

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

AUFGABEN DER GRUPPE A

1. a) Von den 1200 Schülern der Goetheschule nahmen 192 an einem Sportfest teil. Wie viel Prozent sind dies?
b) Von der Schillerschule beteiligten sich 85 Schüler an dem Sportfest, dies sind 17 % aller Schüler der Schillerschule. Wie viele Schüler besuchen die Schillerschule?
c) 12,5 % der Schüler der Parkschule nahmen an dem Sportfest teil, von diesen wurden 20 % mit einer Siegerurkunde ausgezeichnet, dies waren 21 Schüler.
(1) Wie viele Schüler der Parkschule nahmen am Sportfest teil?
(2) Wie viele Schüler besuchen die Parkschule?
d) Von 1200 Jungen erhielten 4 % eine Urkunde. Von den Mädchen erhielten 16 % eine Urkunde. Insgesamt erhielten 8 % der Teilnehmer eine Urkunde. Wie viele Mädchen nahmen am Sportfest teil?

2. a) Bestimme drei aufeinander folgende gerade Zahlen, deren Summe 126 ergibt.
b) Addiert man 3 zu dem Fünffachen einer Zahl, so ist diese Summe doppelt so groß wie das Dreifachen der Zahl vermindert um 1. Bestimme diese Zahl.
c) Addiert man 3 zu einer geraden Zahl und subtrahiert von dem Fünffachen dieser Summe die Zahl 2, so erhält man eine Zahl z. Alle möglichen Zahlen z haben die gleiche Endziffer.
(1) Ermittle diese Endziffer.
(2) Gib eine gerade dreistellig Zahl an, so dass z durch 11 teilbar ist.

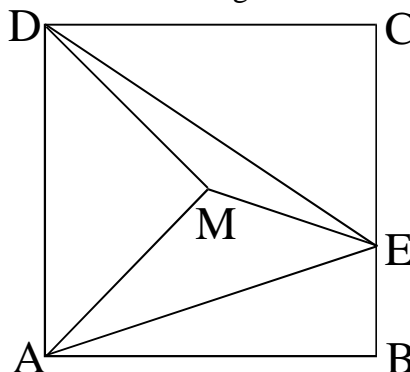
3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

- a) $3(12 - 2x) - 18 + 8x = 3(2x + 2)$
- b) $8\left(\frac{1}{2}x - 5\right) - 4(x + 3) = 6\left(\frac{2}{3}x + 4\right)$
- c) $3(5x - 1) - 6(2 - x) < 6$
- d) $(5x - 1)(x + 2) > (x + 3)(x + 6)$

4. a) Zeichne das Quadrat ABCD mit der Seitenlänge $|AB| = 6$ cm. Der Punkt E liegt auf \overline{BC} mit $|BE| = 2$ cm. M ist der Mittelpunkt des Quadrates. Berechne den Flächeninhalt der folgenden Dreiecke:

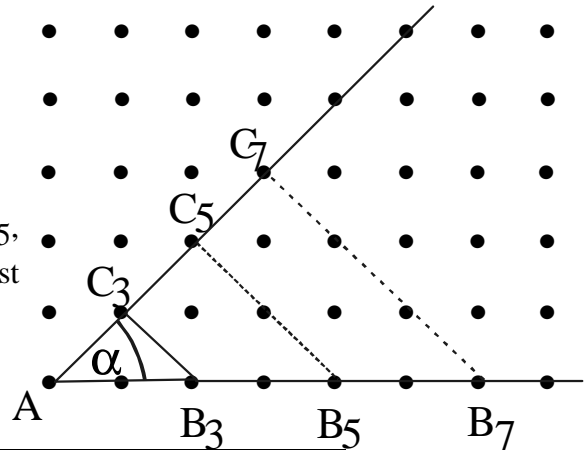
- (1) $\triangle AED$
- (2) $\triangle AMD$
- (3) $\triangle AEM$
- (4) $\triangle MED$

- b) Wo muss der Punkt E^* auf \overline{BC} liegen, so dass der Flächeninhalt des Dreiecks $\triangle AE^*M$ dreimal so groß ist wie der Flächeninhalt des Dreiecks ME^*D ?



5. a) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $|AB| = 7 \text{ cm}$, $\angle BAC = \alpha = 50^\circ$ und $\angle CBA = \beta = 60^\circ$.
 b) Spiegele den Punkt B an \overline{AC} , du erhältst B' . Spiegele den Punkt C an \overline{AB} , du erhältst C' .
 c) Berechne die Größe der folgenden Winkel:
 (1) $\triangle C'AB'$, (2) $\triangle BB'C$, (3) $\triangle AB'B$.
 d) Wie groß ist in einem Dreieck der Winkel α zu wählen, damit bei entsprechend ausgeführten Spiegelungen die Punkte B' , A und C' auf einer Geraden liegen?
 e) Wie groß ist in einem Dreieck mit $\alpha = 50^\circ$ der Winkel γ zu wählen, damit ein entsprechend konstruiertes Viereck $ABCB'$ eine Raute ist?

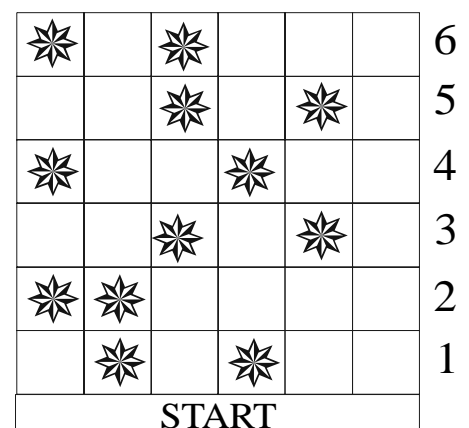
6. Im Gitterfeld sind die Dreiecke AB_3C_3 , AB_5C_5 , AB_7C_7 , ... zu betrachten. Jedes dieser Dreiecke ist gleichschenkelig mit $\alpha = 45^\circ$.



Trage die fehlende Werte in die Tabelle ein!

Anzahl der Gitterpunkte auf der Grundseite des Dreiecks	3	5	7	9	83		
Anzahl der Gitterpunkte auf dem Rand des Dreiecks	4	8				1000	
Anzahl der Gitterpunkte im Inneren des Dreiecks	0	1	4				900

7. Auf einem Spielbrett sind in jeder Reihe 4 weiße und 2 rote Lampen zufällig angeordnet. Die Lage der Lampen ist dem Spieler unbekannt. Setzt ein Spieler einen Stein auf ein Feld, so leuchtet dieses weiß oder rot. Leuchtet es weiß, darf der Spieler den Stein auf ein Feld der folgenden Reihe setzen. Leuchtet es rot, so darf er den Stein auf ein weiteres Feld derselben Reihe setzen. Leuchtet dieses ebenfalls rot, so scheidet der Spieler aus. Leuchtet es weiß auf, darf er seinen Stein auf ein beliebiges Feld der folgenden Reihe setzen. Erreicht er ein weißes Feld in der 6. Reihe, so erhält er den Hauptgewinn.



- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit darf ein Spieler auf die 2. Reihe vorrücken:
 (1) nach einmaligem Setzen,
 (2) nach zweimaligem Setzen?
 b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält der Spieler
 (1) nach 6-maligem Setzen,
 (2) nach 11-maligem Setzen den Hauptgewinn?
 c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist für den Spieler das Spiel in der 2. Reihe schon beendet?

BITTE BEACHTEN : Angabe der Wahrscheinlichkeiten als Produkt oder Summe genügt!

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

AUFGABEN DER GRUPPE B

- Eine Studienfahrt kostet 5700 DM. Frau Albrecht muss 15 % anzahlen. Wie viel DM beträgt die Anzahlung?
 - In den Reisekosten von 5700 DM sind 171 DM für Besichtigungen enthalten. Wie viel Prozent der Reisekosten sind dies?
 - Herr Berger tritt aus familiären Gründen von einer Reise zurück. Er muss 2590 DM als Rücktrittsgebühr bezahlen, das sind 35 % der Reisekosten. Berechne die Reisekosten.
 - Herr Ferber bucht über die Weihnachtstage einen Hotelaufenthalt in den Alpen. Er muss einen Feiertagszuschlag von 18 % bezahlen. Die Reise kostet ihn dann 2242 DM. Wie viel DM hätte ihn die Reise ohne den Zuschlag gekostet?

- Für zwei Fahrschulen Alt und Blitz gelten die folgenden Preise:

	Alt	Blitz
Grundpreis (Anmeldung, Prüfungen)	540 DM	720 DM
1 Std. Sonderfahrt	85 DM	79 DM
1 Std. Normalfahrt	54 DM	48 DM

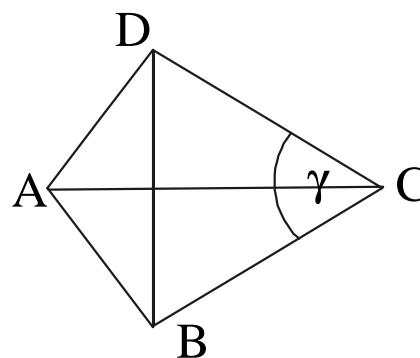
Die Kosten für einen Führerschein setzen sich aus dem Grundpreis und den Kosten für Sonderfahrten und Normalfahrten zusammen.

- Klaus benötigt bei der Fahrschule Alt für seinen Führerschein 12 Sonderfahrstunden und 25 Normalfahrstunden. Wie viel DM muss er einschließlich des Grundpreises bezahlen?
 - Wie viel DM hätte er (bei gleicher Stundenzahl) bei der Fahrschule Blitz bezahlen müssen?
- Dirk bezahlt in der Fahrschule Blitz bei 13 Stunden Sonderfahrten für seinen Führerschein 2611 DM. Wie viele Normalfahrstunden hat er genommen?
- Peter vergleicht die Preise der beiden Fahrschulen. In beiden muss er den Grundpreis bezahlen und 10 Sonderfahrten ableisten. Bis zu wie viel Normalfahrstunden ist die Fahrschule Alt günstiger?

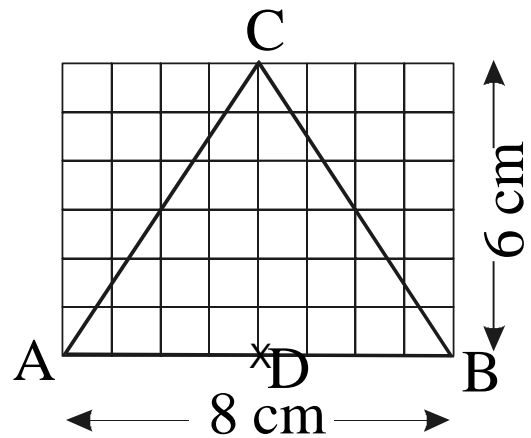
- Gib jeweils die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$.

- $7x + 45 = 4x + 90$
- $3 \cdot (7x - 8) = 5 \cdot (3x - 6)$
- $4 \cdot (3x + 6) = 12 - 2 \cdot (3x + 12)$
- $3 \cdot (7x + 8) < 4 \cdot (3x + 6)$

- Konstruiere ein Dreieck ABC mit $|AB| = c = 8$ cm, $\beta = 65^\circ$ und $|AC| = b = 9$ cm.
 - Konstruiere ein Parallelogramm aus $|AB| = 6$ cm, $\alpha = 110^\circ$ und der Diagonalen $|BD| = 7,5$ cm.
 - Konstruiere ein Drachenviereck aus $|BC| = 5$ cm, $|AD| = 7$ cm und $\gamma = 70^\circ$.



5. a) (1) Zeichne das Dreieck ABC mit den in der Skizze angegebenen Maßen.
 (2) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
 b) Verschiebe das Dreieck ABC so, dass $A' = D$ ist. Benenne die Bildpunkte von A, B und C mit A' , B' und C' . Die Strecken \overline{BC} und $\overline{A'C'}$ schneiden sich im Punkt E.
 c) Bestimme den Flächeninhalt
 (1) des Vierecks $BB'C'E$,
 (2) des Dreiecks $AA'C'$, ohne zu messen.
 d) Wie viel cm von A entfernt muss ein Punkt A^* auf \overline{AB} liegen, damit bei entsprechender Verschiebung des Dreiecks ABC der Flächeninhalt des Dreiecks AA^*C^* 21 cm^2 beträgt?



6. Echte Brüche mit dem Zähler 1 nennt man Stammbrüche: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$

- a) Berechne jeweils die Summe der beiden aufeinander folgenden Stammbrüche:

Zu addierende Stammbrüche	$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$	$\frac{1}{5} + \frac{1}{6}$
Summe				

- b) Gib die Summe des 9. und 10. Stammbruches an.
 c) Gib die Summe des 99. und 100. Stammbruches an.

- d) Die Summe zweier aufeinander folgender Stammbrüche ist (1) $\frac{15}{56}$, (2) $\frac{39}{380}$.

Gib jeweils die dazugehörigen Stammbrüche an.

- e) Die Summe einiger verschiedener Stammbrüche ist 1.

Beispiel: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{20} = 1$

Finde ein weiteres Beispiel, in dem die Summe verschiedener Stammbrüche 1 ergibt.

7. Schreibe die Tabelle ab und trage die jeweils benötigte Anzahl der Münzen ein!

Ein 5-DM-Münze soll gewechselt werden:

- (1) in möglichst wenig Münzen,
- (2) in möglichst wenig Münzen, alle Münzarten sollen mindestens einmal verwendet werden,
- (3) in möglichst viele Münzen, aber alle Münzarten sollen mindestens einmal vorkommen,
- (4) in genau 100 Münzen,
- (5) in genau 90 Münzen,
- (6) in genau 60 Münzen.

Zu Frage (4) und (5) ist eine Lösung anzugeben, zu Frage (6) sind zwei Lösungen anzugeben!

Aufgabe	Anzahl der Münzen	2 DM	1 DM	50 Pf	10 Pf	5 Pf	2 Pf	1 Pf
(1)								
(2)								
(3)								
(4)	100							
(5)	90							
(6)	60							
(6)	60							

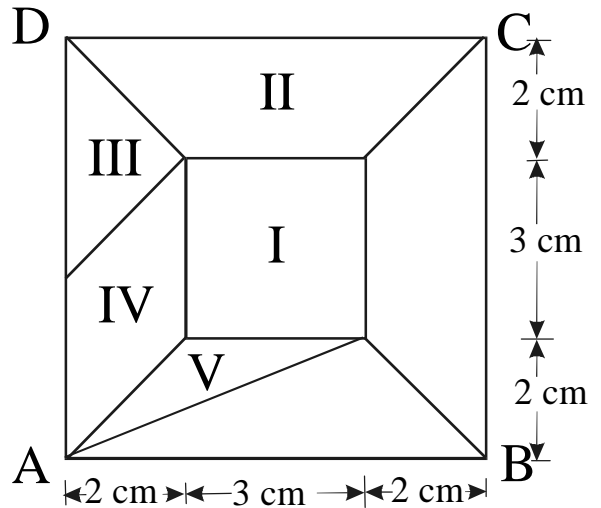
MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

AUFGABEN DER GRUPPE C

1. a) Neustadt hat 18000 Einwohner. Der Sportverein FC Neustadt hat 360 Mitglieder.
- (1) 35 % aller Mitglieder des FC sind in der Abteilung Fußball organisiert. Wie viele Mitglieder des FC gehören zur Abteilung Fußball?
 - (2) Wie viel Prozent aller Einwohner von Neustadt gehören dem Sportverein FC an ?
- b) Der Sportverein SG hat in seiner Fußballabteilung 240 Mitglieder. Das sind 30 % aller Mitglieder der Vereins SG. Wie viele Mitglieder hat der Sportverein SG?
-
2. a) Ein Erdkundebuch ist 15 mm dick. Wie hoch ist ein Stapel aus 25 Erdkundebüchern?
- b) Ein Stapel Physikbücher ist 72 cm hoch. Wie viele Bücher sind übereinander gestapelt, wenn ein Buch 3 cm dick ist?
- c) 50 Zeichenblöcke sind gestapelt 20 cm hoch. Wie hoch ist ein Stapel aus 30 Zeichenblöcke?
- d) Ein Heft ist 3 mm dick, ein Stapel aus diesen Heften 18 cm hoch. Wie viele Hefte sind dies?
- e) 100 Zeichenkartons sind 2 cm hoch. Wie viele Kartons liegen übereinander bei einer Höhe von 1 mm?
-
3. a) Löse die folgenden Gleichungen; $G = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$.
- (1) $4x + 12 = 36$
 - (2) $6x + 8x - 5 = 23$
 - (3) $12 + x = 10$
 - (4) $5x - 3 = 2x + 9$
- b) (1) Wenn ich eine Zahl mit 5 multipliziere und dann 10 addiere, erhalte ich 100. Wie heißt diese Zahl?
- (2) Fritz kauft 5 CD's und eine Videofilmkassette. Die Videofilmkassette kostet 30 DM. Insgesamt bezahlt er 90 DM. Wie viel DM kostet eine CD?
-
4. Ein rechteckiges Baugrundstück ist 32 m lang und 25 m breit.
- a) Berechne seinen Flächeninhalt.
 - b) Wie viel Meter Zaun benötigt man, um das Grundstück vollständig einzuzäunen?
 - c) Ein anderes Grundstück hat denselben Flächeninhalt, ist aber 40 m lang. Wie breit ist dieses Grundstück?
 - d) Ein Grundstück ist 800 m^2 groß. Es wird für 210000 DM verkauft. Im Verkaufspreis ist die Maklergebühr von 10000 DM enthalten. Wie teuer ist 1 m^2 dieses Grundstücks?
-

5. a) Bestimme den Flächeninhalt des Quadrats ABCD in cm^2 .
 b) Gib die Flächeninhalte der Teilflächen I, II, III, IV und V in cm^2 an.



6. Setze anstelle der Platzhalter Ziffern ein. In jeder Aufgabe stehen gleiche Platzhalter für gleiche Ziffern und verschiedene Platzhalter für verschiedene Ziffern.

- a) $13 + 2\Delta = 35$ $\Delta =$
- b) $\tau 9 + 15 = 7\Delta$ $\Delta =$ $\tau =$
- c) $8\tau : 8 = \Delta\tau$ $\Delta =$ $\tau =$
- d) $1\Delta\Delta - \Delta 3 = 99$ $\Delta =$
- e)
$$\begin{array}{r} 6\Psi : 6\Psi = \Delta \\ + \quad - \quad \cdot \\ \hline 69 + \Delta = 7\Psi \\ \Delta 9 - \tau 9 = 7\Psi \end{array}$$
 $\Delta =$ $\nu =$
 $\Psi =$ $\tau =$

7. Ein Einzelfahrschein für eine Fahrt mit der Straßenbahn von Alt nach Neu kostet 4,50 DM, ein Gruppenfahrschein für höchstens 10 Personen kostet 35 DM.

- a) Die 25 Schülerinnen und Schülern der Klasse 8a kaufen 3 Gruppenfahrschein.
 (1) Wie viel DM zahlt die gesamte Klasse für die Fahrt von Alt nach Neu?
 (2) Wie viel DM spart jeder Schüler gegenüber dem Einzelfahrschein?
- b) Die 25 Schülerinnen und Schülern der Klasse 8b kaufen Einzelfahrschein und 2 Gruppenfahrschein.
 (1) Wie viel DM zahlt die gesamte Klasse für die Fahrt von Alt nach Neu?
 (2) Wie viel DM spart jeder Schüler gegenüber dem Einzelfahrschein?
- c) Wie viele Personen müssen mindestens gemeinsam fahren, damit der Kauf eines Gruppenfahscheins günstiger ist als der Kauf von Einzelfahrschein?