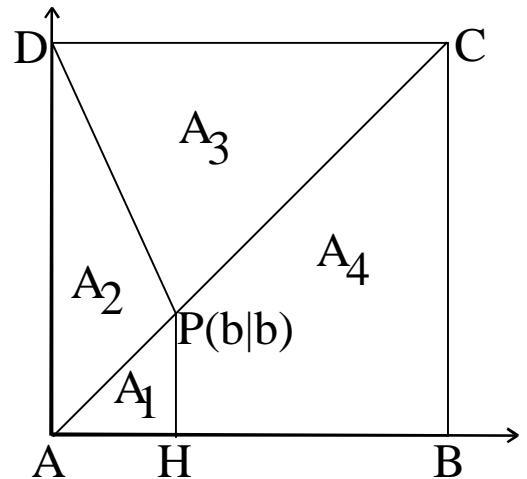


# MATHEMATIK-WETTBEWERB 1999/2000 DES LANDES HESSEN

**Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

## AUFGABEN DER GRUPPE A

1. Im Quadrat  $ABCD$  mit der Seitenlänge  $a$  ist der Punkt  $P(b|b)$  auf der Diagonalen  $\overline{AC}$  gegeben;  $a$  und  $b$  sind natürliche Zahlen. Ferner werden die Strecken  $\overline{DP}$  und die Senkrechte  $\overline{PH}$  auf  $\overline{AB}$  gezeichnet. Es entstehen die vier Teilflächen  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  und  $A_4$ .



- In einer entsprechend gezeichneten Figur sind  $a = 8$  cm und  $b = 2$  cm. Berechne die Flächeninhalte von  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  und  $A_4$ .
- In einer entsprechend gezeichneten Figur sind  $A_1 = 18$  cm<sup>2</sup> und  $A_2 = 33$  cm<sup>2</sup>. Gib  $a$  und  $b$  an.
- In einer entsprechend gezeichneten Figur sind  $a = 6$  cm und  $A_4 = 10$  cm<sup>2</sup>. Gib  $b$  an.
- In einer anderen entsprechenden gezeichneten Figur ist  $A_4 = 20$  cm<sup>2</sup>. Gib die beiden Möglichkeiten für  $a$  und  $b$  an.

- Zur Herstellung eines Stuhles werden Eisenstäbe und Holz benötigt. 1999 entfielen 30 % der Materialkosten auf den Kauf der Eisenstäbe. Im Jahre 2000 wurde der Preis für Eisenstäbe um 20 % erhöht. Um wie viel Prozent nahmen dadurch die gesamten Materialkosten zu?
- Zur Herstellung eines Schreibtischstuhles werden Leder und Aluminium verwendet. Im Jahre 1999 betrug der Anteil der Kosten für Leder 20 % der Materialkosten. Im Jahre 2000 erhöhte sich der Preis für Leder um 28 %. Die gesamten Materialkosten blieben jedoch unverändert, da Aluminium günstiger gekauft werden konnte. Um wie viel Prozent sank der Preis für Aluminium?
- Zur Herstellung eines Stuhles werden drei verschiedene Holzsorten verwendet. Im Jahre 1999 teilten sich die Materialkosten wie folgt auf: 30 % Sorte A, 50 % Sorte B und 20 % Sorte C. Im Jahre 2000 stiegen die Preise für Holz der Sorte A um 20 %. Die gesamten Materialkosten konnten jedoch um 10 % gesenkt werden, da das Holz der Sorte B günstiger eingekauft werden konnte. Um wie viel Prozent fiel der Preis für Holz der Sorte B?

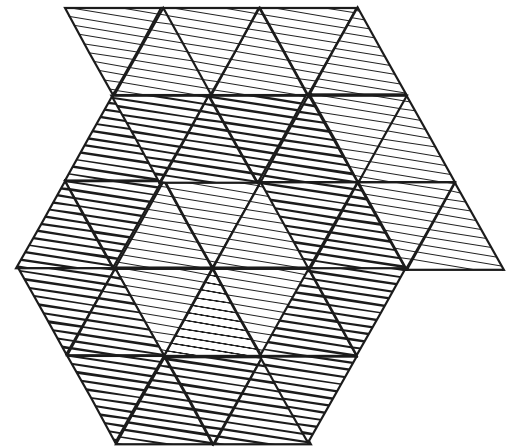
3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an;  $G = \mathbb{Z}$ .

- $(x - 15)^2 = 225$
- $2x^4 - 16x = 0$
- $4x - 16 = 4x^2 - 64$
- $(x + 9)^2 \geq 144$

4. a) Zeichne in ein Koordinatensystem die Kreise  $K_1$  und  $K_2$ , die durch die Punkte  $A(2|1)$  und  $B(4|3)$  verlaufen und deren Mittelpunkte auf den Koordinatenachsen liegen.  
 b) Zeichne in ein Koordinatensystem den Kreis durch  $A(2|1)$ , der die  $y$ -Achse in  $C(0|4)$  berührt.  
 c) Zeichne in ein Koordinatensystem den Kreis  $K_1$  mit  $r_1 = 3$  cm und  $M_1(8|4)$  und einen Kreis  $K_2$  mit  $r_2 = 4$  cm, der durch  $A(2|1)$  verläuft und  $K_1$  berührt.

5. a) Für welche Ziffern  $x, y \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  ist die 5-stellige Zahl  $5x5y5$  durch 75 teilbar?  
 b) Für welche Ziffern  $x, y \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$  ist die 9-stellige Zahl  $1y0xxx1y0$  durch 75 teilbar?  
 c) Die Zahl  $P = 75 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$  ist durch 1000000 teilbar. Bestimme die kleinste natürliche Zahl  $n$  mit dieser Eigenschaft.  
 d) (1) Die Zahl  $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 30$  ist durch  $75^x$  teilbar. Bestimme die größte natürliche Zahl  $x$  mit dieser Eigenschaft.  
 (2) Die Zahl  $P = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot n$  ist durch  $75^9$  teilbar. Bestimme die kleinste natürliche Zahl  $n$  mit dieser Eigenschaft.

6. Mit gleich großen, gleichseitigen Dreiecksplättchen wurde nebenstehende Figur gelegt. Um das innere Sechseck wurde der 1. Ring gelegt; in entsprechender Weise kann man weitere Ringe aufbauen.



- a) Wie viele Plättchen benötigt man zum Legen des 3. Ringes?  
 b) Welcher Ring lässt sich mit 246 Plättchen legen?  
 c) Wie viele Plättchen sind insgesamt erforderlich, um das innere Sechseck und 5 Ringe zu legen?  
 d) Wie viele Ringe wurden um das Sechseck gelegt, wenn insgesamt 2400 Plättchen angeordnet wurden?

7. Ein Kartenstapel besteht aus 8 schwarzen und 2 roten Karten. Es wird wiederholt eine Karte zufällig nach folgender Regel gezogen: Ist die gezogene Karte rot, wird sie in den Stapel zurückgelegt; ist die gezogene Karte schwarz, wird sie zur Seite gelegt und im Kartenstapel durch eine weitere rote Karte ersetzt.
- a) Es werden nach der oben beschriebenen Regel zwei Karten gezogen:  
 (1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Karten schwarz sind?  
 (2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass beide Karten unterschiedliche Farben haben?  
 b) Es werden nach der oben beschriebenen Regel drei Karten gezogen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass danach 5 rote Karten im Kartenstapel sind?  
 c) Das Spiel ist beendet, wenn insgesamt drei rote Karten im Kartenstapel sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Spiel nach höchstens 4 gezogenen Karten beendet ist?

**BITTE BEACHTEN : Angabe der Wahrscheinlichkeiten als Produkt oder Summe genügt!**

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 1999/2000 DES LANDES HESSEN

**Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

## AUFGABEN DER GRUPPE B

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an;  $G = \mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .
  - a)  $9(4x - 8) = 5(8x - 12)$
  - b)  $9 - (4x - 3) = 31 - 3(4x + 5)$
  - c)  $9x(4x - 3) < 6x(6x - 5) - 5$
  - d)  $(3x + 5)(x - 7) = 2x(x - 8) + 1$

---

2.
  - a) Der Preis einer Eigentumswohnung erhöht sich um 5 %. Der Käufer muss nun pro  $\text{m}^2$  153 DM mehr bezahlen. Wie viel DM pro  $\text{m}^2$  sollte die Wohnung vor der Erhöhung kosten?
  - b) Der Preis einer anderen Eigentumswohnung sinkt um 8 % und beträgt nun 3174 DM pro  $\text{m}^2$ . Wie viel DM sollte ein  $\text{m}^2$  vor der Erhöhung kosten?
  - c) Ein Makler bietet zwei Eigentumswohnungen zunächst zu je 240000 DM an. Später senkt der Makler den Preis der einen Wohnung um 5 % und erhöht den Preis der anderen Wohnung um 8 %. Wie viel Prozent Mehreinnahmen kann der Makler beim Verkauf der beiden Wohnungen insgesamt erwarten?
  - d) Ein Makler bietet Eigentumswohnungen zu jeweils 200000 DM an. Wegen zu geringer Nachfrage bietet er die Wohnungen zu einem Sonderpreis an: Er senkt den Preis um 5 %. Nach wenigen Monaten erhöht er diese Sonderpreise um 8 %. Wie viel Prozent ist nun eine Wohnung teurer als der ursprüngliche Verkaufspreis von 200000 DM?

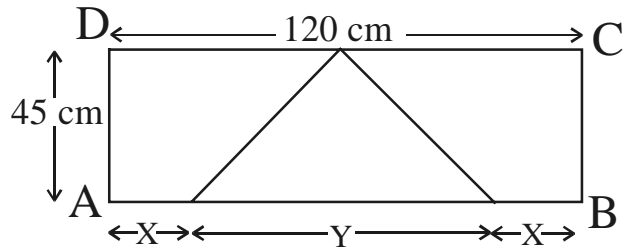
---

3.
  - a) Agnes fährt eine 45 km lange Strecke in 72 Minuten. Wie viel Minuten braucht sie für eine Strecke von 20 km, wenn sie mit gleicher Durchschnittsgeschwindigkeit fährt?
  - b) Bernd benötigt für die Fahrt zum Arbeitsplatz 25 Minuten bei einer Durchschnittsgeschwindigkeit von  $42 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit muss er fahren, wenn er auf dieser Strecke eine Verspätung von 4 Minuten aufholen will?
  - c) Carla fährt von D-Stadt nach E-Hausen zunächst 55 km mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ . Für die letzten 5 km bis E-Hausen benötigt sie noch 15 Minuten.
    - (1) Berechne ihre Durchschnittsgeschwindigkeit für die gesamte Strecke.
    - (2) Wie viel Minuten hätte sie gespart, wenn sie die gesamte Strecke mit  $100 \frac{\text{km}}{\text{h}}$  gefahren wäre?

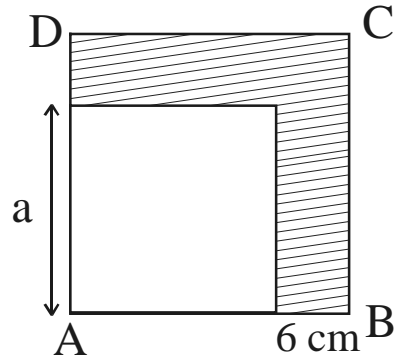
---

4.
  - a) Gegeben ist das Dreieck ABC mit A(1|4,5), B(9|2,5) und C(1|9,5). Das Dreieck wird an einem Punkt M gespiegelt, die Bildpunkte von A und C sind A'(9|5) und C'(9|0).
    - (1) Zeichne in ein Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) das Dreieck ABC und die Punkte A' und C'.
    - (2) Zeichne den Spiegelpunkt M ein, und gib seine Koordinaten an.
    - (3) Zeichne den Bildpunkt von B ein, und gib die Koordinaten von B' an.
    - (4) Zeichne das Dreieck A'B'C'.
  - b) Benenne den Schnittpunkt von AB und B'C' mit D.
    - (1) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks B'AD.
    - (2) Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks B'DB.

5. a) Nebenstehendes Rechteck ABCD ist in zwei kongruente Trapeze und ein Dreieck zerlegt.  
 (1) Es ist  $x = 12$  cm. Berechne den Flächeninhalt des Rechtecks, des Dreiecks und eines Trapezes.  
 (2) Wie lang sind die Strecken  $x$  und  $y$ , wenn bei einer entsprechenden Zerlegung des Rechtecks ABCD die drei Teilflächen flächeninhaltsgleich sind?



- b) Vom Quadrat ABCD wurde an zwei Seiten ein gleich breiter Streifen abgeschnitten, der Flächeninhalt des Quadrates ABCD verringert sich dadurch um  $300 \text{ cm}^2$  (schraffierte Fläche). Berechne die Seitenlänge  $a$  der Restfläche.

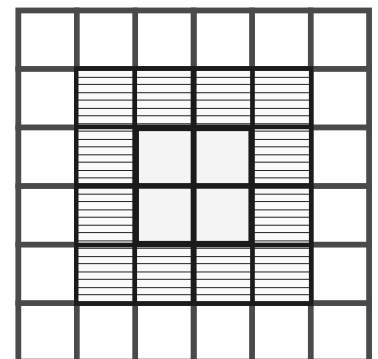


6. a) Aus den Ziffern 2, 3 und 4 werden dreistellige Zahlen gebildet. Jede Ziffer soll in jeder Zahl genau einmal vorkommen.  
 (1) Schreibe diese Zahlen auf.  
 (2) Welche dieser Zahlen sind durch 3 teilbar?  
 (3) Welche dieser Zahlen sind durch 4 teilbar?
- b) Aus drei verschiedenen Ziffern werden dreistellige Zahlen gebildet. Jede Ziffer soll in jeder Zahl genau einmal vorkommen. Welche drei Ziffern sind zu wählen, damit jede dieser Zahlen durch 6 teilbar ist?
- c) Ersetze  $\square$  sowie  $\nabla$  durch jeweils eine der folgenden sechs Ziffern: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Gib jeweils alle Lösungen an!  
 (1) Welche Ziffer muss man für  $\square$  einsetzen, damit die Zahl  $45\square 6$  durch 4 teilbar ist?  
 (2) Welche Ziffer muss man für  $\square$  einsetzen, damit die Zahl  $45\square 6$  durch 6 teilbar ist?  
 (3) Welche Ziffern muss man für  $\square$  sowie  $\nabla$  einsetzen, damit die Zahl  $6\square 4\nabla$  durch 8 teilbar ist?

7. Mit gleich großen quadratischen Plättchen wurde nebenstehende Figur gelegt. Um das innere Quadrat (den Kern) wurden der 1. und der 2. Ring gelegt. In entsprechender Weise kann man weitere Ringe legen.

a) Fülle die Tabelle aus:

Anzahl der Plättchen im	Kern	1. Ring	2. Ring	3. Ring	10. Ring	25. Ring	
	4	12					244



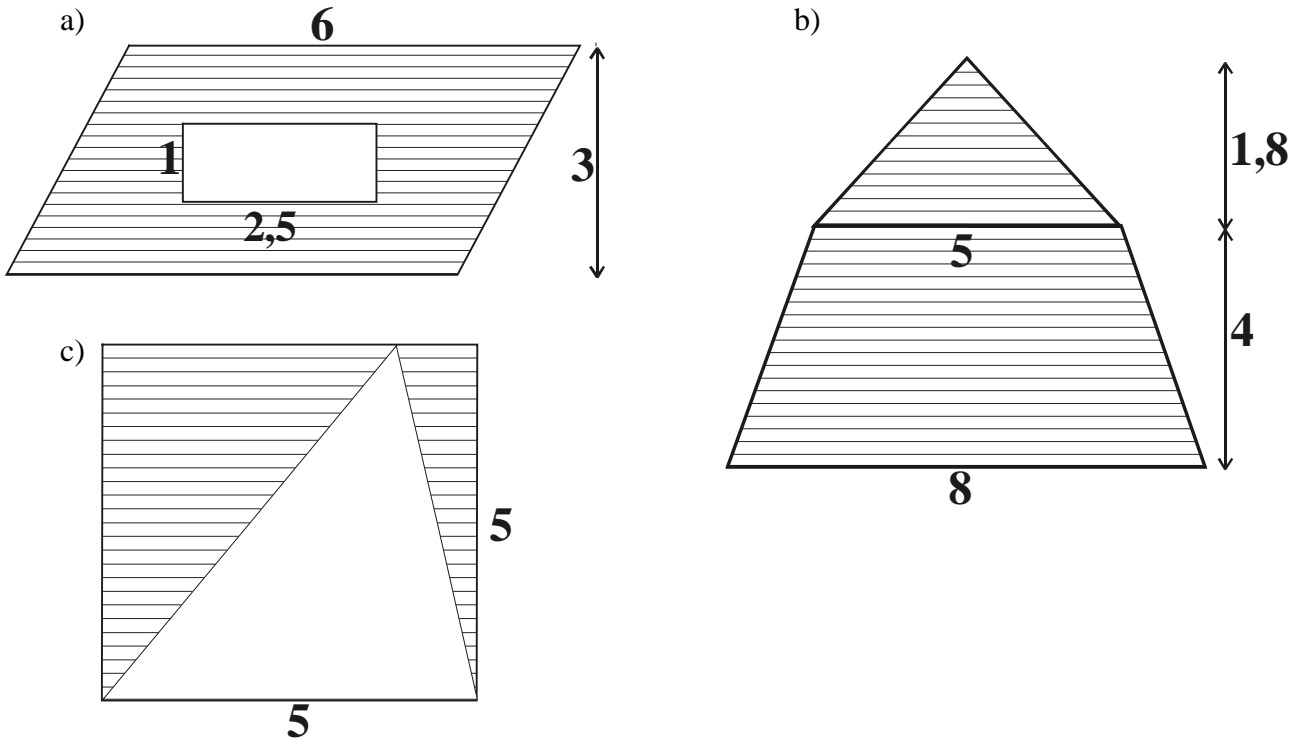
- b) (1) Wie viele Plättchen benötigt Ute insgesamt, um den inneren Kern und 5 Ringe zu legen?  
 (2) Kai legt mit 900 Plättchen ein großes Quadrat. Wie viele Ringe hat er um den Kern gelegt?

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 1999/2000 DES LANDES HESSEN

**Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

## AUFGABEN DER GRUPPE C

1. Berechne jeweils den Flächeninhalt der schraffierten Fläche! Alle Maße sind in cm angegeben.



2. a) Ein Rennrad kostet im Januar 1200 DM. Dieser Preis wird im Februar um 20 % herabgesetzt.
- (1) Berechne den Preisnachlass in DM.
  - (2) Berechne den neuen Preis.
  - (3) Der neue Preis wird im März nochmals um 30 % herabgesetzt. Wie viel DM kostet das Rennrad nach der 2. Preissenkung?
  - (4) Um wie viel DM wurde der Preis des Rennrads von Januar bis März herabgesetzt?
  - (5) Um wie viel Prozent wurde der Preis des Rennrades von Januar bis März herabgesetzt?
- b) Ein City-Bike kostet einschließlich 16 % Mehrwertsteuer 696 DM. Berechne den Preis des City-Bikes ohne Mehrwertsteuer.
- 
3. Karin veranstaltet eine Party und bietet selbstgemachte Getränke an.
- a) Orangensaft und Milch werden im Verhältnis 2 : 3 gemischt, d.h. 2 Teile Orangensaft und 3 Teile Milch werden gemischt.
- (1) Wie viel Liter Milch müsste Karin mit 6 Liter Orangensaft mischen?
  - (2) Wie viel Liter Orangensaft müsste Karin mit 12 Liter Milch mischen?
- b) Für Erdbeer-Shake benötigt man 4 Teile Erdbeersaft und 5 Teile Buttermilch. Wie viel Liter Erdbeersaft und wie viel Liter Buttermilch braucht Karin für 18 Liter Erdbeer-Shake?
- c) Für Tomaten-Shake kauft Karin 9 Liter Tomatensaft, 1 Liter zu 3,50 DM, und 12 Liter Milch, 1 Liter zu 1,40 DM, ein.
- (1) Berechne die Kosten für 1 Liter Tomaten-Shake.
  - (2) Gib das Mischungsverhältnis Saft zu Milch in gekürzter Form an.
-

4. a) Zeichne das gleichschenklige Dreieck ABC mit den in der Skizze angegebenen Maßen.

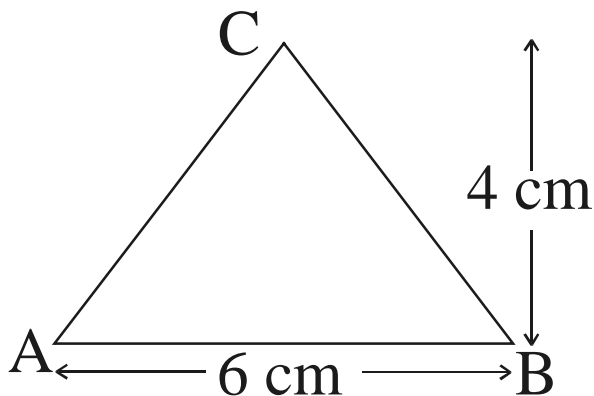
b) Gib den Flächeninhalt des Dreiecks ABC in  $\text{cm}^2$  an.

c) Verschiebe das Dreieck ABC so, dass A' in der Mitte von  $\overline{AB}$  liegt. Benenne die Bildpunkte von B und C mit B' und C'.

d) Berechne den Flächeninhalt des gemeinsamen Flächenstücks von Original und Bildfigur in  $\text{cm}^2$ .

e) Gib den Flächeninhalt des Vierecks AB'C'C in  $\text{cm}^2$  an.

f) Welchen Bruchteil des Vierecks AB'C'C stellt das gemeinsame Flächenstück von Original und Bildfigur dar?



5. Ein Reiseunternehmer bietet eine 14tägige Reise nach Tunesien für 960 DM pro Person an. Jede Verlängerungswoche kostet 280 DM. Kinder erhalten jeweils eine Ermäßigung von 35 %.

a) Herr Krefft fliegt mit seiner Frau für 4 Wochen nach Tunesien. Wie viel DM muss er insgesamt bezahlen?

b) Herr Hentzel fliegt mit seiner Frau und seinen 2 Kindern für 14 Tage nach Tunesien. Wie viel DM muss Herr Hentzel insgesamt bezahlen?

c) Rentner Wortmann machte mit seiner Frau einen Langzeiturlaub in Tunesien. Er bezahlte dafür insgesamt 6400 DM. Wie viele Wochen war das Ehepaar Wortmann in Tunesien?

6. a) Von einer Erbschaft in Höhe von 12000 DM erhielt Klaus drei Fünftel. Wie viel DM bekam er?

b) Von einer anderen Erbschaft erhielt Michael 21600 DM, das sind drei Siebtel der gesamten Erbschaft. Wie hoch war die gesamte Erbschaft?

c) Eine andere Erbschaft wurde so aufgeteilt, dass Juliane dreimal so viel wie Elvira bekam. Wie hoch war die gesamte Erbschaft, wenn Juliane 6000 DM bekam?

d) Eine Erbschaft in Höhe von 16500 DM wurde so aufgeteilt, dass Marcel doppelt so viel wie Rudi bekam. Wie viel DM bekam jeder der beiden?

7. a) Zeichne die Tabelle ab, berechne die fehlenden Werte und trage sie in die Tabelle ein.

x	$3 \cdot x - 5$
+3	
	+19
-5	
	-17

b) Bestimme die jeweilige Lösungsmenge. Grundmenge  $G = \mathbb{Z} = \{\dots -3, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .

(1)  $15x + 3 = 12x - 21$

(2)  $5x - 14 + 6x = 20 + 3x - 10$

(3)  $6 \cdot (7x - 5) = 48x + 12$