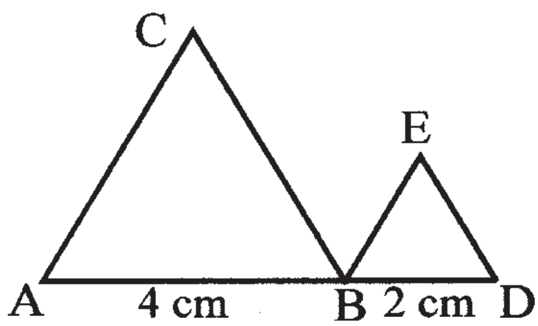
A MATHEMATIK-WETTBEWERB 1994/95 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE A

PFLICHTAUFGABEN

1. Eine Umweltschutzorganisation beobachtet seit vielen Jahren, daß der Bestand an Buckelwalen im Vergleich zum Vorjahr jeweils um 20 % abnimmt. Anfang 1994 gab es noch 24000 Buckelwale.
   a) Wie viele Buckelwale gab es Anfang 1995?
   b) Wie viele Buckelwale gab es Anfang 1993?
   c) Am Anfang welchen Jahres wird die Anzahl der Buckelwale erstmals weniger als die Hälfte des Bestandes von Anfang 1994 betragen?
   d) Die Abnahme der Anzahl wird zu 60 % auf die Verschmutzung der Meere und zu 40 % auf Walfang zurückgeführt.
      (1) Wie viele Buckelwale könnten im Jahre 1995 gerettet werden, wenn ab Anfang 1995 kein Walfang mehr betrieben werden würde?
      (2) Um wieviel Prozent würde der Bestand an Buckelwalen jährlich abnehmen, wenn auf den Walfang verzichtet würde?

2. a) Konstruiere das gleichseitige Dreieck ABC mit $|AB| = 4$ cm und das gleichseitige Dreieck BDE mit $|BD| = 2$ cm. (siehe Skizze !)
   BEACHTE: A, B , D liegen auf einer Geraden.
   Die Geraden AC und DE schneiden sich in F.



   b) (1) Gib die Größe des Winkels $\measuredangle$ AFD an.
      (2) Gib die Länge der Strecke $\overline{DF}$ an.
   c) Wieviel mal so groß ist der Flächeninhalt des Parallelogramms BEFC wie der Flächeninhalt des Dreiecks BDE?
   d) (1) Gib die Größe des Winkels $\measuredangle$ EBA an.
      (2) Begründe: $|AE| = |DC|$
   e) Wie groß muß die Seitenlänge des gleichseitigen Dreiecks BDE gewählt werden, damit bei entsprechender Konstruktion $\overline{DC}$ senkrecht auf $\overline{AF}$ steht?

WAHLAUFGABEN

3. a) Bestimme die natürlichen Zahlen a, b, c so, daß eine wahre Aussage entsteht.
      (1) $x^2 + 6x + a = (x + b)^2$
      (2) $49x^2 - ax + 25 = (bx - c)^2$
      (3) $ax^2 + 1400x + 1225 = (bx + c)^2$
   b) a, b, c, d sind natürliche Zahlen mit $c < d$. Bestimme a, b, c, d so, daß eine wahre Aussage entsteht. Gib alle Lösungen an.
      $ax^2 + 24x + b = (cx + d)^2$

4. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $|AB| = 6$ cm, $\beta = 110°$, $w_\alpha = 7$ cm. (w_α ist die Winkelhalbierende von α.)
   b) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $h_c = 4$ cm, $h_a = 5$ cm und $\beta = 70°$.
   c) Konstruiere ein Dreieck ABC, dessen Eckpunkte auf einem Kreis mit dem Radius $r = 4$ cm liegen. Es ist $|AB| = 6$ cm und $s_c = 5$ cm. (Die Seitenhalbierende s_c ist die Strecke vom Eckpunkt C zum Mittelpunkt von $\overline{AB}$.)

5. a) Die Summe von 6 aufeinanderfolgenden Vielfachen von 5 beträgt 825. Bestimme diese 6 Zahlen.

   b) Das Produkt aus dem 7-fachen einer natürlichen Zahl und dem 8-fachen einer größeren natürlichen Zahl beträgt 784. Bestimme alle möglichen Zahlenpaare.

   c) Die Summe einer durch 2 teilbaren natürlichen Zahl und einer durch 3 teilbaren natürlichen Zahl ist 100. Bestimme alle möglichen Zahlenpaare.

W A H L A U F G A B E N

6. a) Die 28 Schüler einer 8. Klasse können 2 Arbeitsgemeinschaften in Spanisch und Französisch besuchen. 11 Schüler melden sich für die Französisch-AG, 16 Schüler melden sich für die Spanisch-AG an; 4 Schüler besuchen keine Arbeitsgemeinschaft.
   (1) Wie viele Schüler der Klasse besuchen nicht die Französisch-AG?
   (2) Wie viele Schüler besuchen zwei Arbeitsgemeinschaften?
   (3) Wie viele Schüler besuchen nur die Spanisch-AG?
   (4) Wie viele Schüler besuchen höchstens eine Arbeitsgemeinschaft?

   b) Eine andere Schule bietet die drei Arbeitsgemeinschaften an: Handball-AG, Volleyball-AG und Informatik-AG. Jeder der 32 Schüler einer Klasse nimmt an mindestens einer Arbeitsgemeinschaft teil. Die Handball-AG hat 14 Teilnehmer, die Volleyball-AG 16 Teilnehmer. 13 Schüler besuchen genau zwei Arbeitsgemeinschaften, keiner besucht 3 Arbeitsgemeinschaften. 6 Schüler der Volleyball-AG besuchen noch eine andere Arbeitsgemeinschaft, 4 Schüler besuchen nur die Informatik-AG.
   (1) Wie viele Schüler haben sich für die Informatik-AG angemeldet?
   (2) Wie viele Schüler besuchen nur die Handball-AG?

7. **BEACHTE: Die Ergebnisse zu den folgenden Fragen können auch als Summe oder als Produkt angegeben werden!**
   Bei einer Fernsehshow sind in einer Trommel 5 Lose und zwar 1 Niete, 1 Hauptgewinn von 1000 DM sowie Geldpreise zu 20 DM, 30 DM und 50 DM. Zieht ein Spieler einen der drei kleineren Geldpreise, so darf er erneut ein Los ziehen. Zieht ein Spieler die Niete oder den Hauptgewinn, so ist das Spiel beendet.

   a) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Spieler mit dem 2. Zug den Hauptgewinn zieht?

   b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Spieler nach dreimaligem Ziehen insgesamt 100 DM gewinnt?

   c) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Spieler beim 3. Ziehen 30 DM gewinnt?

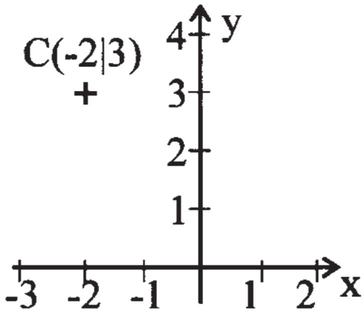
   d) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß ein Spieler mehr als 1000 DM gewinnt?

AUFGABEN DER GRUPPE B

PFLICHTAUFGABEN

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.
   a) $(3x + 5)\cdot 6 \ = \ 9x - 6$
   b) $(3x - 5)\cdot 6 \ = \ 9x - 6$
   c) $(3x + 5)(3x - 5) \ = \ (9x - 6)\cdot x - 25$
   d) $(3x - 5)(3x - 5) \ < \ (9x - 6)\cdot x$

2. a) (1) Zeichne in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ein Dreieck mit den Eckpunkten $A(-2|-3)$, $B(1|-3)$ und $C(-2|3)$ ein.
   (2) Zeichne die Parallele zur x-Achse durch den Punkt $D(-1|1)$.
   (3) Spiegele das Dreieck ABC an dieser Parallelen und benenne die Bildpunkte mit A', B' und C'.



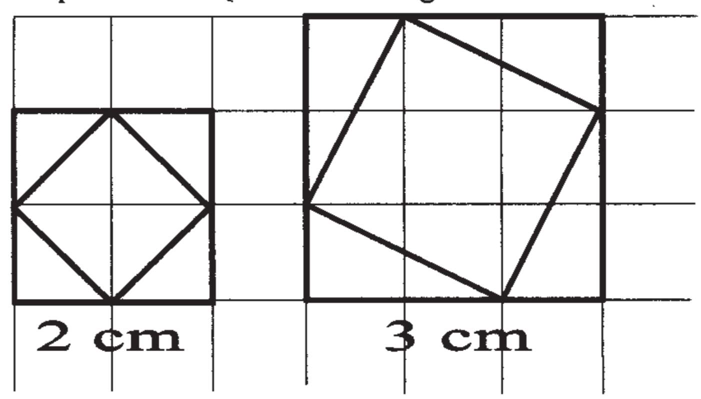
   b) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks A'CDB'.
   c) Wieviel mal so groß ist der Flächeninhalt des Dreiecks BB'D wie der Flächeninhalt des Dreiecks C'DC?
   d) Die Punkte B, B', C, C' liegen auf einem Kreis. Konstruiere den Mittelpunkt dieses Kreises.

WAHLAUFGABEN

3. Wegen Geschäftsaufgabe senkte die Firma Elektro-Klein alle Preise um 35%.
   a) Ein CD-Player kostete vor der Preissenkung 550 DM. Wieviel DM kostet er jetzt?
   b) Der Preis eines Recorders wurde um 96,25 DM gesenkt. Wieviel DM kostete er vorher?
   c) Ein Fernsehgerät wird jetzt für 832 DM angeboten. Wieviel DM kostete es vorher?
   d) Eine HiFi-Anlage kostete ursprünglich 1000 DM. Dieser Preis wurde zunächst um 35 % gesenkt und der neue Preis nochmals um 10 % gesenkt. Um wieviel Prozent wurde der ursprüngliche Preis insgesamt gesenkt?

4. In Quadrate mit den Seitenlängen 2 cm, 3 cm, 4 cm, ... werden Innenquadrate so eingezeichnet, daß deren Eckpunkte auf den Gitterpunkten der Quadratseiten liegen.

   Beispiele:



   a) Berechne die Flächeninhalte der in den beiden Beispielen eingezeichneten Innenquadrate.
   b) Zeichne in ein Quadrat mit der Seitenlänge 4 cm alle verschiedenen (nicht kongruente) Innenquadrate ein und berechne deren Flächeninhalt.
   c) Zeichne in ein Quadrat mit der Seitenlänge 6 cm das größtmögliche Innenquadrat ein und berechne dessen Flächeninhalt.
   d) In einem Quadrat mit der Seitenlänge 50 cm ist das größtmögliche Innenquadrat eingezeichnet. Welchen Flächeninhalt hat dieses Innenquadrat?

5. a) In einem Baumarkt werden rechteckige Spanplatten angeboten.

Dicke	**Preis pro m^2**
10 mm	11,50 DM
16 mm	13,50 DM

(1) Anna kauft eine 10 mm dicke Spanplatte von 2,40 m Länge und 1,70 m Breite. Wieviel DM muß sie bezahlen?

(2) Peter bezahlt für eine 16 mm dicke Spanplatte 20,25 DM. Länge und Breite dieser Platte verhalten sich wie 3 : 2. Wie lang und wie breit ist diese Spanplatte?

b) Martin kauft 8 gleich große Bretter von jeweils 20 cm Länge. Er bezahlt dafür insgesamt 5,44 DM. Von derselben Sorte (gleiche Dicke, gleiche Breite) kauft Sandra 14 Bretter von jeweils 15 cm Länge. Wieviel DM muß Sandra bezahlen?

WAHLAUFGABEN

6. Ganze Zahlen lassen sich als Summe von zwei oder mehreren aufeinanderfolgenden ganzen Zahlen darstellen.

z.B.: $45 = 22 + 23$
$45 = 14 + 15 + 16$
$45 = 7 + 8 + 9 + 10 + 11$

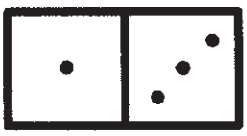
a) Gib für folgende Zahlen eine entsprechende Summendarstellung an:
(1) 67
(2) 12
(3) 28

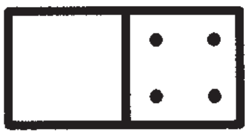
b) Gib für folgende Zahlen jeweils zwei Möglichkeiten der Summendarstellung mit mindestens 3 aufeinanderfolgenden Zahlen an:
(1) 35
(2) 99

c) Nenne alle Zahlen zwischen 50 und 70 , die sich
(1) durch 3 aufeinanderfolgende Zahlen,
(2) durch 3 und 5 aufeinanderfolgende Zahlen
als Summe darstellen lassen.

d) Auch negative Zahlen lassen sich auf diese Art als Summe darstellen. Gib als Summe an:
(1) –13
(2) –4

7. Auf den Spielsteinen eines Dominospieles sind jeweils zwei Augenzahlen dargestellt.
z. B.:


Augenzahlen (1|3)


Augenzahlen (0|4)

BEACHTE: Die Reihenfolge der Augenzahlen kann vertauscht werden!

a) Ein Dominospiel besteht aus 15 Spielsteinen. Auf den Spielsteinen kommen alle möglichen Kombinationen der Augenzahlen von 0 bis 4 vor.
(1) Notiere alle 15 Kombinationen.
(2) Auf wie vielen Steinen kommt die Augenzahl 1 vor?
(3) Wie häufig kommt die Augenzahl 1 vor?

b) Ein anderes Dominospiel soll alle Kombinationen der Augenzahlen 0 bis 6 enthalten.
(1) Wie viele Spielsteine hat dieses Dominospiel?
(2) Wie häufig kommt die Augenzahl 1 vor?

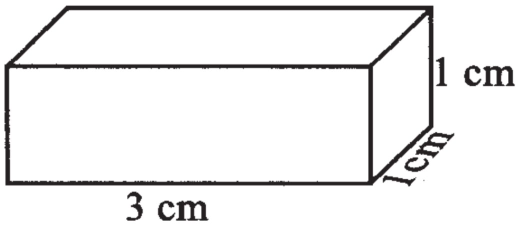
c) Lehrer Müller möchte für seine Schüler ein ähnlich aufgebautes Dominospiel aus 45 Steinen herstellen. Welches ist die höchste Augenzahl in diesem Spiel?

C MATHEMATIK-WETTBEWERB 1994/95 DES LANDES HESSEN

PFLICHTAUFGABEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

1. Andreas hat in seinem Baukasten quaderförmige Bausteine, die 3 cm lang, 1 cm breit und 1 cm hoch sind.



   a) Berechne
      (1) das Volumen,
      (2) die Oberfläche,
      (3) die Summe aller Kantenlängen eines Bausteines.

   b) Andreas baut mit diesen Bausteinen den kleinstmöglichen Würfel.
      (1) Gib die Kantenlänge dieses Würfels an.
      (2) Wie viele Bausteine benötigt er zum Bau dieses Würfels?

   c) Andreas baut aus jeweils vier dieser Bausteine einen Quader. Wie viele verschieden große Quader kann er bauen? Gib von jedem dieser Quader Länge, Breite und Höhe an.
      (Beachte: Vertauschen der Kantenlängen ist keine neue Lösung.)

2. a) Im Jahr 1993 produzierte ein Automobilwerk 240000 Autos. 70 % davon Pkw, der Rest Lkw.
      (1) Wie viele Pkw wurden hergestellt?
      (2) Wie viele Lkw wurden hergestellt?

   b) Im Jahr 1992 hatten 143000 Fahrzeuge ein eingebautes Radio. Das waren 65 % der Jahresproduktion. Wie viele Fahrzeuge wurden 1992 in diesem Werk hergestellt?

   c) Im nächsten Jahr sollen 160000 Pkw und 40000 Lkw gebaut werden. 25 % der Pkw und die Hälfte der Lkw sollen mit Allradantrieb ausgestattet werden.
      (1) Wie viele Pkw mit Allradantrieb sollen gebaut werden?
      (2) Wie viele Lkw mit Allradantrieb sollen gebaut werden?
      (3) Wieviel Prozent der gesamten Jahresproduktion sollen mit Allradantrieb ausgestattet werden?

WAHLAUFGABEN

3. Berechne die fehlenden Werte!

	x	**y**	**Term**	**Wert des Terms**
Beispiel	**+8**	**+2**	**4•x – 3•y**	**4•8 – 3•2 = 26**
a)	+3	+5	5•x + 2•y	
b)	+2	+3	3•x – 2•y	
c)	–6	+7	2•(x + 4) – y	
d)	+4	–11	5•(x + y) + 4	
e)	+9		4•x – 3•y	= +6
f)		+24	2•x + 0,5•y	= +2

4. a) 30 Liter Benzin kosten 45,90 DM. Wieviel DM kosten 40 Liter Benzin?

   b) Ein Liter Diesel kostet 1,15 DM. Herr Schulze bezahlt 69 DM. Wieviel Liter Diesel hat er getankt?

   c) Ein Auto verbraucht auf 100 km durchschnittlich 7,5 Liter Benzin. Wieviel Liter verbraucht das Auto auf einer Strecke von 650 km?

   d) Frau Schmitz stellt fest, daß ihr Pkw für eine Strecke von 420 km 33,6 Liter Benzin verbraucht hat. Berechne den Durchschnittsverbrauch auf 100 km.

5. Karin würfelt mit einem roten und einem blauen Würfel gleichzeitig. Die Augenzahl des roten Würfels gibt den Zähler eines Bruches an, die Augenzahl des blauen Würfels den Nenner des Bruches.

   Beispiel: roter Würfel '4', blauer Würfel '5' $\Rightarrow \frac{4}{5}$

   a) Schreibe alle Brüche mit dem Zähler 2 auf, die Karin durch das Würfeln erhalten kann.

   b) Schreibe alle Brüche mit dem Wert $\frac{1}{2}$ auf, die sie beim Würfeln erhalten kann.

   c) Schreibe alle Brüche größer als $\frac{1}{2}$ und kleiner als 1 auf, die sie beim Würfeln erhalten kann.

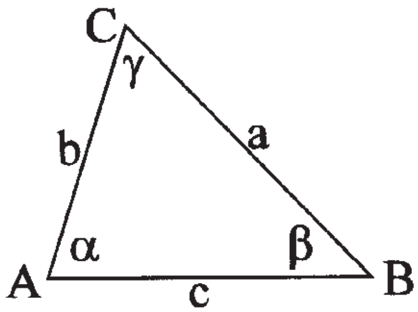
   d) Schreibe
      (1) den Bruch mit dem kleinsten Wert,
      (2) den Bruch mit dem größten Wert
      auf, den Karin beim Würfeln erhalten kann.

WAHLAUFGABEN

6. a) (1) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $|AB| = c = 5$ cm, $\alpha = 65°$, $\beta = 55°$.
      (2) Berechne die Größe des Winkels γ.

   b) (1) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit $a = b = 6$ cm und $\gamma = 43°$.
      (2) Berechne die Größe des Winkels α.

   c) (1) Konstruiere ein gleichseitiges Dreieck mit $c = 7$ cm.
      (2) Zeichne die Höhe h_c ein und nenne den Fußpunkt der Höhe D. Du erhältst die Teildreiecke ADC und DBC. Berechne die Größe aller Winkel in <u>einem Teildreieck</u> und trage sie in die Zeichnung ein.



7. a) Die Orte A, B, C, D, E und F liegen entlang einer Bundesstraße.

   Von A nach D sind es 35 km.
   Von B nach D sind es 28 km.
   Von B nach E sind es 36 km.
   Von C nach F sind es 24 km.
   Von A nach F sind es 48 km.
   Berechne die Längen der Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$ und $\overline{EF}$.

   b) Die Orte G, H , J und K haben zusammen 24000 Einwohner. Die Hälfte davon wohnen in den Orten G und K. In G wohnen doppelt so viele Einwohner wie in K. H hat 3000 Einwohner weniger als G.
   Berechne die Einwohnerzahlen der Orte G, H, J und K.