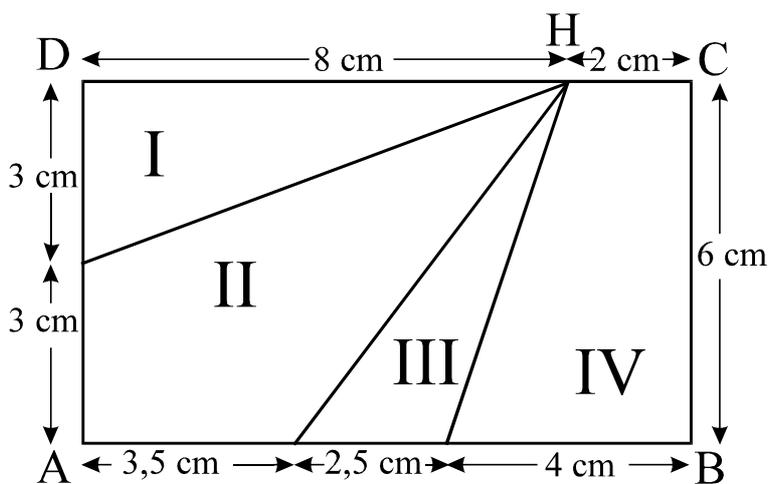


AUFGABEN DER GRUPPE A

P  
F  
L  
I  
C  
H  
T  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

- Während eines Sonderverkaufs zum 15-jährigen Firmenjubiläum gewährt die Firma Elektro-ABC auf alle Ladenpreise einen Rabatt von 15 %.
  - Ein Staubsauger kostete vor dem Sonderverkauf 350 DM. Wieviel DM kostet er während des Sonderverkaufs?
  - Beim Kauf eines Rührgerätes spart Herr Müller während des Sonderverkaufs 18,75 DM. Berechne den Ladenpreis vor dem Sonderverkauf.
  - Für die Mitarbeiter werden die herabgesetzten Preise zusätzlich um 5 % gesenkt. Frau Schäfer zahlt als Mitarbeiterin für einen Kühlschrank nur noch 484,50 DM. Berechne den Ladenpreis des Kühlschranks vor dem Sonderverkauf.

- Berechne im nebenstehenden Rechteck ABCD die Flächeninhalte I, II, III und IV.



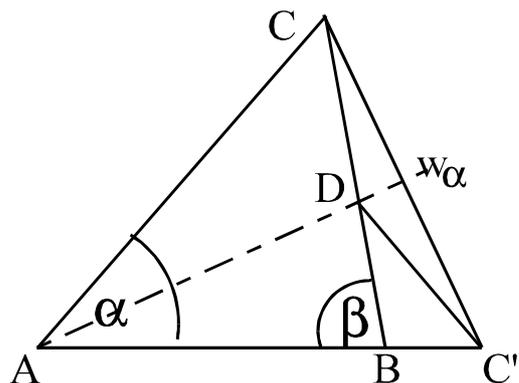
- Zeichne das Rechteck ABCD mit  $|AB| = 10$  cm,  $|BC| = 6$  cm und markiere den Punkt H auf  $\overline{CD}$  mit  $|HC| = 2$  cm. Zeichne drei Geraden durch H so, daß die entstehenden 4 Teilflächen den gleichen Flächeninhalt besitzen. Die drei Geraden schneiden die Seiten des Rechtecks noch in den Punkten R, S, T. Gib den Abstand dieser Punkte vom Punkt A an.

- Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an;  $G = \mathbb{Z}$ .

- $3(2 + 2x) + 5(3x + 4) = 20(x + 1)$
- $4(x - 4) - 3(x - 3) = 2(x - 2)$
- $7(x - 4) < 3(2 - 4x)$
- $x^2 - 5 > (x - 6)(x - 7)$

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

- Konstruiere das Dreieck ABC mit  $|AB| = 6$  cm,  $\beta = 75^\circ$  und der Seitenhalbierenden  $s_a = 7$  cm der Seite  $\overline{BC}$ .
  - Gegeben ist das Dreieck ABC mit  $\alpha = 50^\circ$  und der Winkelhalbierenden  $w_\alpha$ . Es gilt  $|AD| = |AB|$ . Der Punkt C' ist Spiegelpunkt von C an der Winkelhalbierenden.
    - Nenne alle gleichschenkligen Dreiecke, die in der Gesamtfigur erkennbar sind.
    - Berechne die Größe des Winkels  $\beta$ .
    - Berechne die Größe der Innenwinkel des Dreiecks DC'C.



5. Zum Lösen der folgenden Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen.

- Addiert man drei aufeinanderfolgende natürliche Zahlen, so erhält man das Vierfache der kleinsten dieser drei Zahlen. Wie heißt die kleinste Zahl?
- Für welche natürlichen Zahlen gilt: Das Fünffache der Differenz zweier natürlicher Zahlen ist gleich dem Doppelten der Summe dieser Zahlen? Gib 4 verschiedene Möglichkeiten an.
- Eine fünfstellige Zahl der Form **ababa** hat die Quersumme 26. Gib alle fünfstelligen Zahlen mit dieser Eigenschaft an.

**Beachte:** Die Quersumme einer Zahl ist die Summe ihrer Ziffern.

W 6. a) Ergänze die fehlenden Ziffern (0, 1, 2, 3, ..., 9) so, daß wahre Aussagen entstehen.

- A (1)  $1 \quad \cdot 81 = 99994$
- H (2)  $31 \cdot \quad = \quad 7$   
Gib 2 verschiedene Lösungen an!

- L (3)  $\quad \cdot 101 = 8 \quad 9$   
Gib alle Möglichkeiten an!

A b) Mit wie vielen Nullen endet das Produkt

- U (1)  $32 \cdot 125 \cdot 1335533551$ ,
- F (2)  $8 \cdot 625 \cdot 8 \cdot 625 \cdot 4 \cdot 125 \cdot 4 \cdot 125$

B 7. **Beachte: Die Ergebnisse zu der folgenden Aufgabe können auch als Produkt oder Summe angegeben werden!**

Ein Ko-Frosch sitzt auf einem Gitterpunkt eines Koordinatensystems und kann jeweils nur zum nächsten Gitterpunkt nach oben oder nach rechts springen und zwar jeweils mit der Wahrscheinlichkeit  $p = \frac{1}{2}$ .

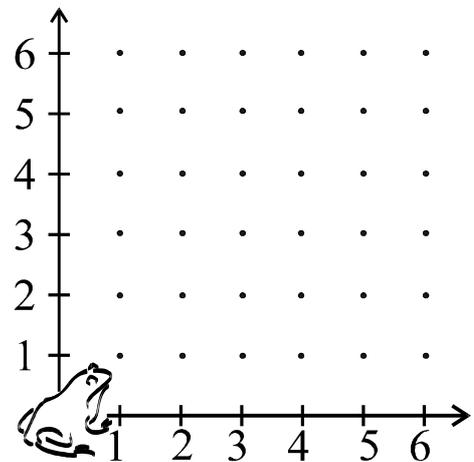
**Beispiel:** Befindet sich der Ko-Frosch auf dem Gitterpunkt (4|3), dann kann er **nur** nach (4|4) oder (5|3) springen.

a) Der Ko-Frosch sitzt auf dem Gitterpunkt (0|0).

- Auf welchen Gitterpunkten kann er sich nach 5 Sprüngen befinden?
- Wie viele Sprünge benötigt er, um den Gitterpunkt (18|17) zu erreichen?

b) Der Ko-Frosch sitzt auf dem Gitterpunkt (0|0) des Koordinatensystems und kann jeweils nur zum nächsten Gitterpunkt nach oben oder nach rechts springen und zwar jeweils mit der Wahrscheinlichkeit  $p = \frac{1}{2}$ .

- Mit welcher Wahrscheinlichkeit erreicht er den Gitterpunkt (4|0), den Gitterpunkt (8|1), den Gitterpunkt (2|2)?
- Mit welcher Wahrscheinlichkeit sitzt er nach 20 Sprüngen nicht auf einer Koordinatenachse?



# MATHEMATIK-WETTBEWERB 1996/97 DES LANDES HESSEN

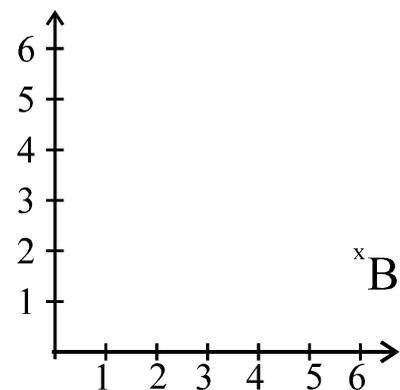
## AUFGABEN DER GRUPPE B

1. a) In einem Bäckerfachgeschäft werden 1500 gleich schwere Brötchen aus 75 kg Teig gebacken. Ergänze entsprechend die Tabelle:

Teig in kg	75	5	60	130	1,7	
Anzahl der Brötchen	1500					540

- b) Von einer anderen Brötchensorte werden täglich 1200 Brötchen zu je 60 g gebacken. Wie viele Brötchen kann man aus der gleichen Teigmenge herstellen, wenn jedes Brötchen nur noch 50 g wiegen soll?  
 c) Für 450 Käsebrötchen kosten die Zutaten 49,50 DM. Der Bäckermeister benötigt zur Herstellung  $2\frac{1}{4}$  Stunden. Die Lohnkosten betragen 74 DM pro Stunde. Berechne die Herstellungskosten für ein Käsebrötchen.

2. a) Trage die Punkte A(0|2), B(6|2) und C(4|6) in ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ein. Verbinde die Punkte zu dem Dreieck ABC und berechne den Flächeninhalt dieses Dreiecks.  
 b) Verschiebe das Dreieck ABC so, daß A'(3|2) der Bildpunkt von A ist. Benenne die Bildpunkte von B und C mit B' und C'. |BC| und |A'C'| schneiden sich in D.  
 c) Zerlege das Vieleck AB'C'DC in Dreiecke, die mit dem Dreieck A'BD deckungsgleich sind und bestimme den Flächeninhalt des Vielecks AB'C'DC.  
 d) Gib die Koordinaten eines Punktes E an, so daß das Dreieck AB'E einen Flächeninhalt von  $27\text{ cm}^2$  hat.



3. a) Berechne die fehlenden Werte

<b>x</b>	<b><math>8 - 3x</math></b>
5	
-6	
	-1

- b) Berechne die fehlenden Werte

<b>x</b>	<b>y</b>	<b><math>3 \cdot x^2 - y</math></b>
-3	5	
	6	42

- c) Gib die jeweilige Lösung an;  $G = Q$ .

(1)  $6 \cdot (5x - 4) = 24x - 15$

(2)  $25 - (8x + 9) = 2 \cdot (8 - 9x)$

4. a) Konstruiere das Dreieck ABC aus  $c = 6\text{ cm}$ ,  $\alpha = 53^\circ$ ,  $\beta = 68^\circ$ .

- b) Zeichne die Höhe  $h_c$  mit dem Fußpunkt D ein.

- c) Spiegele die Punkte A und D an BC. Benenne die Bildpunkte von A und D mit A' und D'. Zeichne das Viereck ABA'C.

- d) Berechne die Größe der Winkel:

(1)  $\triangle ACD$ ,

(2)  $\triangle DCA'$ ,

(3)  $\triangle CA'A$ .

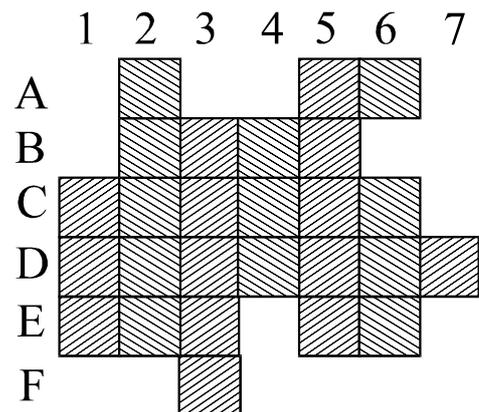
5. a) Auf einer Paßstraße wurden 1996 täglich durchschnittlich 15000 Fahrzeuge gezählt. 28 % der Fahrzeuge waren Lkw. Wie viele Lkw fuhren täglich auf dieser Paßstraße?  
 b) 1995 wurden auf der Paßstraße täglich 19680 Pkw gezählt, das waren 82 % aller Fahrzeuge. Wie viele Fahrzeuge fuhren 1995 durchschnittlich pro Tag auf dieser Strecke?  
 c) Auf einer anderen Paßstraße fuhren 1996 täglich durchschnittlich 25000 Fahrzeuge. Für das Jahr 1997 erwartet man pro Tag 26000 Fahrzeuge und für 1998 wird mit einer weiteren Steigerung von 5 % gegenüber 1997 gerechnet. Um wieviel % wird sich die Zahl der Fahrzeuge von 1996 bis 1998 voraussichtlich erhöhen?

W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

6. a) 3 und 2 sind **benachbarte natürliche Zahlen**. Die Differenz ihrer Quadratzahlen beträgt 5, denn  $3^2 - 2^2 = 5$   
 (1) Bestimme die Differenz der Quadratzahlen von  
 4 und 3,  
 5 und 4,  
 12 und 11,  
 8288 und 8287 .  
 (2) Für welche benachbarten natürlichen Zahlen beträgt die Differenz ihrer Quadratzahlen  
 (α) 17,  
 (β) 429 ?  
 b) 4 und 2 sind **benachbarte gerade natürliche Zahlen**. Die Differenz ihrer Quadratzahlen beträgt 12, denn  $4^2 - 2^2 = 12$  .  
 (1) Bestimme die Differenz der Quadratzahlen von  
 8 und 6,  
 18 und 16 .  
 (2) Für welche benachbarten geraden natürlichen Zahlen beträgt die Differenz der Quadratzahlen  
 (α) 44,  
 (β) 244 ?

7. Bei einem Legespiel wurde aus quadratischen Plättchen mit der **Seitenlänge 1 cm** nebenstehende Figur gelegt.

- a) (1) Wie viele Plättchen muß man zur abgebildeten Figur mindestens hinzufügen, so daß die Gesamtfigur ein Quadrat wird?  
 (2) Wie viele Plättchen muß man zur abgebildeten Figur mindestens hinzufügen, so daß die Gesamtfigur ein Rechteck aus 24 Plättchen enthält?  
 (3) Füge zur abgebildeten Figur 2 Plättchen so hinzu, daß die Gesamtfigur ein Quadrat aus 16 Plättchen enthält. Gib die Felder an, die dazu jeweils belegt werden müssen. Es gibt mehrere Möglichkeiten! Nenne drei!

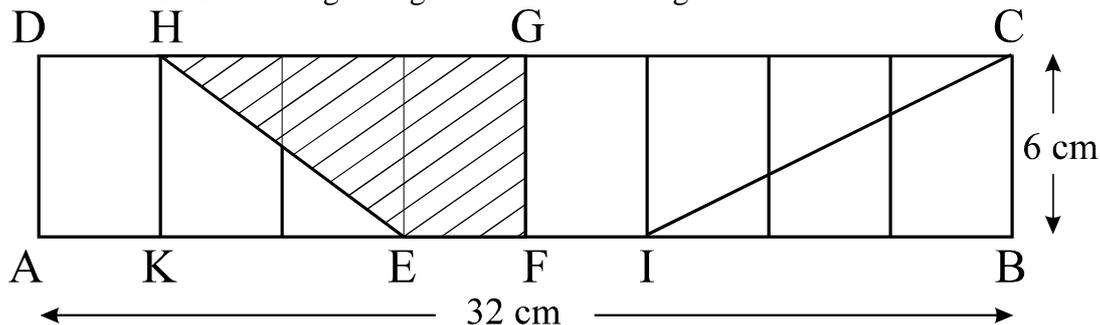


- b) (1) Bestimme den Umfang der abgebildeten Figur.  
 (2) Um wieviel cm verändert sich der Umfang, wenn das Plättchen vom Feld D7 auf das Feld B6 gelegt wird?  
 (3) Wie viele Legeplättchen müssen mindestens umgelegt werden, um die Figur mit dem kleinstmöglichen Umfang zu erhalten? Wie groß ist der kleinstmögliche Umfang?

AUFGABEN DER GRUPPE C

1. a) (1) Ein Zug fährt um 6:44 Uhr in Karlsruhe ab und kommt um 13:41 Uhr in Hamburg-Altona an. Berechne die Fahrzeit in Stunden und Minuten.  
 (2) Ein anderer Zug, der für diese Strecke 7 Stunden und 20 Minuten benötigt, kommt in Karlsruhe um 14:32 Uhr an. Wann fuhr er in Hamburg-Altona ab?
- b) Für die 27 km lange Strecke von Darmstadt nach Frankfurt benötigt ein D-Zug 18 Minuten. Berechne seine Durchschnittsgeschwindigkeit in km/h.
- c) Die 35 km lange Strecke von Frankfurt nach Friedberg fährt ein Zug mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 100 km/h. Wieviel Minuten benötigt dieser Zug für diese Strecke?

2. Das Rechteck ABCD ist in 8 gleich große Rechtecke aufgeteilt.



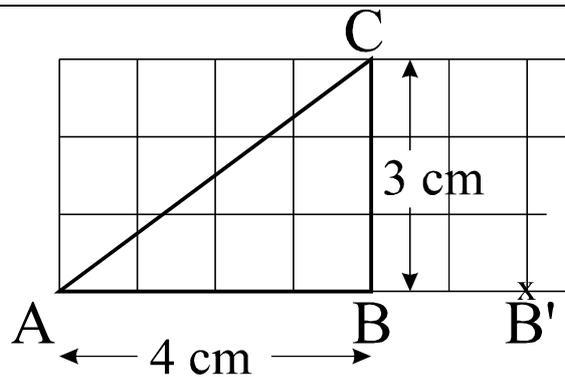
- a) Berechne den
  - (1) Flächeninhalt des Rechtecks ABCD,
  - (2) Umfang des Rechtecks ABCD.
- b) Berechne den
  - (1) Flächeninhalt des Rechtecks AKHD,
  - (2) Umfang des Rechtecks AKHD.
- c) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks EFGH.
- d) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks FICG.
- e) Gib den Flächeninhalt des Vierecks EFGH als Bruchteil des Flächeninhalts des Rechtecks ABCD an. Kürze !

3. a) 820 Schülerinnen und Schüler besuchen eine Realschule. Davon sind 45 % Mädchen.
  - (1) Wie viele Mädchen besuchen diese Schule?
  - (2) Wie viele Jungen besuchen diese Schule?
- b) Von den 900 Schülerinnen und Schülern eines Gymnasiums kommen 135 mit dem Fahrrad zur Schule. Wieviel Prozent sind das?
- c) Von den Schülerinnen und Schülern einer Förderstufe besuchen im Fach Mathematik 24 % einen C-Kurs, das sind 72 Schüler. 40 % der Schüler sind in einem B-Kurs, alle anderen besuchen A-Kurse.
  - (1) Wie viele Schüler hat diese Förderstufe?
  - (2) Wie viele Schüler besuchen in Mathematik die A-Kurse?

4. Löse die folgenden Gleichungen!

- a)  $5 \cdot x + 4 = 39$
- b)  $2 \cdot x + 5 + 3 \cdot x = 35$
- c)  $13 + x = 12$
- d)  $3 \cdot (x - 1) = 21$
- e)  $6 \cdot x + 9 = 2 \cdot x - 3$
- f)  $x - 5 = 5 - x$

5. a) Zeichne das rechtwinklige Dreieck ABC mit den in der Skizze angegebenen Maßen.
- b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
- c) Verschiebe das Dreieck ABC so, daß B auf B' fällt. Nenne die anderen Bildpunkte A' bzw. C'.
- d) Berechne den Flächeninhalt des gemeinsamen Flächenstücks von Original und Bildfigur, ohne zu messen.
- e) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks AB'C'C, ohne zu messen.
- f) Gib den Flächeninhalt des gemeinsamen Flächenstücks (siehe d) als Bruchteil des Flächeninhalts des Vierecks AB'C'C an. Kürze!



W  
A  
H  
L  
A  
U  
F  
G  
A  
B  
E  
N

6. Aus Kärtchen mit den Ziffern von 1 bis 9 (jede Ziffer ist nur einmal vorhanden) werden drei 3-stellige Zahlen gebildet und addiert.  
Im Beispiel beträgt die Summe der drei Zahlen 1449.

Beispiel

4	5	3
1	2	9
8	6	7

Summe 1449

Figur A

4	5	3
1	2	9

Summe 1260

Figur B

2	7	
	5	

Figur C

3		5
	1	
7		9

Summe 1566

- a) In **Figur A** soll die Summe 1260 betragen. Bestimme die Zahl in der 3. Zeile.
  - b) Ergänze die fehlenden Ziffern in **Figur B** so, daß die Summe der Ziffern in jeder Zeile, in jeder Spalte und in beiden Diagonalen jeweils genau 15 ist.
  - c) Oliver hat bisher die ungeraden Ziffern verteilt (siehe **Figur C**). Wie muß er die geraden Ziffern einsetzen, wenn er als Summe 1566 erhalten will? Es gibt 2 Möglichkeiten. Gib beide an.
  - d) Ellen hat die Ziffern so verteilt, daß bei Addition der 3 Zahlen die höchstmögliche Summe entsteht.
    - 1) Berechne die höchstmögliche Summe.
    - 2) Es gibt 216 Möglichkeiten, die höchstmögliche Summe zu erreichen. Schreibe 3 Möglichkeiten auf.
7. In der Autobahnraststätte Bellinzona an der schweizerisch-italienischen Grenze kann man mit DM, mit Schweizer Franken (sfr) oder mit Lire bezahlen.  
Beim Umrechnen werden folgende Wechselkurse angewendet:
- 1 sfr = 1,25 DM;  
1 sfr = 1250 Lire.
- a) Ein belegtes Brot wird für 4,80 sfr angeboten. Wieviel DM sind das?
  - b) Ein Teller Eintopf wird für 6,40 sfr angeboten. Wieviel Lire sind das?
  - c) Herr Herrmann kauft für Frau Giannone ein Buch, für das er 15 DM bezahlt. Wieviel Lire schuldet Frau Giannone Herrn Herrmann?
  - d) Wieviel sfr bekommt Frau Hümpel heraus, wenn sie eine große Tafel Schokolade für 6,50 sfr kauft und mit einem 10 DM-Schein bezahlt?