

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

Aufgaben der Gruppe A

1. Für eine Zahl x gibt $|x|$ den Abstand an, den diese Zahl vom Nullpunkt der Zahlengeraden hat.

Zum Beispiel: $|-1,5| = 1,5$ $|7| = 7$ $|0| = 0$

Gib zu den folgenden Gleichungen bzw. Ungleichungen jeweils die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

- $|x - 9| = 13$
- $|2 - x| > 2$
- $|x + 12| = |x|$
- $|x - 3| = |x + 13|$
- $|x + 2| + |x - 1| = 7$

2. a) Bestimme die natürlichen Zahlen a , b , c und d so, dass eine wahre Aussage entsteht.

- $36x^2 + 84x + c = (ax + b)^2$
- $bx^2 - 16x + c = (ax - 2)^2$
- $20x^2 - 28x + 34 = (ax - b)^2 + (cx + d)^2$

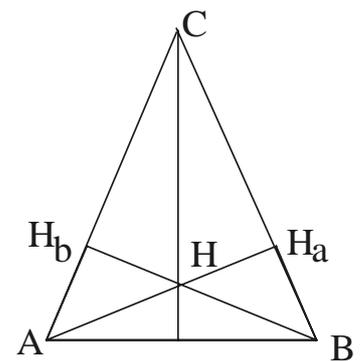
- b) Bestimme die natürlichen Zahlen a , b , c und d so, dass eine wahre Aussage entsteht. Gib alle Möglichkeiten für a , b , c und d an.

$$cx^2 + 30x + d = (ax + b)^2$$

3. a) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $c = 8$ cm, $h_c = 3,5$ cm und $\gamma = 90^\circ$.

- b) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $h_c = 5$ cm, $\beta = 70^\circ$ und der Seitenhalbierenden $s_a = 6$ cm.

- c) Im Dreieck ABC ist H der Schnittpunkt der drei Höhen. Mit H_a , H_b wird jeweils der Fußpunkt der Höhen bezeichnet. Konstruiere das Dreieck ABC aus $|CH| = 4$ cm, $|HH_a| = 2,5$ cm und $|HH_b| = 2$ cm.



4. Für das Dreieck ABC gilt $|AB| = c = 10$ cm, $\beta = 55^\circ$ und $\gamma = 90^\circ$.

- a) Zeichne das Dreieck ABC .

- b) (1) Zeichne den Punkt F auf \overline{AB} mit $|AF| = 3$ cm und die Senkrechte zu \overline{AB} durch F , welche die Gerade AC in E und die Gerade BC in D schneidet.

(2) Berechne die Größe des Winkels $\angle FDB$.

(3) Begründe, dass das Viereck $FBCE$ einen Umkreis hat.

- c) In einer entsprechenden Figur ist F auf AB so gewählt, dass $|FB| = |BC|$ gilt.

(1) Berechne die Größe des Winkels $\angle ACF$.

(2) Begründe, dass die Geraden FC und AD parallel zueinander sind.

5. Der Wiederverkaufswert von Computern und Computerzubehör ist nach einem Jahr um 40 % niedriger als der Kaufpreis. Der Wiederverkaufswert nach dem zweiten Jahr ist um 25 % niedriger als der nach dem ersten Jahr. Der Wiederverkaufswert nach dem dritten Jahr ist um 20 % niedriger als der nach dem zweiten Jahr.
- a) (1) Alex kauft einen Computer für 3500 DM. Wie groß ist der Wiederverkaufswert nach drei Jahren?
 (2) Wie viel Prozent des Kaufpreises beträgt der Wiederverkaufswert nach 3 Jahren?
- b) Ein Jahr nach dem Kauf eines Computers kauft Carsten dazu einen DVD-Player, dessen Preis 20 % des Kaufpreises des Computers beträgt. Zwei Jahre nach dem Kauf des DVD-Players beträgt der Wiederverkaufswert von Computer und DVD-Player zusammen 1800 DM.
- (1) Um das Wievielfache ist der Wiederverkaufswert des Computers höher als der des DVD-Players?
 (2) Wie viel DM bezahlte Carsten für den DVD-Player?

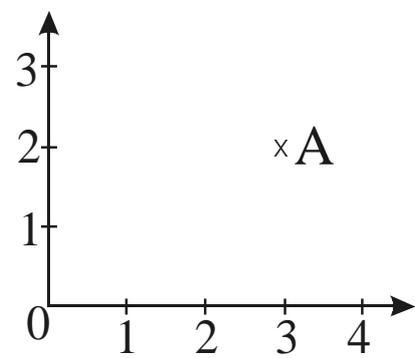
6. Die Buchstaben a, b, c und d sind Platzhalter für die Ziffern von 0 bis 9. Mit diesen Ziffern werden Summen S und T gebildet, deren Summanden ein- oder zweistellige Zahlen sind.
- $$S = a + bc + d$$
- $$T = ab + cd$$
- Beispiel: Aus $a = 1, b = 2, c = 2$ und $d = 1$ folgt $S = 1 + 22 + 1 = 24$ und $T = 12 + 21 = 33$
- a) Gegeben ist $a = 2, b = 9, c = 1$ und $d = 8$. Berechne S und T.
 b) Die Ziffern 1, 3, 4 und 7 sind den Platzhaltern a, b, c und d so zuzuordnen, dass $S = T$ gilt. Gib vier Möglichkeiten an.
 c) Es ist $d = 4$ und $S = T$. Welche Werte kann S annehmen?
 d) Es ist $S = T = 75$. Welche Ziffern können für a, b, c und d gewählt werden? Gib fünf Möglichkeiten an!

7. Die Abbildungen a, b und c zeigen jeweils ein magisches Quadrat mit der Summe 2; denn die Summe der Zahlen in jeder Spalte, Zeile und in den beiden Diagonalen beträgt 2. Multipliziert man alle Zahlen eines magischen Quadrates mit einer Zahl, erhält man ein neues magisches Quadrat. Addiert oder subtrahiert man alle entsprechenden Felder magischer Quadrate, erhält man ebenfalls ein neues magisches Quadrat. Das Quadrat d ist entstanden nach der Gleichung $d = 3 \cdot a + 2 \cdot b - 1 \cdot c$
- a) Gib das magische Quadrat an, für das die Gleichung $g = 0,5 \cdot a + 3 \cdot b + 5 \cdot c$ gilt.
 b) Ein magisches Quadrat wurde unter Verwendung der magischen Quadrate a, b und c gebildet. Gib eine entsprechende Gleichung an, wenn die Summe
 (1) 24,
 (2) 1,
 (3) -2 beträgt.
 c) Das Quadrat e wurde unter Verwendung der Quadrate a, b und c gebildet.
 (1) Welche Summe besitzt dieses magische Quadrat?
 (2) Gib die dazugehörige Gleichung an.
 (3) Ergänze die fehlenden Zahlen.
- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
- | | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 |
- | | | | |
|----|----|---|---|
| 4 | -1 | 0 | 5 |
| 2 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 2 | 1 | 2 |
| -1 | 4 | 5 | 0 |
- | | | | |
|----|--|--|----|
| 14 | | | 5 |
| | | | 10 |
| | | | 13 |
| | | | |

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2000/2001 DES LANDES HESSEN

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

Aufgaben der Gruppe B

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z} = \{\dots -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.
- $5 \cdot (8x - 4) = 12x - (4 - 12x)$
 - $(3x - 2) \cdot (x - 2) = 3x^2 - 2$
 - $(8x - 5)^2 < 4 \cdot (4x - 5)^2$
 - $(8x - 5) \cdot (8x + 5) = 15(4x^2 + 2) + 9$
-
2. a) Fritz will eine Stereoanlage kaufen. Er hat die Wahl zwischen zwei Angeboten.
- Elektro-Heinz: 3600 DM zuzüglich 16 % Mehrwertsteuer; 4 % Nachlass bei Barzahlung.
 - Radio-Horst: 4500 DM einschließlich 16 % Mehrwertsteuer; 9 % Rabatt wegen Ausverkaufs und 3 % Nachlass auf den verminderten Preis bei Barzahlung.
- Welches Angebot ist günstiger? Begründe!
- b) Fernseh-Paul hat zum 50-jährigen Jubiläum alle Preise um 15 % gesenkt. Eine Stereoanlage kostet dann nur noch 2550 DM. Wie hoch war der Preis vorher?
- c) Elektro-Huber senkt die Preise für eine Stereoanlage zunächst um 20 % und danach den verminderten Preis noch einmal um 15 %. Wie viel Prozent beträgt die Preissenkung insgesamt?
-
3. In einem Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ist der Punkt A(3|2) eingetragen.
- Zeichne in ein entsprechendes Koordinatensystem das Dreieck ABC mit A(3|2), B(8|3) und C(1|6) und bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
 - A'(7|5) ist der Bildpunkt von A bei Spiegelung des Punktes A an M(5|3,5). Spiegele das Dreieck ABC an M und gib die Koordinaten von B' und C' an.
 - Die Geraden AB und B'C' schneiden sich in E, die Geraden CB und A'B' schneiden sich in F.
 - Bestimme den Flächeninhalt des Dreiecks AEB'.
 - Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks EBFB'.
 - Gib den Flächeninhalt des Vierecks AC'A'C als Vielfaches des Flächeninhaltes des Dreiecks AC'E an.
- 
-
4. Die drei Orte Adorf (A), Bernbach (B) und Cebach (C) bilden von ihrer Lage zueinander ein Dreieck mit folgenden Entfernungen: $|AB| = 9$ km, $|AC| = 7$ km und $|BC| = 8$ km
- Konstruiere das Dreieck ABC im Maßstab 1 : 100000.
 - Die drei Orte planen einen Sport- und Freizeitpark. Wegen vorgesehenen Freiluftveranstaltungen soll der Park mindestens 4 km von jeder Gemeinde entfernt liegen. Schraffiere das in Frage kommende Gebiet innerhalb des Dreiecks.
 - Die Gemeinde Adorf verlangt, dass der Park gleichweit von allen Orten entfernt liegen soll. Konstruiere den Standort und bezeichne ihn mit S.
 - Von einem Aussichtsturm, der innerhalb des Dreiecks ABC liegt, sieht man die Rathäuser von A und B unter einem Winkel von 90° . Der Turm liegt auf einer Geraden, die gleichweit von \overline{AC} und \overline{BC} verläuft. Konstruiere die Lage des Aussichtsturms und benenne ihn mit T.
-

3. RUNDE

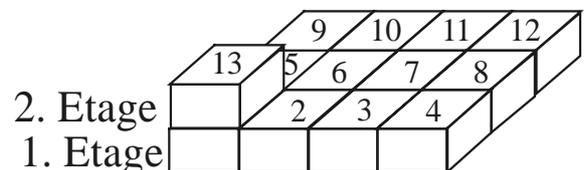
9.5.2001

5. Zum Lösen der folgenden Aufgaben ist zunächst eine entsprechende Gleichung bzw. Ungleichung aufzustellen; $G = Z$.
- Wenn man das 7-fache einer Zahl um 20 verringert und diese Differenz mit 3 multipliziert, erhält man weniger als -165 . Welche Zahlen kommen in Frage?
 - Hans erzählt: „Mein Vater ist jetzt 4-mal so alt wie ich. Vor 6 Jahren war er 7-mal so alt wie ich.“ Wie alt sind beide heute?
 - Zwei Finanzmakler investieren in ein Aktienpaket. Herr Stein setzt 38000 Euro, Herr Kraft 40500 Euro ein. Sie erzielen zusammen einen Gewinn von 9420 Euro. Wie ist dieser gerecht zu verteilen?
-

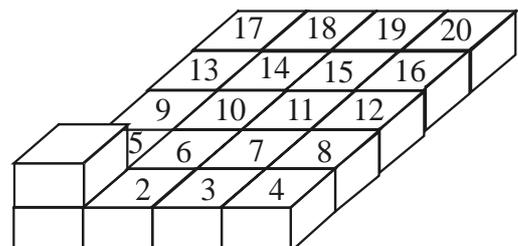
6. Eine dreistellige natürliche Zahl wird **symmetrisch** genannt, wenn gilt:
Hunderterziffer = Einerziffer. (z.B.: 525, 444, ...)
- (1) Nenne die kleinste dreistellige symmetrische Zahl!
(2) Nenne die größte dreistellige symmetrische Zahl!
(3) Notiere alle dreistelligen symmetrischen Zahlen, in denen nur die Ziffern 3, 7 oder 8 vorkommen.
 - (1) Ermittle die Anzahl aller dreistelligen symmetrischen Zahlen!
(2) Wie viele davon sind gerade Zahlen?
 - Eine fünfstellige natürliche Zahl heißt symmetrisch, wenn gilt:
Zehntausenderziffer = Einerziffer **und** Tausenderziffer = Zehnerziffer.
(1) Nenne eine solche fünfstellige symmetrische Zahl.
(2) Nenne die kleinste fünfstellige symmetrische Zahl, die größer als 60000 ist.
(3) Nenne die größte fünfstellige symmetrische Zahl, die kleiner als 75500 ist.
 - Nenne die kleinste symmetrische Zahl, in der jede ungerade Ziffer genau zweimal vorkommt.
-

7. Aus nummerierten Schachteln soll ein Turm gebaut werden.

- (1) Auf welcher Schachtel liegt die Schachtel mit der Nummer 21?
(2) Welche Nummer hat die Schachtel, die auf der Schachtel mit der Nummer 21 liegt?
(3) Nenne die nächsten 5 Schachtelnummern, die auf der Schachtelnummer 3 aufgetürmt werden.



- 200 Schachteln mit den Nummern 1 bis 200 sollen nach der obigen Regel aufgetürmt werden.
(1) Welche Nummer hat die Schachtel in der 1. Etage, auf der die Nummer 200 aufgetürmt ist?
(2) In welcher Etage liegt die Schachtel mit der Nummer 200?
- Welche Nummer hat die Schachtel in der 10. Etage, die oberhalb der Schachtel mit der Nummer 10 aufgetürmt ist?
- Die Grundfläche des Turms wird auf 4 mal 5 Schachtel geändert. Welche Schachtelnummern zwischen 110 und 140 liegen in beiden Türmen jeweils + in einer Ecke?

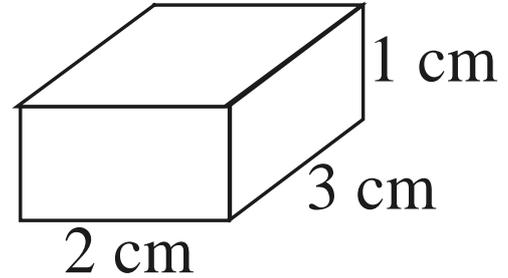


MATHEMATIK-WETTBEWERB 2000/2001 DES LANDES HESSEN

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

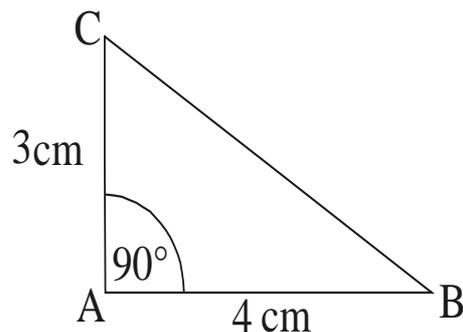
Aufgaben der Gruppe C

- Elke besitzt einen Baukasten mit Bausteinen, welche die Form eines Quaders haben.
 - Berechne das Volumen eines Bausteins.
 - Die Bausteine sitzen in einem quaderförmigen Kasten, der innen 36 cm lang, 24 cm breit und 9 cm hoch ist. Wie viele Bausteine passen in diesen Kasten genau hinein?
 - Elke baut mit möglichst wenigen Bausteinen einen Würfel. Wie viele Bausteine benötigt sie dazu?
 - Die Kantenlänge eines Würfels soll 12 cm betragen. Gib die Anzahl der dazu benötigten Bausteine an.
 - Für den Bau eines Würfels wurden 972 Bausteine benötigt. Gib die Kantenlänge dieses Würfels an.



- Beim Formel-1-Training darf man maximal 7 % langsamer sein als der Trainingsschnellste, wenn man sich für das Rennen qualifizieren will.
 - Welche Zeit muss man mindestens fahren, wenn der Schnellste für eine Runde 1 Minute und 40 Sekunden benötigte?
 - Auf einer anderen Strecke fuhr der Schnellste eine Runde in 2 Minuten und 30 Sekunden. Der Fahrer X fuhr eine Zeit von 2 Minuten und 39 Sekunden.
 - Um wie viel % war der Fahrer X langsamer als der Trainingsschnellste?
 - Hat sich X für das Rennen qualifiziert?
 - In einem anderen Rennen war der Fahrer Y im Training mit 1 Minute und 34,5 Sekunden um genau 5 % langsamer als der Trainingsschnellste. Wie lange brauchte dieser für eine Runde?

- Zeichne das Dreieck ABC mit den angegebenen Maßen.
 - Spiegele das Dreieck ABC an der Seite AB. Benenne den Bildpunkt von C mit C'.
 - Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks C'BC.
 - Zeichne die Mittelsenkrechte s der Strecke \overline{AB} ein.
 - Spiegele das Dreieck C'BC an der Mittelsenkrechten s.
 - Berechne den Flächeninhalt des gemeinsamen Flächenstücks von Original- und Bildfigur.
 - Berechne den Flächeninhalt der Gesamtfigur.



- Eine Maschine stellt in 8 Stunden 28800 Schrauben her. Wie viele Schrauben stellt diese Maschine in 50 Stunden her?
 - 4 Maschinen stellen in 6 Stunden 33600 Schrauben her.
 - Wie viele Maschinen werden benötigt, um die 33600 Schrauben in 4 Stunden herzustellen?
 - Wie viele Stunden und Minuten benötigen hierfür 5 Maschinen?
 - 6 Maschinen benötigen zur Herstellung von 90000 Schrauben 10 Stunden. Nach 7 Stunden fällt eine Maschine aus. Wie viele Stunden und Minuten dauert das Herstellen der 90000 Schrauben insgesamt?

