

A MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE A

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

1. Zeichne in die beigelegten Koordinatensysteme alle Punkte mit den Koordinaten $(x|y)$ ein, die den angegebenen Bedingungen genügen; x und y sind ganze Zahlen mit $-7 < x < 7$ und $-7 < y < 7$:

a) $y < x + 3$ und $y > x - 3$

b) $x^2 + y^2 < 11$

c) $y > (x - 3)^2$

2. Im Rechteck ABCD mit $|AB| = 9$ cm und $|AD| = 6$ cm liegt ein Punkt P. Verbindet man P mit den Eckpunkten A, B, C und D, so entstehen die Dreiecke mit den Flächeninhalten A_1 , A_2 , A_3 und A_4 .

- a) Die Lage des Punktes P wurde so gewählt, daß $A_1 = 12$ cm² ist. Wie groß ist dann A_3 ?

- b) Zeichne das Rechteck ABCD mit den angegebenen Maßen.

- (1) Wo liegen alle Punkte P, für die gilt:

$$A_2 = A_4?$$

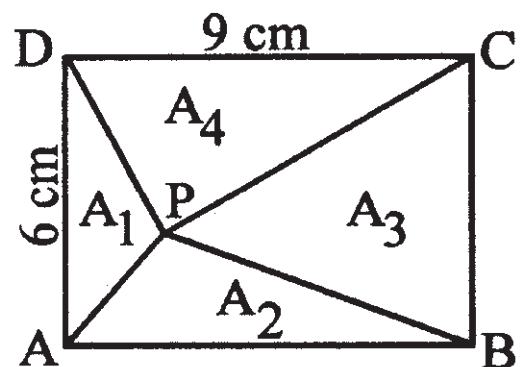
(Markiere in der Zeichnung oder beschreibe die Lage)

- (2) Markiere alle Punkte P, für die gilt: $A_3 = 2A_1$.

- c) Begründe, daß immer gilt: $A_1 + A_3 = A_2 + A_4$.

- d) Zeichne das Rechteck ABCD noch einmal. Bestimme einen Punkt P, so daß gilt:

$$A_1 + A_2 = \frac{3}{4} A_{\text{ges}} \quad (A_{\text{ges}} \text{ ist der Flächeninhalt des Rechtecks ABCD.})$$



W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an. $G = Z$.

a) $(x^2 + 1)(x - 1) < 0$

b) $(x^4 - 100) < (x^2 + 10)$

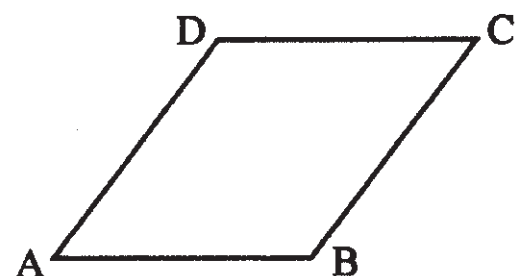
c) $(x + 5)(x - 3) < 0$

d) $(x + 5)(x - 3) < (x - 3)$

4. a) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit $|AB| = 6$ cm und $|BC| = 8$ cm, bei dem die Mittelsenkrechte zu \overline{AB} durch D geht.

- b) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit $|AB| = 6$ cm und $|BC| = 8$ cm, bei dem die Mittelsenkrechte zu \overline{AB} durch die Mitte von \overline{AD} geht. Welchen Abstand hat diese Mittelsenkrechte von der Mittelsenkrechten zu \overline{DC} ? Beweise dies!

- c) In einem weiteren Parallelogramm ABCD mit $|AB| = 6$ cm und $|BC| = 8$ cm haben die Mittelsenkrechten zu \overline{AB} und \overline{DC} einen Abstand von 2 cm voneinander. Konstruiere ein solches Parallelogramm.



5. a) 60 % der Mitglieder eines Vereins sind Erwachsene, 40 % sind Jugendliche. Zu einer Mitgliederversammlung kommen 50 % der erwachsenen Mitglieder. Wieviel Prozent der Jugendlichen müssen kommen, damit die Jugendlichen in dieser Versammlung eine Mehrheit haben?
- b) Zwei Vereine A und B schließen sich zu einem Verein C zusammen. Im Verein A sind genau 40 % der Mitglieder Jugendliche, im Verein B genau 30 % der Mitglieder. Im Verein C sind insgesamt 24 Jugendliche.
- (1) Wie viele **Jugendliche** sind im Verein A?
- (2) Wie viele **Mitglieder** hat der Verein C?
- Gib jeweils alle Möglichkeiten an!**

6. a) In einem Koordinatensystem sind die Kreise K_1 mit dem Mittelpunkt $M_1(0|3)$ und dem Radius $r_1 = 2,5$ cm und K_2 mit dem Mittelpunkt $M_2(8|0)$ und $r_2 = 2,5$ cm gegeben.
- (1) Zeichne die beiden Kreise und konstruiere einen dritten Kreis K mit $r = 4$ cm, der K_1 und K_2 berührt.
- (2) Zeichne noch einmal die beiden Kreise K_1 und K_2 . Konstruiere nun einen Kreis K , der K_1 im Punkt $B(2|4,5)$ berührt und außerdem K_2 berührt.
- b) Gegeben sind zwei Kreise K_3 mit $M_3(0|0)$ und $r_3 = 2,5$ cm und K_4 mit $M_4(8|0)$ und $r_4 = 1$ cm. Konstruiere einen Kreis K , der K_3 in $B(2|1,5)$ berührt und außerdem K_4 berührt.
7. **BEACHTE: Die Ergebnisse zu den folgenden Fragen können auch als Summe oder als Produkt angegeben werden!**

Aus den Ziffern 1, 2, 3, 4, 5, 6 sollen Zahlen gebildet werden. Jede Ziffer darf in jeder Zahl nur einmal vorkommen.

- a) Es werden 6-stellige Zahlen gebildet.
- (1) Wie viele verschiedene Zahlen können gebildet werden?
- (2) Wie viele durch 4 teilbare Zahlen können gebildet werden?
- (3) Wie viele Zahlen, bei denen das Produkt der beiden ersten Ziffern gleich dem Produkt der beiden letzten Ziffern ist, können gebildet werden?
- b) Aus den 6 Ziffern werden 4-stellige Zahlen gebildet.
- (1) Wie viele verschiedene Zahlen können gebildet werden?
- (2) Wie viele Zahlen, die die Ziffern 5 und 6 enthalten, können gebildet werden?

AUFGABEN DER GRUPPE B

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = Z$.
 - a) $4(3x - 2) = 2x - 3$
 - b) $(3x + 2)(3x - 2) = 5$
 - c) (1) $(3x - 2)^2 = 1,5x(6x - 8)$
 (2) $(3x + 2)^2 = (3x - 2)^2$
 (3) $(3x + 2)^2 = (-3x - 2)^2$
2. a) (1) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $c = 5 \text{ cm}$, $\beta = 75^\circ$ und $a = 3 \text{ cm}$. Zeichne auf \overline{AB} einen Punkt S, der 2 cm von A entfernt ist. Verbinde C mit S.
 (2) Um wieviel Prozent ist der Flächeninhalt des Dreiecks SBC größer als der des Dreiecks ASC?
 b) (1) Ergänze das Dreieck ABC zu einem Parallelogramm DBCA.
 (2) Zeichne die Diagonale \overline{DC} , sie schneidet \overline{AB} in M. Bestimme die Länge der Strecke \overline{SM} .
 (3) Welchen Bruchteil des Flächeninhalts vom Parallelogramm DBCA hat das Dreieck DCS?

W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

3. Bei den Tarifverhandlungen 1994 wird eine Lohnerhöhung von 2,25 %, mindestens aber von 63 DM vereinbart.
 - a) (1) Frau Otto verdiente bisher im Monat 2960 DM. Berechne ihren neuen Monatslohn.
 (2) Herr Müller erhielt bisher 2480 DM. Berechne seinen neuen Monatslohn.
 (3) Wieviel DM mußte man bisher mindestens verdienen, damit die Lohnerhöhung mehr als 63 DM beträgt?
 - b) Frau Meister verdient jetzt 3108,40 DM im Monat. Wieviel DM verdiente sie vor der Lohnerhöhung?
 - c) Herr Frank erhielt 1993 eine Lohnerhöhung von 4 %, sein Lohn wurde 1994 um 2,25 % erhöht. Um wieviel Prozent wurde der Lohn von Herrn Frank in den letzten beiden Jahren insgesamt erhöht?
4. a) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $h_c = 3,4 \text{ cm}$, $\alpha = 58^\circ$ und $\beta = 34^\circ$.
 b) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $c = 6,4 \text{ cm}$, $\alpha = 98^\circ$ und der Winkelhalbierenden $w_\alpha = 3,2 \text{ cm}$.
 c) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $a = 4,8 \text{ cm}$, $h_c = 4 \text{ cm}$ und der Winkelhalbierenden $w_\gamma = 4,2 \text{ cm}$.

5. Stelle zu den folgenden Aufgaben zunächst eine entsprechende Gleichung auf!
- Ein Block ist 0,90 DM teurer als ein Heft. Klaus kauft 5 Blöcke und 8 Hefte für zusammen 13,60 DM. Wie hoch ist der Preis für einen Block und für ein Heft?
 - Michael kauft 37 Briefmarken zu insgesamt 25,10 DM. Es sind nur 80-Pfennig-Briefmarken und 50-Pfennig-Briefmarken. Wie viele Marken jeder Sorte erhält er?
 - Jens hat doppelt so viele Münzen wie Markus. Jens tauscht mit Markus 60 Münzen gegen 20 Münzen. Danach hat Markus dreimal so viele Münzen wie Jens. Wie viele Münzen hat Markus nach dem Tausch?

6. Bestimme die jeweilige Lösungsmenge!

a) $x \in \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

(1) $(x + 1)^2 = x^2 + 1$

(2) $(x - 1)^2 = x^2 - 1$

(3) $(x + 1)^2 = x^2 - 1$

b) $x, y \in \{1, 2, 3, \dots\}$

(1) $(x - y)^2 = x^2 - y^2$

(2) $\frac{81}{(x + y)^2} = (x + y)^2$

7. Vor 40 Jahren wurde in Großbritannien mit Pfund Sterling, mit Schilling und mit Pence bezahlt. Folgende Rechnungen wurden in einem alten Rechenbuch gefunden:

Schilling	Pence
8	6
+	7
16	8
	2

Pfund	Schilling
4	8
	7
+	11
6	6

- Wie viele Pence hatte ein Schilling?
 - Wie viele Schilling hatte ein Pfund?
- Berechne in der folgenden Rechnung die fehlenden Werte x, y, z! Gib eine der möglichen Lösungen an.

Pfund	Schilling	Pence
2	13	x
z	y	8
+	9	11
10	15	4

- Heute hat ein Pfund 100 New Pence, Schillinge gibt es nicht mehr.
 - Wie viele New Pence wären 5 Schillinge?
 - Wie viele New Pence wären 36 alte Pence?

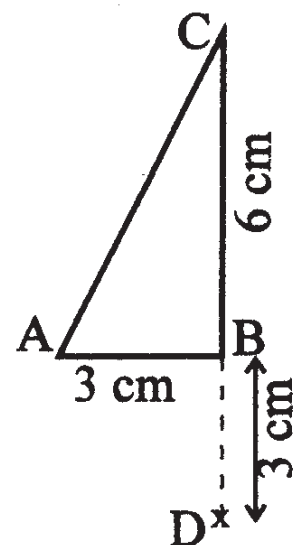
C MATHEMATIK-WETTBEWERB 1993/94 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

P
F
L
I
C
H
T
A
U
F
G
A
B
E
N

1. a) Durch ein Rohr fließen in 15 Minuten 4500 Liter Wasser.
 - (1) Wieviel Liter Wasser fließen in 35 Minuten durch das Rohr?
 - (2) Ein Becken faßt 36000 Liter Wasser. Wieviel Minuten dauert es, bis das leere Becken randvoll gefüllt ist?
 - b) Durch 4 gleiche Rohre kann ein Schwimmbecken in 36 Stunden gefüllt werden. Wie lange dauert das Füllen beim Einsatz von 6 solcher Rohre?
 - c) Ein Wassertank kann durch 7 gleiche Rohre in 48 Stunden gefüllt werden. Das Füllen wird mit 7 Rohren begonnen. Nach 12 Stunden werden 2 Rohre zusätzlich eingesetzt. Wie lange dauert das Füllen des Tankes insgesamt?
2. Im Werkunterricht baut die Klasse 8 einen quaderförmigen, oben offenen Wasserbehälter mit folgenden Innenmaßen: 60 cm lang, 25 cm breit und 40 cm hoch.
 - a) Der Behälter wird innen mit Folie ausgekleidet. Wieviel cm^2 Folie werden dafür benötigt?
 - b) Der Behälter ist zu $\frac{2}{3}$ mit Wasser gefüllt. Wieviel cm^3 sind das?
 - c) Axel füllt 42 Liter Wasser in den leeren Behälter (1 Liter = 1 dm^3). Wieviel cm sind es von der Wasseroberfläche bis zum Rand des Behälters?
 - d) Die Wände und der Boden des Behälters sind 1,6 cm dick. Gib die Außenmaße des Behälters an!

3. a) Zeichne das Dreieck ABC mit den in der Skizze angegebenen Maßen!
- b) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ABC, ohne zu messen.
- c) Zeichne die Gerade durch die Punkte A und D. Spiegele das Dreieck ABC an der Geraden AD. Bezeichne die Bildpunkte mit A', B', C'.
- d) Zeichne die Gerade durch die Punkte B und B'. Bestimme den Flächeninhalt des Fünfecks C'B'BCA, ohne zu messen.
- e) Zeichne das Dreieck C'DC. Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks C'AC, ohne zu messen.



W
A
H
L
A
U
F
G
A
B
E
N

4. a) Bei der letzten Landtagswahl wurden in Althausen 18400 gültige Stimmen abgegeben. Die Partei A erhielt 24 % davon. Wie viele Stimmen waren das?
- b) In Berghausen erhielt die Partei A $\frac{2}{5}$ der gültigen Stimmen, die Partei B 15 %, die Partei C die restlichen 1080 gültigen Stimmen. Wie viele gültige Stimmen wurden in Berghausen insgesamt abgegeben?
- c) In Cellhausen gab es 2 Wahllokale. Die Partei B erhielt im Wahllokal Nord 35 % der 1200 gültigen Stimmen, im Wahllokal Süd 25 % der 1800 gültigen Stimmen. Wieviel Prozent aller gültigen Stimmen erhielt die Partei B in Cellhausen?

5. Bestimme jeweils die Lösungsmenge; Grundmenge $G = Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

a) $5x + 7 = 32$

b) $8 \cdot (x - 3) = 48 - x$

c) $2 \cdot (4x - 8) = 3 \cdot (2x + 4)$

d) $2 \cdot (3x - 4) < -8$

e) **Stelle eine Gleichung auf und berechne x!**

Das Siebenfache einer Zahl, vermindert um 5, ist gleich dem Vierfachen dieser Zahl, vermehrt um 25. Wie heißt diese Zahl?

6. Die gegebenen Zahlenfolgen sind nach bestimmten Regeln aufgebaut. Gib bei jeder Zahlenfolge die fehlenden Glieder an!

a) 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, _ , _ , _

b) 100, 87, 92, 79, 84, 71, 76, _ , _ , _

c) 1, 3, 7, 15, 31, 63, _ , _ , _

d) -27, -20, -13, _ , _ , 8, 15, 22

e) $\frac{1}{2}, \frac{2}{6}, \frac{4}{18}, \frac{8}{54}, \frac{16}{162}, \dots$

f) 1, 4, 9, 16, 25, 36, _ , _ , _

g) Wie müßte das 90. Glied der Zahlenfolge f) heißen?

7. **Schreibe jeweils Deinen Lösungsweg auf!**

a) Mit welcher Bruchzahl muß man $\frac{7}{8}$ multiplizieren, um 1 zu erhalten?

b) Wie oft muß man $\frac{3}{4}$ zu 10 addieren, um 34 zu erhalten?

c) Die Summe zweier Bruchzahlen ist $\frac{19}{14}$, ihre Differenz ist $\frac{1}{14}$. Wie heißen die beiden Bruchzahlen?

d) Addiert man zwei Bruchzahlen, so erhält man 5. Die eine Bruchzahl ist um $\frac{1}{2}$ größer als die andere. Wie heißen die beiden Bruchzahlen?