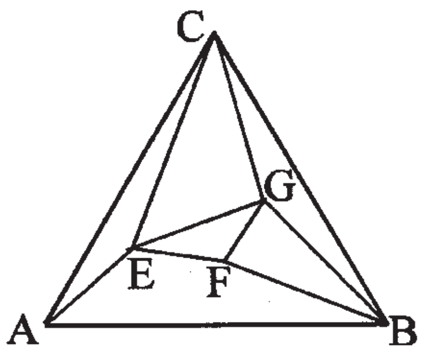
   b) Berechne den Flächeninhalt des
   (1) Dreiecks HKG,
   (2) Vierecks HCEG.
   c) Zeichne das Rechteck ADFI noch einmal.
   (1) Suche zu K drei weitere markierte Punkte, so daß ein Drachenviereck entsteht. Zeichne zwei Möglichkeiten ein! Die Seiten der beiden Drachenvierecke schneiden sich in M_1 und M_2, wobei M_1 näher an AD liegt als M_2.
   (2) Die Fläche des Dreiecks BCM_1 beträgt 0,5 cm^2. Welchem Bruchteil der Fläche des Rechtecks entspricht die gemeinsame Fläche der beiden Drachenvierecke?

W A H L A U F G A B E N

6. Ersetze in den folgenden Gleichungen □ durch +, –, •, : und x durch eine ganze Zahl, so daß wahre Aussagen entstehen. Gib jeweils **alle** Lösungen an.
   BEISPIEL: 5 □ x = 15   Lösungen: 5 • 3 = 15
   5 + 10 = 15
   5 – (–10) = 15

   a) (–2) □ x = 100
   b) x □ x = 100
   c) 100 □ x = 100
   d) x □ (–100) = 100
   e) (–100) □ x = 100
   f) 100 □ x = 0

7. In Vielecke sollen Innenpunkte eingezeichnet werden, so daß höchstens zwei von den Innen- und Eckpunkten auf einer Geraden liegen.
   a) Das Dreieck ABC hat die Innenpunkte E, F und G. Die Dreieckseiten der eingezeichneten Innendreiecke schneiden sich nicht.



   (1) Zeichne ein gleichseitiges Dreieck ABC mit $|AB| = 5$ cm und den beiden Innenpunkten E und F. Zeichne in das Dreieck alle Innendreiecke, deren Seiten sich nicht schneiden! Wie viele Dreiecke gibt es?
   (2) Wie viele Innendreiecke, deren Seiten sich nicht schneiden, entstehen bei 4 Innenpunkten?
   b) (1) Zeichne ein Quadrat ABCD mit a = 5 cm und zwei Innenpunkte E und F. Zeichne in das Quadrat alle Innendreiecke, deren Seiten sich nicht schneiden. Wie viele Dreiecke gibt es?
   (2) Ergänze die Tabelle

Anzahl der Innenpunkte	3	5	15	
Anzahl der Innendreiecke				130

   c) Wie viele Innendreiecke, deren Seiten sich nicht schneiden, entstehen bei einem Sechseck mit zwanzig Innenpunkten?

C

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

PFLICHTAUFGABEN

1. a) Ein Schulgarten ist 720 m^2 groß. Seine Fläche soll auf 900 m^2 vergrößert werden.
   (1) Um wieviel m^2 wird die Gartenfläche vergrößert?
   (2) Um wieviel % wird die Gartenfläche vergrößert?
   b) Auf das 900 m^2 große Gelände wird eine Blockhütte von 7,50 m Länge und 6 m Breite gestellt. Welcher Bruchteil der Gesamtfläche wird für die Hütte benötigt ? **Kürze vollständig**!
   c) Von dem 900 m^2 großen Gartengelände sind 22 % Rasen, $\frac{1}{4}$ der Fläche wird für Gemüseanbau benutzt. Auf Wege und die Hütte entfallen 153 m^2. Die restliche Fläche wird zur Hälfte mit Blumen und zur Hälfte mit Sträuchern bepflanzt. Wieviel m^2 sind mit Blumen bepflanzt?

2. Musik-Cassetten sind 10 cm lang, 6 cm breit und 2 cm hoch.
   a) Ein Karton ist 40 cm lang, 30 cm breit und 20 cm hoch. Wie viele Cassetten passen höchstens in diesen Karton?
   b) Musik-Cassetten werden einzeln in Folie eingeschweißt. Wieviel cm^2 Folie benötigt man für eine Cassette?
   c) Ein Dreierpack Musik-Cassetten (10 cm lang, 6 cm breit, 6 cm hoch) wird in Folie eingeschweißt.
   (1) Wieviel cm^2 Folie werden benötigt?
   (2) Wieviel cm^2 Folie spart man bei einem Dreierpack gegenüber 3 einzeln eingeschweißten Cassetten?
   d) Es gibt insgesamt 3 Möglichkeiten, die Musik-Cassetten als Dreierpack zu verpacken. Gib für jeden möglichen Dreierpack Länge, Breite und Höhe an.

WAHLAUFGABEN

3. In vergangenen Jahrhunderten wurden in Deutschland andere Längenmaße als die heute üblichen verwendet. Dabei gab es unter anderem Zoll, Fuß, Elle, Rute und Meile. Jedoch waren diese nicht überall gleich lang.
   a) In Sachsen war 1 Zoll = 2,4 cm, in Baden dagegen war 1 Zoll = 3 cm.
   (1) Wieviel cm waren 35 sächsische Zoll?
   (2) Wieviel badische Zoll waren 45 cm?
   (3) Wieviel badische Zoll waren 15 sächsische Zoll?
   b) In Baden waren 1 Fuß = 30 cm, 1 Elle = 60 cm, 1 Rute = 3 m, 1 Meile = 8880 m.
   (1) Wieviel Fuß sind 3 Ellen + 2 Ruten?
   (2) Wieviel badische Ruten waren eine badische Meile?
   (3) 19 badische Ellen waren so lang wie 20 sächsische Ellen. Wieviel cm waren eine sächsische Elle?

4. Berechne jeweils den Wert von x bzw. gib die jeweilige Lösungsmenge an;
   $G = \mathbb{N} = \{1, 2, 3, ...\}$.
   a) $4 \cdot x - 12 = 60$
   b) $4 \cdot (x - 12) = 60$
   c) $4 \cdot (60 - x) = 12$
   d) $4 \cdot x - 12 = 60 \cdot x - 124$
   e) $x \cdot x - 4 = 60$
   f) $4 \cdot x + 12 < 60$

C **2. RUNDE** **3. 3. 1994**

5. a) Ein Wetteramt trägt seine Messungen in eine Tabelle ein. Berechne die fehlenden Angaben!

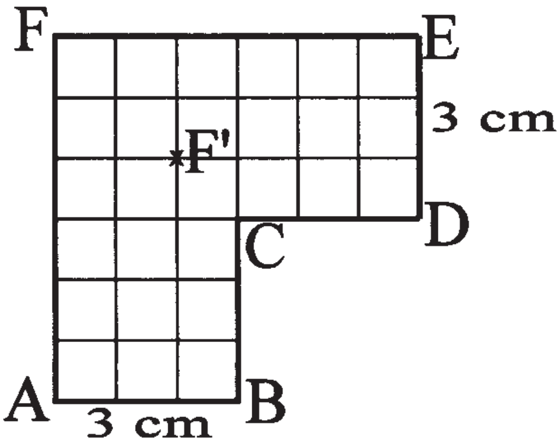
Morgentemperatur	+9°C	+3°C	+12°C	–3°C			
Veränderung	+7°C	–5°C			+8°C	–3°C	–7°C
Abendtemperatur			+6°C	–8°C	0°C	+24°C	–3°C

b) Für die Ermittlung der Tagesdurchschnittstemperatur wird zu 5 verschiedenen Tageszeiten die Temperatur gemessen. Berechne die fehlenden Angaben!

Datum	1. Messung	2. Messung	3. Messung	4. Messung	5. Messung	Durchschnitts-temperatur
7.2.	–10°C	–4°C	–1°C	+3°C	+7°C	
6.8.	+18°C	+22°C	+23°C	+24°C		+21°C

WAHLAUFGABEN

6. a) Zeichne das Sechseck ABCDEF mit den in der Skizze angegebenen Maßen.
b) Bestimme den Flächeninhalt dieses Sechsecks!
c) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks FAF'.
d) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks CDF'.
e) Verschiebe das Sechseck so, daß Punkt F auf F' fällt. Benenne die Eckpunkte der Bildfigur mit A', B', C', ..., F'.
f) Bestimme den Flächeninhalt der Gesamtfigur.



7. a) Gärtner Arnold bietet auf dem Markt 120 Pflanzen an. Jede Pflanze kostet 4,65 DM.
(1) Wieviel DM nimmt Herr Arnold ein, wenn er $\frac{3}{4}$ der Pflanzen verkauft?
(2) Die übrig gebliebenen Pflanzen verkauft er am nächsten Tag für insgesamt 82,50 DM. Wieviel DM kostete jede dieser Pflanzen?

b) (1) Blumenhändler Duft kauft 90 gleiche Blumensträuße. Beim Verkauf will er insgesamt 1170 DM einnehmen. Für wieviel DM muß er jeden Strauß verkaufen?
(2) Von den 90 Blumensträußen muß er 7 Sträuße wegwerfen, weil die Blumen verwelkt sind. 18 Sträuße verkauft er verbilligt für 6,50 DM je Strauß. Die übrigen Sträuße verkauft er alle zu einem erhöhten Preis. Er erzielt dadurch eine Gesamteinnahme von 1170 DM. Berechne den Preis für einen dieser Sträuße.