

Mathematik-Wettbewerb 2000/2001 des Landes Hessen

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE A

1. a) $L = \{22, -4\}$
b) $L = \{-1, -2, \dots\} \cup \{5, 6, \dots\}$
c) $L = \{-6\}$
d) $L = \{-5\}$
e) $L = \{3, -4, \dots\}$
-

2. a) (1) $a = 6, b = 7, c = 49$
(2) $a = 4, b = 16, c = 4$
(3) $a = 4, b = 5, c = 2, d = 3$
b) $a = 1, b = 15, c = 1, d = 225$
-

3. a) Hinweise zur Konstruktion eines Dreiecks ABC: Parallelen im Abstand 3,5 cm, Thaleskreis über c schneidet die zweite Parallele in C und C'.
b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC: Parallelen im Abstand 5 cm, Antragung von $\beta = 70^\circ$ bestimmt die Seite a. Kreis mit $r = 6$ cm um M, den Mittelpunkt der Seite a.
c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC: Die Teildreiecke CH_bH und HH_aC können mittel SSW-Konstruktion konstruiert werden. Durch Verlängerung der Seiten $\overline{CH_b}$ und $\overline{HH_a}$ sowie $\overline{CH_a}$ und $\overline{HH_b}$ werden A und B bestimmt.
-

4. a) Konstruktion des Dreiecks ABC – WSW-Konstruktion
b) (1) Punkte D und E
(2) $\angle FDB = \alpha = 35^\circ$
(3) Begründung; Hinweis: Umkehrung des Thalesatzes
c) (1) $\angle ACF = 27,5^\circ$
(2) Parallelität aufgrund von gleichgroßen Winkeln; es gilt $\angle FAD = 62,5^\circ = \angle BFC$
-

5. a) (1) Verkaufswert nach 3 Jahren beträgt 1260,00 DM.
(2) 36 % beträgt der Wiederverkaufswert.
b) (1) Um das Vierfache, denn $PC = x \cdot 0,6 \cdot 0,75 \cdot 0,8$ und $DVD = x \cdot 0,2 \cdot 0,6 \cdot 0,75$
(2) 800 DM wurden für den DVD-Player bezahlt, denn $0,36x + 0,09x = 1800$ DM
-

6. a) $S = 101, T = 47$
b) 1437, 3417, 3741, 4731
c) $S \in \{4, 15, 26, 37, \dots, 103\}$, Hinweis: $S = 11a + 11c + 4$
d) $b = 6, d = 9, (a|c) \in \{(1|5), (2|4), (3|3), (4|2), (5|1)\}$
-

7. a)

8,5	5	0	3,5
3	0,5	5,5	8
0,5	3	8	5,5
5	8,5	3,5	0

b) (1) z.B.: $4 \cdot a + 4 \cdot b + 4 \cdot c$

(2) z.B.: $\frac{1}{6} \cdot a + \frac{1}{6} \cdot b + \frac{1}{6} \cdot c$

(3) z.B.: $4 \cdot a - 4 \cdot b - 1 \cdot c$

c) (1) 28

(2) $4 \cdot a + 1 \cdot b + 9 \cdot c$

(3)

14	9	0	5
1	4	13	10
4	1	10	13
9	14	5	0

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE B

1. a) $L = \{1\}$ oder $x = 1$
b) $L = \{ \}$
c) $L = \{0, -1, -2, \dots\}$
d) $L = \{-4, 4\}$
-
2. a) Angebot (2) ist günstiger, denn
(1) es sind 4176 DM zu zahlen (Preis einschl. MWSt.),
(2) es sind 3972,15 DM zu zahlen.
b) ursprünglicher Preis: 3000 DM
c) 32 % betrug die Preissenkung insgesamt, denn $0,8 \cdot 0,85 = 0,68 = 68 \%$.
-
3. a) Koordinatensystem und Dreieck ABC; der Flächeninhalt beträgt 11 cm^2 .
b) Punktspiegelung ergibt $B'(2|4)$ und $C'(9|1)$
c) (1) $2,75 \text{ cm}^2$
(2) $5,5 \text{ cm}^2$
(3) 8 mal
-
4. a) Konstruktion des Dreiecks
b) Konstruktion und Schraffur des Gebietes; Hinweis: Jeweils um A, B, C ein Kreis mit $r = 4 \text{ cm}$.
c) Konstruktion von S; Hinweis: S ist Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.
d) Konstruktion von T; Hinweis: T ist Schnittpunkt der Winkelhalbierenden und des Thaleskreises über \overline{AB} .
-
5. a) $L = \{-6, -7, -8, \dots\}$, denn $(7x - 20) \cdot 3 < -165$
b) Hans ist 12 Jahre alt, sein Vater 48 Jahre, denn $7(x - 6) = 4x - 6$
c) Herr Stein bekommt 4560,00 €, Herr Kraft 4860,00 €, denn $38000 : 78500 = x : 9420$
-
6. a) (1) 101
(2) 999
(3) 333, 373, 383, 737, 777, 787, 838, 878, 888
b) (1) Es gibt 90 dreistellige symmetrische Zahlen.
(2) Von den dreistelligen symmetrischen Zahlen sind 40 Zahlen gerade.
c) (1) z. B.: 81418
(2) 60006
(3) 75457
d) 1357997531
-
7. a) (1) Schachtel 9
(2) Nummer 33
(3) Die nächsten Nummern sind: 15, 27, 39, 51, 63
b) (1) Nummer 8
(2) 17. Etage
c) Nummer 118
d) Die Schachteln mit den Nummern 117, 120, 121, 124 liegen in beiden Türmen jeweils in einer Ecke.
-

3. RUNDE - LÖSUNGEN DER AUFGABENGRUPPE C

1. a) $V = 6 \text{ cm}^3$
b) 1296 Bausteine
c) 36 Bausteine
d) 288 Bausteine
e) 18 cm, denn $V = 5832 \text{ cm}^3$
-

2. a) 107 Sekunden oder 1 min 47 s
b) (1) Er war um 6 % langsamer.
(2) Ja.
c) 90 sec oder 1 min 30 sec; beachte: 94,5 sec entspr. 105 %
-

3. a) Zeichnung des Dreiecks ABC
b) Spiegelung
c) $A = 12 \text{ cm}^2$
d) Zeichnung der Mittelsenkrechten
e) (1) Spiegelung
(2) $A = 6 \text{ cm}^2$
(3) 18 cm^2
-

4. a) 180 000 Schrauben werden in 50 Stunden hergestellt.
b) (1) 6 Maschinen, beachte: 1 Maschinen stellt in 24 h 33 600 Schrauben her
(2) 5 Maschinen benötigen 4 h 48 min
c) Die Herstellung dauert insgesamt 10 h 36 min
-

5. a) (1) $\mathbb{L} = \{3\}$
(2) $\mathbb{L} = \{-5\}$
(3) $\mathbb{L} = \{-7, -6, -5, \dots\}$
b) $x = 300$, denn $x - 225 = x : 4$
-

6. a) $\odot = 1$ $\diamond = 3$ $\ominus = 4$
 $\Delta = 5$ $\blacktriangledown = 0$
b) $\triangle = 1$ $\circ = 2$ $\blacktriangle = 3$
 $\boxtimes = 5$ $\clubsuit = 8$ $\square = 9$
 $\bullet = 0$
-

7. a)

10	22	28
38	20	2
12	18	30

b)

$\frac{1}{6}$	$\frac{11}{30}$	$\frac{14}{30}$
$\frac{19}{30}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{30}$
$\frac{1}{5}$	$\frac{9}{30}$	$\frac{15}{30}$
