MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

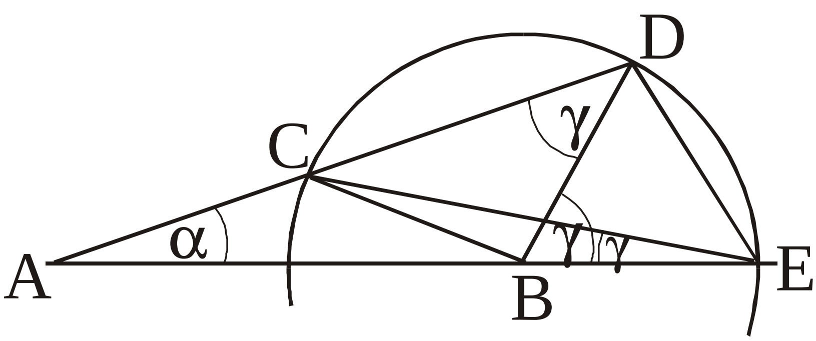
Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

AUFGABEN DER GRUPP E A

1. a) Ein Rechteck ist durch die beiden Seitenlängen a = 5 cm und b = 4 cm bestimmt. Um wie viel Prozent muss a verkürzt werden und um wie viel Prozent muss b verlängert werden, damit ein Quadrat mit gleichem <u>Umfang</u> entsteht?
   b) Werden die Seiten x und y eines beliebigen Rechtecks beide um 10 % verkürzt, so erhält man ein kleineres Rechteck.
   (1) Um wie viel Prozent ist der Umfang des Rechtecks kleiner geworden?
   (2) Um wie viel Prozent ist der Flächeninhalt des Rechtecks kleiner geworden?
   c) Bei einem Quadrat wird eine Quadratseite halbiert und die andere so vergrößert, dass ein flächeninhaltsgleiches Rechteck entsteht.
   (1) Um wie viel Prozent muss die Quadratseite verlängert werden?
   (2) Um wie viel Prozent ändert sich der Umfang des Quadrates?

---

2. Das Dreieck ABC ist gleichschenklig mit |AC| = |BC|. Die Punkte C, D und E liegen auf dem Kreis um B mit r = |BC|.
   a) Es gilt $\alpha = 25°$. Berechne die Größe der Winkel $\delta = \measuredangle ADB$, $\beta = \measuredangle EBD$ und $\varepsilon = \measuredangle CEB$.
   b) Wie groß ist in einer entsprechenden Figur der Winkel α zu wählen, damit
   (1) das Dreieck ΔBED gleichseitig ist,
   (2) BC || DE ist?



---

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an: G = $\mathbb{Z}$.

   a) $(x + 7)^2 + 2x + 10 = (x + 3)^2$

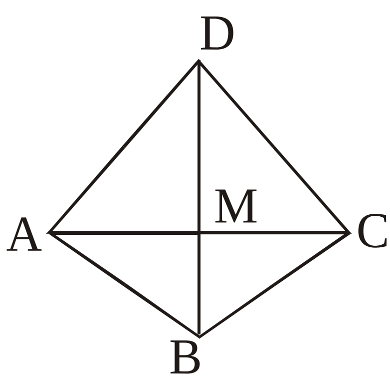
   b) $(x + 5)^2 = 49$

   c) $(2x + 4)^2 = (x + 8)^2$

   d) $(3x - 5)^2 > 49$

---

4. a) Konstruiere eine Raute ABCD mit |BD| = 10 cm und $\measuredangle BAD = 120°$.
   b) Konstruiere alle Vierecke ABCD mit dem Umkreisradius r = 4 cm, |AB| = 5 cm, |BC| = 7,5 cm und |CD| = 2 cm.
   c) Konstruiere ein Drachenviereck ABCD mit |MD| = 3 cm, $\measuredangle BAD = 100°$, $\measuredangle CAD = 40°$.



---

5. a) Fügt man einer zweistelligen Zahl die Ziffer 7 an, so erhält man entweder eine dreistellige Zahl mit der Hunderterziffer 7 oder eine dreistellige Zahl mit der Einerziffer 7. Subtrahiert man die beiden Zahlen, so erhält man 117. Gib eine entsprechende zweistellige Zahl an!
   b) Drei Zahlen verhalten sich wie 2 **:** 3 **:** 5. Die Differenz der größten und der kleinsten Zahl beträgt 117. Wie heißen die drei Zahlen?
   c) Die Differenz der Quadrate zweier natürlicher Zahlen beträgt 117. Gib die Differenz der beiden Zahlen an. Nenne drei Möglichkeiten!

---

6. Das internationale ‚Telegraphenalphabet**’** verschlüsselt Buchstaben, Satzzeichen, Sonderzeichen und Kommentare durch eine Kombination von kurzen ● und langen ▬ Signalen. So wird der bekannte SOS-Notruf durch

   ●●● ▬▬▬ ●●●

   verschlüsselt.
   a) Alle Buchstaben werden mit 1, 2, 3, oder 4 Signalen verschlüsselt.
      (1) Wie viele Buchstaben kann man verschlüsseln, wenn nur das kurze <u>oder</u> nur das lange Signal verwendet wird?
      (2) Bei wie vielen Buchstaben wird zur Verschlüsselung das kurze Signal genau zweimal hintereinander verwendet?
   b) Sonderzeichen werden durch <u>genau 5 Signale</u> verschlüsselt. Wie viele Möglichkeiten gibt es dazu, wenn innerhalb einer Kombination höchstens einmal entweder zwischen dem kurzen und dem langen Signal oder zwischen dem langen Signal und dem kurzen Signal gewechselt wird?
   c) Satzzeichen werden <u>durch genau 6 Signale</u> verschlüsselt. Wie viele Möglichkeiten gibt es dazu, wenn genau zweimal oder genau dreimal das kurze Signal verwendet wird?
   d) Wie viele Möglichkeiten gibt es, mit bis zu 6 Signalen Zeichen zu verschlüsseln?

---

7. Im Krankenhaus werden Tabletten verteilt. Jeder Patient erhält 8 Tabletten, die äußerlich nicht zu unterscheiden sind: 4 Schmerztabletten und 4 Vitamintabletten. Jeder Patient nimmt jeden Tag zwei Tabletten ein. Da die Tabletten gemischt sind, weiß der Patient nicht, welche Tabletten er auswählt.
   a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt Agnes am 1. Tag
      (1) 2 Schmerztabletten,
      (2) 1 Schmerztablette und eine Vitamintablette?
   b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt Bernd jeden Tag eine Vitamintablette und eine Schmerztablette ein?
   c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit nimmt Carla am 2. Tag zwei Vitamintabletten ein?

BITTE BEACHTEN : Angabe der Wahrscheinlichkeiten als Produkt oder Summe genügt!

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

AUFGABEN DER GRUPPE B

1. a) Ein Fahrrad kostet 820 DM. Nach einer Preiserhöhung beträgt der neue Preis 861 DM. Um wie viel Prozent wurde das Fahrrad teurer?
   b) Händler Oswald verkauft ein Fahrrad mit einem Preisnachlass von 14 % für nun 1161 DM. Berechne den ursprünglichen Preis.
   c) Der Ladenpreis für ein Fahrrad beträgt 1200 DM. Peter erhält das gleiche Fahrrad in einem Großmarkt 20 % unter dem Ladenpreis, muss allerdings auf den ermäßigten Preis 16 % Mehrwertsteuer bezahlen. Wie viel Prozent spart er gegenüber dem Ladenpreis?

---

2. a) Bei 54 Teilnehmern kostet eine Fahrt mit einem Schiff 28 DM je Fahrgast. Da 6 Personen wegen Krankheit nicht mitfahren, werden die Kosten auf die übrigen Teilnehmer aufgeteilt. Wie viel DM muss jeder Mitfahrende bezahlen?
   b) Eine Jugendgruppe muss für eine Busfahrt 1134 DM bezahlen. In letzter Minute melden sich noch 3 weitere Teilnehmer an, so dass jeder Teilnehmer nur noch 25,20 DM bezahlen muss. Wie viel DM betrug der ursprüngliche Fahrpreis für jeden Teilnehmer?
   c) Für eine Stadtrundfahrt sollen die Buskosten 18,50 DM je Schüler betragen. Da 5 Schüler nicht mitfahren können, erhöht sich der ursprüngliche Fahrpreis auf 21 DM. Wie viele Schüler nehmen an der Stadtrundfahrt teil?

---

3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an: $G = \mathbb{Z} = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, ...\}$.

   a) $7(6x - 8) = 5(7x + 4) + 1$

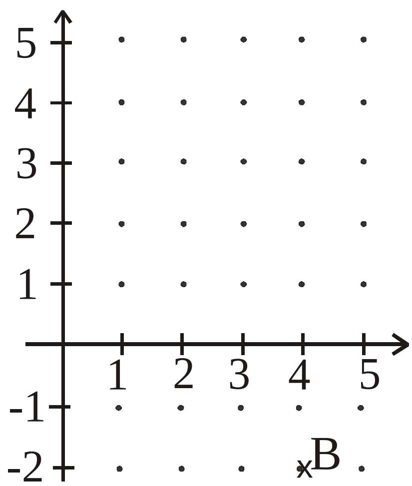
   b) $8 - (4x - 3) = 29 - 2(6x + 7)$

   c) $3x(6x - 9) < 9x(2x - 6) - 54$

   d) $(x + 6)(3x - 2) = 2x(x + 8) - 3$

---

4. In einem Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ist der Punkt B(4|–2) eingetragen.
   a) (1) Zeichne in ein entsprechenden Koordinatensystem das Parallelogramm ABCD mit den Eckpunkten A(0|0), B(4|–2), C(9|3) und D(5|5) ein.
   (2) Bestimme den Flächeninhalt des Parallelogramms ABCD durch Zerlegung (oder Ergänzungen) ; ohne zu messen.
   b) (1) Verschiebe das Parallelogramm ABCD so, dass D auf D'(5|2) abgebildet wird. Benenne die Bildpunkte von A, B und C mit A', B' und C'. Die Seiten $\overline{AB}$ und $\overline{A'D'}$ schneiden sich im Punkt E, die Seiten $\overline{BC}$ und $\overline{D'C'}$ im Punkt F.
   (2) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks AA'D, ohne zu messen.
   (3) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks EBFD', ohne zu messen.
   c) Verschiebt man das Parallelogramm ABCD so, dass D auf einen Punkt D* auf der Geraden DD' abgebildet wird, so ist der Flächeninhalt des Dreiecks AA*D* 15 cm^2 groß. Gib die Koordinaten von D* an.

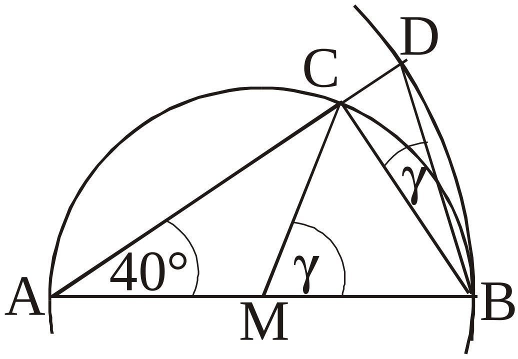


---

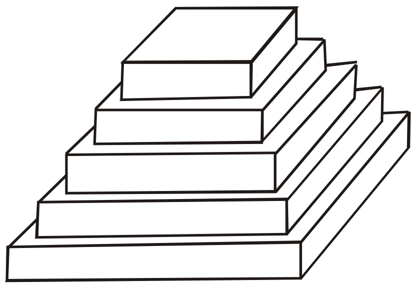
5. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit |AC| = b = 6 cm, $\alpha = 60°$ und $\gamma = 70°$.
   (2) Zeichne die Höhe h_b mit den Endpunkten B und D ein. Berechne die Größe des Winkels $\measuredangle$CBD.
   (3) Zeichne die Höhe h_a mit den Endpunkten A und E ein. Die Höhen h_a und h_b schneiden sich im Punkt F. Berechne die Größe des Winkels $\measuredangle$AFB.

   b) Die Punkte A, B und C liegen auf dem Kreis um M mit Radius |MC|. D liegt auf dem Kreis um A mit Radius |AB|. Berechne die Größe der Winkel δ und ε.

Skizze zu 5.b)



6. Eine Pyramide besteht aus mehreren gleich hohen Schichten mit quadratischer Grundfläche. Sie sind so aufeinander gesetzt, dass alle Stufen ringsherum gleich breit sind.



   a) Die unterste Schicht einer fünfstufigen Pyramide hat eine Kantenlänge von 3 m. Bestimme die Kantenlänge der 5. Schicht, wenn jede Stufe 20 cm breit ist.
   b) Bei einer anderen Pyramide hat die 3. Schicht eine Kantenlänge von 1 m. Bestimme die Stufenbreite, wenn die Kantenlänge der untersten Schicht 2 m beträgt.
   c) Eine andere Pyramide hat in der 3. Schicht eine Kantenlänge von 2,5 m, die Stufenbreite beträgt 50 cm. Bestimme die Kantenlänge der untersten Schicht.
   d) Die unterste Stufe einer fünfstufigen Pyramide ist 10 m, die oberste Stufe ist 4 m breit. Die Höhe der Pyramide beträgt 6 m.
   (1) Berechne die Stufenbreite.
   (2) Berechne die Stufenhöhe.
   e) Eine **dreistufige** Pyramide ist unten 7 m, oben 3 m breit. Sie hat eine Stufenhöhe und Stufenbreite von 1 m. Sie soll einen Anstrich (ohne die Bodenfläche) erhalten. Wie viel m^2 müssen gestrichen werden?

7. a) Bei einer dreistelligen Zahl abc soll die Summe der ersten beiden Ziffern genau die letzte Ziffer ergeben (a + b = c).
   (1) Gib eine dreistelligen Zahlen an, für die diese Summe 1 ergibt.
   (2) Gib alle dreistelligen Zahlen an, für die diese Summe 4 ergibt.
   (3) Gib alle dreistelligen Zahlen an, für die diese Summe 7 ergibt.
   (4) Gib die größte dreistellige Zahl an, für die gilt: a + b = c.
   (5) Wie viele dreistellige Zahlen gibt es insgesamt, bei denen die Summe der ersten beiden Ziffern die letzte Ziffer ergeben?
   b) Notiere alle dreistelligen Zahlen abc, bei denen das Produkt der ersten beiden Ziffern die letzte Ziffer ergibt, dabei dürfen a, b und c weder den Wert 1 noch den Wert 0 haben. ($a \cdot b = c$)
   c) (1) Notiere die größte vierstellige Zahl abcd für die gilt**:** a + b + c = d.
   (2) Notiere die größte vierstellige Zahl abcd für die gilt**:** $a \cdot b \cdot c = d$.

MATHEMATIK-WETTBEWERB 1998/99 DES LANDES HESSEN

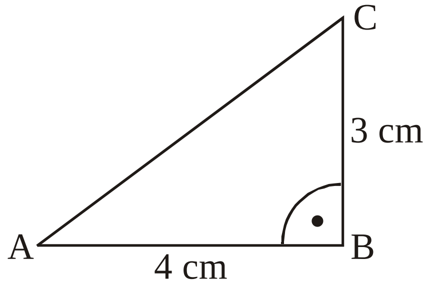
Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

AUFGABEN DER GRUPPE C

1. a) Bei der Schulsprecherwahl in der Goetheschule wurden 650 gültige Stimmen abgegeben.
   (1) 52 % der gültigen Stimmen entfielen auf Elke. Wie viele Stimmen erhielt Elke?
   (2) Florian erhielt 195 Stimmen. Wie viel Prozent der gültigen Stimmen entfielen auf Florian?
   (3) Alle übrigen gültigen Stimmen entfielen auf Andrea. Wie viele Stimmen erhielt Andrea?
   b) Bei der Schulsprecherwahl in der Schillerschule erhielt Sonja 450 Stimmen, das waren 60 % aller gültigen Stimmen. Wie viele gültige Stimmen wurden abgegeben?

---

2. a) (1) Zeichne das Dreieck ABC mit den in der Skizze angegebenen Maßen!
   (2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
   b) Spiegele den Punkt A an der Geraden BC. Bezeichne den Bildpunkt von A mit D.
   c) Zeichne die Mittelsenkrechte g zu $\overline{BC}$. Spiegele das Dreieck ADC an g. Benenne den Bildpunkt von A mit A', von D mit D'.
   d) Schraffiere das gemeinsame Flächenstück der Dreiecke ADC und A'BD' und gib seinen Flächeninhalt in cm^2 an.
   e) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks BDCA'.
   f) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABD'.



---

3. a) Gib die Lösungsmenge an. Die Grundmenge ist G = $\mathbb{Z}$ = {...–3, –2, –1, 0 , 1, 2, 3, ...}.

   (1) $6x + 12 = 36$

   (2) $18x + 10 - 28x = 40 - 4x$

   (3) $5x + 36 > 100 - 3x$

   b) Wenn man vom Fünffachen einer Zahl 17 subtrahiert, so erhält man 33. Wie heißt diese Zahl?
   c) Sven kauft für seine Party Getränke für 50 DM, 60 Würstchen zu je 1,20 DM und 60 Brötchen ein. Er bezahlt insgesamt 170 DM Wie viel DM kostet ein Brötchen?

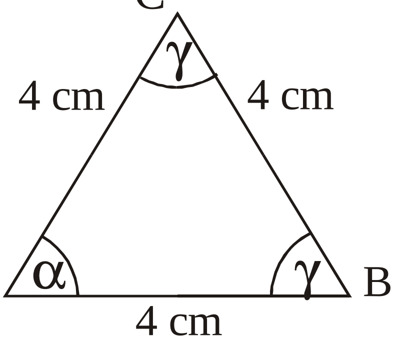
---

4. Für ein Klassenfest wurden 5 Pizzen gebacken. Die Unkosten dafür betrugen 108 DM.
   a) Wie viel DM kostet ein Stück Pizza, wenn kein Gewinn erzielt werden soll und jede Pizza in 16 Stücke geschnitten wird?
   b) In wie viele Teile muss jede Pizza geschnitten werden, wenn kein Gewinn erzielt werden soll und 1 Stück Pizza für 1,20 DM verkauft werden soll?
   c) Für wie viele DM muss ein Stück Pizza verkauft werden, wenn ein Gewinn von 60 DM erzielt werden soll und jede Pizza in 12 Stücke geschnitten wird?
   d) Jede Pizza wird in 12 Stücke geschnitten. Gegen Ende des Festes, als noch 10 Stück Pizza übrig sind, senkt man den Preis pro Stück Pizza auf 0,80 DM. Nach dem Verkauf der restlichen Stücke stellt man fest, daß man genau die Unkosten eingenommen hat. Für wie viel DM wurde zu Beginn des Festes ein Stück Pizza verkauft?

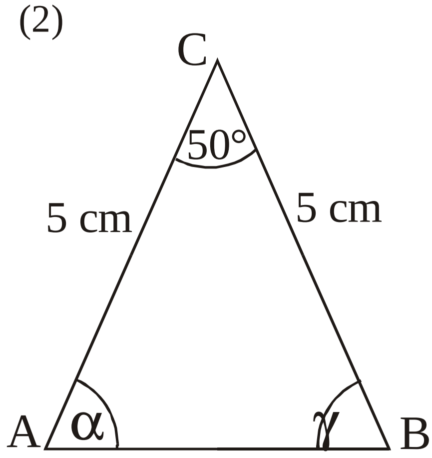
---

5. a) Konstruiere folgende Dreiecke mit den in der Skizze angegebenen Maßen und bestimme jeweils die Größe der Winkel α, β und γ.

(1)



(2)



b) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit c = 6 cm, α = 50° und β = 60°. Bestimme die Größe des Winkels γ.
(2) Konstruiere das Dreieck ABC mit a = 7 cm, b = 5 cm und α = 70°

---

6. Eine Autovermietung bietet folgenden Tarif an**:** Pro Tag kostet ein Pkw 60 DM. In diesem Mietpreis sind die Kosten für eine Fahrstrecke von maximal 100 km pro Tag enthalten. Für jeden zusätzlichen km sind jeweils 0,40 DM zu zahlen.
a) Herr Kroner mietete einen Pkw für 3 Tage und fuhr insgesamt 650 km. Wie viel DM musste Herr Kroner dafür bezahlen?
b) Herr Klima mietete einen Pkw für 2 Tage und musste 270 DM bezahlen. Wie viele km fuhr Herr Klima mit diesem Pkw?
c) Frau Sommer mietete einen Pkw und fuhr damit 500 km. Sie musste 280 DM bezahlen. Für wie viele Tage hatte Frau Sommer den Wagen gemietet?

---

7. Gerechnet wird mit den Ziffern des Jahres 1999.
BEACHTE**:** Punktrechnung geht vor Strichrechnung!
Das Setzen von Klammern ist nicht erlaubt!

Beispiel**:** 1 – 9 + 9 • 9 = 73

a) Berechne**:**
(1) 1 • 9 – 9 + 9 =
(2) 1 – 9 – 9 – 9 =
(3) 1 + 9 – 9 **:** 9 =
(4) 1 • 9 **:** 9 + 9 =

b) Ermittle die fehlenden Rechenzeichen so, dass du das angegebene Ergebnis erhältst.
(1) 1 9 9 9 = 90
(2) 1 9 9 9 = 91
(3) 1 9 9 9 = 8
(4) 1 9 9 9 = –8

c) Bestimme die Rechenzeichen so, dass du das größtmögliche Ergebnis erhältst.
1 9 9 9 =
