

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2001/2002 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE A

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib jeweils die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.

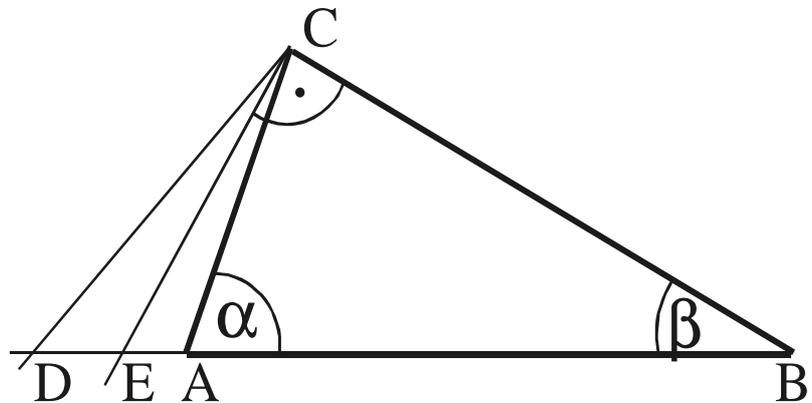
a) $x^4(x + 50) = 0$

b) $x^5 - 49x^3 = 0$

c) $(x - 3)^2 > 36$

d) $(x^2 - 4)(x + 1)^2 \geq 0$

2. Nebenstehende Skizze zeigt das Dreieck ABC sowie die Geraden EC und DC. Die Gerade EC steht senkrecht auf BC. Die Gerade DC entsteht durch Spiegelung der Geraden AC an EC.



a) Es gilt $\alpha = 75^\circ$ und $\beta = 25^\circ$.
Berechne die Größe des Winkels $\triangle ADC$.

b) Es ist $\alpha = 75^\circ$.

(1) Wie groß ist β zu wählen, damit $\triangle ADC = 45^\circ$ ist?

(2) Wie groß ist β zu wählen, damit das Dreieck DEC gleichschenkelig ist?

(3) Wie groß ist β zu wählen, damit DC parallel zu AB verläuft?

3. Einige Postämter stellten fest, dass infolge der zunehmenden Nutzung moderner Kommunikationsmittel (E-mail, SMS, Tele-Fax usw.) weniger Briefe versandt wurden.

a) Im Jahre 1999 wurden von einem Postamt 300000 Briefe verteilt. Im Jahre 2000 sank die Anzahl der Briefe um 15 %. Im Jahre 2001 verringerte sich die Anzahl gegenüber dem Jahre 2000 um 10%.

(1) Wie viele Briefe wurden von diesem Postamt im Jahre 2001 verteilt?

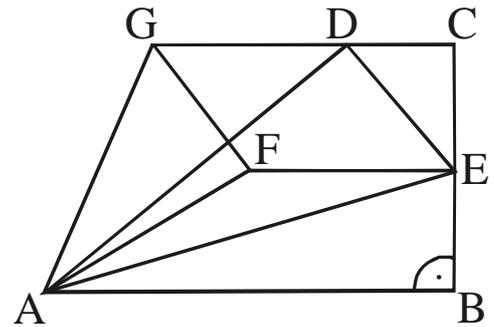
(2) Um wie viel Prozent hat sich die Anzahl der Briefsendungen in den zwei Jahren insgesamt verringert?

b) In einem anderen Ort sank die Zahl der Briefsendungen innerhalb von zwei Jahren insgesamt um 36 %, bei jeweils gleicher prozentualer Abnahme pro Jahr. Um wie viel Prozent sank in diesem Ort die Anzahl der Briefsendungen pro Jahr?

c) Ein anderes Postamt stellte fest, dass sich innerhalb eines Jahres die Anzahl der Briefsendungen um 12 % verringerte, obwohl sich durch Schließung einer benachbarten Postfiliale die Anzahl der möglichen Postkunden um 10 % erhöhte. Um wie viel Prozent hätte die Anzahl der Briefsendungen in diesem Postamt abgenommen, wenn die benachbarte Postfiliale nicht geschlossen worden wäre?

4. Im Trapez $ABCG$ gilt $|AB| = 14 \text{ cm}$, $|CD| = 4 \text{ cm}$, $|BE| = 2 \text{ cm}$, $|EC| = 3 \text{ cm}$ und $AB \parallel FE$.

- a) Berechne die Flächeninhalte der Dreiecke ABE , CDE und AED .
 b) Der Flächeninhalt des Parallelogramms $FEDG$ beträgt 24 cm^2 . Berechne die Flächeninhalte der Dreiecke AEF und AFG .
 c) Der Punkt G wird auf GC und der Punkt F auf FE um die gleiche Strecke so verschoben, dass die Trapeze $ABEF$ und $FECG$ denselben Flächeninhalt haben. Wie groß ist dann $|FE|$?



5. Aus den Ziffern 1 bis 9 werden nach folgendem System Zahlenquadrate gebildet: Ausgehend von dem Zahlenquadrat, das 4 Einsen bilden, wird im ersten Schritt zwischen je 2 Einsen eine „2“ eingefügt. Im nächsten Schritt wird zwischen je 2 Ziffern eine „3“ eingefügt. Bei den folgenden Schritten wird mit den Ziffern 4, 5, 6 usw. nach dem gleichen Prinzip verfahren.

- a) Auf dem Rand des 2. Zahlenquadrates befinden sich also 8 Ziffern, beim 3. Zahlenquadrat sind dies 16 Ziffern. Bestimme die Anzahl der Ziffern auf dem Rand des 4. und 9. Zahlenquadrates!

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 3 & 1 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 2 & 3 & 2 & 3 & 2 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ 1 & 3 & 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}$$

- b) Aus wie vielen Zeilen bestehen das 5. bzw. das 8. Zahlenquadrat?
 c) (1) Das 3. Zahlenquadrat setzt sich aus 4 Einsen, 5 Zweien und 16 Dreien zusammen. Welche Ziffern kommen im 5. Zahlenquadrat vor? Wie häufig treten diese auf?
 (2) Berechne die Anzahl der Sechsen im 9. Zahlenquadrat!

6. **Zum Beantworten der folgenden Fragen ist zunächst eine entsprechende Gleichung aufzustellen.** (Beachte: Eine zweistellige Zahl kann in der Form $10a + b$ mit $a, b \in \mathbb{N}$ dargestellt werden.)

- a) (1) Es gibt vier zweistellige Zahlen, die bei Division durch 4 ihre Quersumme ergeben. Gib diese vier Zahlen an.
 (2) Es gibt eine zweistellige Zahl, die bei Division durch 3 ihre Quersumme ergibt. Bestimme diese Zahl.
 b) (1) Bestimme die größte dreistellige Zahl, die bei Division durch 19 ihre Quersumme ergibt.
 (2) Durch welche Zahl sind dreistellige Zahlen mit drei gleichen Ziffern zu dividieren, so dass man deren Quersumme als Quotient erhält?

7. Das Kammerorchester „Sieben pro arte“ setzt sich aus vier Streichern (Violine, Bratsche, Cello, Kontrabass) und drei Bläsern (Flöte, Oboe, Fagott) zusammen.

- a) Vier der Musiker sollen ein Quartett spielen. Berechne die Anzahl der möglichen Besetzungen, wenn für das Quartett
 (1) 1 Streicher und 3 Bläser,
 (2) 3 Streicher und 1 Bläser,
 (3) 2 Streicher und 2 Bläser benötigt werden?
 b) (1) Die vier Streicher wollen einen vierstimmigen Kanon spielen, d.h. sie müssen einzeln nacheinander beginnen. Wie viele mögliche Reihenfolgen gibt es hierfür?
 (2) Das Orchester möchte einen siebenstimmigen Kanon spielen. Wie viele Möglichkeiten gibt es dafür, wenn zuerst die vier Streicher, danach die drei Bläser jeweils einzeln nacheinander einsetzen sollen?
 c) Bestimme die Anzahl der Möglichkeiten, von den 7 Orchestermitgliedern genau 5 beliebige Musiker zu einem Quintett zusammenzustellen!

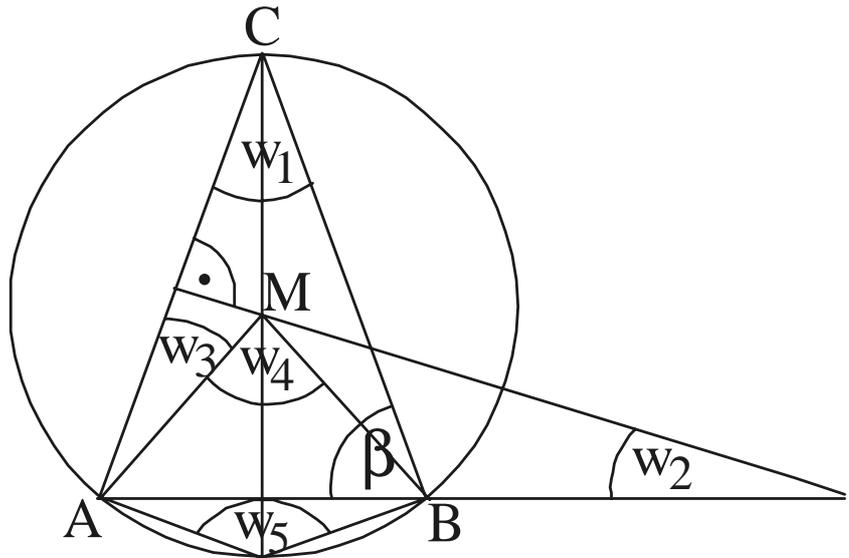
MATHEMATIK-WETTBEWERB 2001/2002 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE B

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

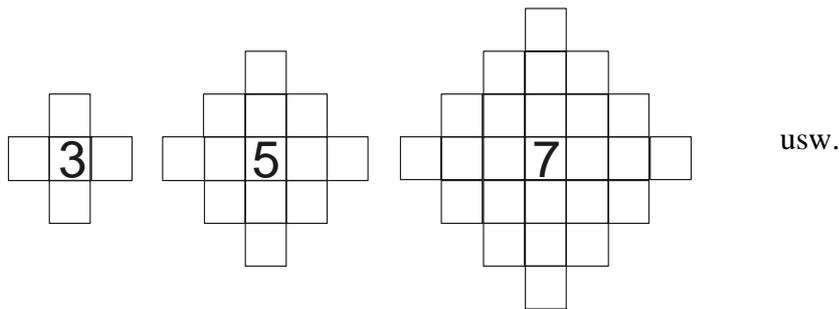
1. Gib jeweils die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z}$.
- $5 \cdot (x - 3) + 4 = 3 \cdot (x + 4) + 3$
 - $(4 + x)(x - 3) < (3 + x)(x - 4)$
 - $3 \cdot (x - 4) - (x - 4) < (3 + x) + 4(x - 3)$
 - $(x + 4)^2 - (x + 3)^2 = 0$
-
2. a) Bei FOTO FIX kosten 18 Abzüge 1,08 €. Wie viel € kosten 50 Abzüge dieses Formates?
b) Bei FOTO TEAM kostet die Entwicklung eines Filmes 1,50 € und ein Abzug im Normalformat 0,05 €.
- Herr Schneider lässt 5 Filme entwickeln und pro Film 36 Abzüge im Normalformat machen. Wie viel € muss er bezahlen?
 - Frau Siebrecht lässt 12 Filme entwickeln. Von 10 Filmen lässt sie je 36 Abzüge im Normalformat und von zwei Filmen je 36 Abzüge im Großformat machen. Sie bezahlt zusammen 44,64 €. Wie teuer ist ein Abzug im Großformat?
- c) Bei einer Nachbestellung zahlt Frau Leifeld für 90 Abzüge 9,60 €. Ein Normalabzug kostet 0,09 €, ein Abzug im Großformat 0,15 €. Wie viele Abzüge im Normalformat hatte Frau Leifeld bestellt?
-
3. a) (1) Trage in ein Koordinatensystem (Längeneinheit 1 cm) die Punkte $A(-3 | -2)$, $B(5 | -2)$ und $C(3 | 3)$ ein.
(2) Zeichne einen vierten Punkt D so, dass das Viereck ABCD ein achsensymmetrisches Trapez ($AB \parallel CD$) wird und gib die Koordinaten von D an.
- b) (1) Verschiebe das Trapez ABCD so, dass der Punkt $A'(0 | 0,5)$ der Bildpunkt von A ist. Bezeichne die Bildpunkte von B, C und D mit B' , C' und D' und gib deren Koordinaten an.
(2) Bestimme den Flächeninhalt des gemeinsamen Vierecks, in dem sich die beiden Trapeze überschneiden.
- c) Bei einer zweiten Verschiebung wird der Punkt A' auf der Geraden $A'B'$ verschoben. Welche Koordinaten muss der Bildpunkt A'' haben, damit die gemeinsame Fläche der beiden Trapeze $2,5 \text{ cm}^2$ groß ist? Gib zwei Möglichkeiten für A'' an!
-
4. Der Sportverein Holzhausen stellt für die Neuerrichtung einer Sportanlage folgenden Kostenplan auf:
- | | |
|--------------------------------|-----------------|
| Bau des Sportplatzes | 156400 € |
| Bau des Sportlerheimes | 183600 € |
| Geschätzte Gesamtkosten | 340000 € |
- a) (1) Wie viel Prozent der geschätzten Gesamtkosten entfallen auf den Bau des Sportplatzes?
(2) Die tatsächlichen Gesamtkosten beliefen sich auf 355300 €. Um wie viel Prozent liegt dieser Betrag über den geschätzten Gesamtkosten?
- b) Zur Finanzierung des Bauvorhabens nimmt der Sportverein einen Kredit in Höhe von 120000 € auf. Er muss von der Kreditsumme 1 % als Rückzahlung und 5,5 % Zinsen bezahlen. Wie viel € muss der Verein im 1. Jahr bezahlen?
- c) Die Rechnung des Dachdeckers lautet auf 13699 €. Der Kostenvoranschlag wurde dabei um 3 % überschritten. Wie hoch war der Kostenvoranschlag?

5. In nebenstehender Skizze sei $\beta = 70^\circ$. β ist Basiswinkel eines gleichschenkligen Dreiecks ABC. M ist der Mittelpunkt des Kreises.



- a) Bestimme die Größe der gekennzeichneten Winkel w_1, w_2 bis w_5 .
- b) Wie groß müsste β gewählt werden, damit in einer entsprechenden Figur $w_4 = 100^\circ$ ist?

6. Nach folgendem Muster werden quadratische Plättchen (1 cm Seitenlänge) gelegt:



Ergänze die Tabelle !

	[3]	[5]	[7]	[9]		
Anzahl der Plättchen	5	13	25			181
	$1^2 + 2^2$	$2^2 + 3^2$			$5^2 + 6^2$	
Umfang [cm]	12	20				100

7. Es gilt $1 = 77 : 77$
 $3 = (7 + 7 + 7) : 7$

Stelle die folgenden Zahlen ebenfalls mit genau vier Ziffern 7 dar. Verwende dabei die Rechenzeichen +, -, • und : (Klammern dürfen gesetzt werden).

- a) $2 = 7 \quad 7 + 7 \quad 7$
- b) $4 = 77 \quad 7 \quad 7$
- c) $5 =$
- d) $6 =$
- e) $7 =$
- f) $10 =$

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2001/2002 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

Hinweis : Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Der Preis eines City-Rollers beträgt 120 €. Der Händler gibt zum Saisonwechsel 15 % Nachlass. Wie viel € kostet der City-Roller nach der Preissenkung?
b) Der Förderverein einer Schule will Inline-Skater kaufen. Im Sportgeschäft kosten 20 Paar 1800 €, während der Großhandel nur 1260 € für die Inliner fordert.
(1) Wie viel Prozent kann der Förderverein sparen?
(2) Wie viel Euro spart man pro Paar?
c) Ein Mountainbike kostete im Winter 450 €. Der Preis wird im Frühjahr zunächst um 8 % erhöht, danach wird der erhöhte Preis noch einmal um 10 % heraufgesetzt.
(1) Wie teuer ist das Rad nach beiden Preiserhöhungen?
(2) Um wie viel Prozent wurde der ursprüngliche Preis insgesamt erhöht?

2. a) Berechne den Wert der Terme für $a = -25$ und $b = 9$.

(1) $a + 7,5$

(2) $a - b$

(3) $a \cdot b$

(4) $b^2 + a$

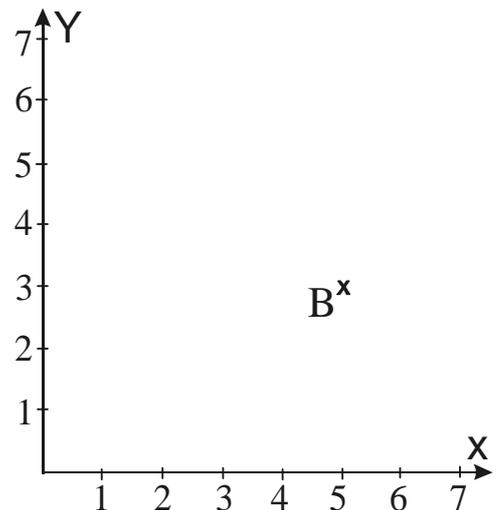
- b) Bestimme x ; (Grundmenge $G = \mathbb{Z}$).

(1) $7x + 18 + 20x = 95 + 16 - 4x$

(2) $5 \cdot (7 - 2x) + 22x = 59$

(3) $(13x - 5) \cdot 6 + 81 = 9 \cdot (3 + 8x)$

3. a) (1) Zeichne das Viereck ABCD mit $A(1 | 1)$, $B(5 | 3)$, $C(5 | 5)$ und $D(1 | 7)$ in ein Gitternetz mit der Einheit 1 cm ein.
(2) Nenne den genauen Namen des Vierecks ABCD.
(3) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks ABCD.
b) (1) Zeichne eine Parallele zur x-Achse durch den Punkte C.
(2) Spiegele die Punkte A und B an dieser Parallelen, benenne die Bildpunkte mit A' , B' und zeichne das Parallelogramm $DCB'A'$.
(3) Berechne den Flächeninhalt des Parallelogramms $DCB'A'$.
(4) Verlängere die Seite \overline{AB} und die $\overline{A'B'}$ und nenne den Schnittpunkt E.
(5) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks $A'AE$.



4. Bei einem Rechteck mit den Seitenlängen $a = 18$ cm und $b = 12$ cm wird jede Seite um 25 % verlängert.
a) Wie lang und wie breit ist das neue Rechteck?
b) Wie groß ist der Flächeninhalt des vergrößerten Rechtecks?
c) Um wie viel cm^2 wird der Flächeninhalt größer?
d) Wie viel Prozent sind dies?

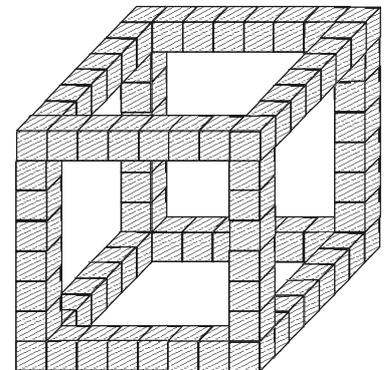
5. Svenja wünscht sich ein Handy. Folgende zwei Angebote vergleicht sie:

	ALPHA-PHON	BETA-TEL
Kaufpreis	27 €	90 €
Einmalige Anschlussgebühr	25 €	25 €
Monatliche Grundgebühr	12 €	5 €
Vertragslaufzeit	2 Jahre	2 Jahre
Durchschnittlicher Preis pro Minute	0,40 €	0,35 €

- a) Sie würde gerne täglich 1 Stunde telefonieren.
- (1) Was müsste Svenja bei ALPHA-PHON bzw. bei BETA-TEL für diese 1 Stunde bezahlen?
 - (2) Welche Kosten ergeben sich somit in einem Jahr (365 Tage) bei ALPHA-PHON bzw. bei BETA-TEL einschließlich der monatlichen Grundgebühr?
 - (3) Um auf einen endgültigen Vergleich zu kommen, müssen sämtliche Kosten, die in 2 Jahren anfallen, berücksichtigt werden. Wie hoch wären die Gesamtkosten bei ALPHA-PHON bzw. bei BETA-TEL?
- b) Svenja bekommt das Handy von BETA-TEL von ihren Eltern zum Geburtstag geschenkt. Die Eltern bezahlen auch noch die Anschlussgebühr. Svenja muss die übrigen Kosten übernehmen. Dafür stehen ihr 47 € im Monat zur Verfügung.
- (1) Wie viele Minuten kann Svenja im Monat telefonieren?
 - (2) Wie viele Minuten kann sie im Monat April (30 Tage) täglich telefonieren?

6. Die Kanten eines Würfelmodells sind jeweils 8 cm lang und werden aus 1 cm^3 großen Styroporwürfeln zusammengesetzt.

- a) (1) Aus wie vielen Würfeln bestehen insgesamt die 4 Kanten des Bodens?
 (2) Wie viele Würfel braucht man insgesamt für das Modell?
- b) (1) Wie viele Würfel muss man ergänzen, damit die Bodenfläche des Modells ausgefüllt ist?
 (2) Wenn alle 6 Seitenflächen des Modells ausgefüllt sind, entsteht ein Hohlraum. Berechne das Volumen dieses Hohlraumes.
 (3) Wie viele Styroporwürfel benötigt man, um das Modell völlig auszufüllen?



- c) Wie schwer ist das völlig ausgefüllte Würfelmodell, wenn 1 cm^3 Styropor 0,014 g wiegt?

7. Aus den Ziffern 8, 2, 9, 6 sollen vierstellige Zahlen gebildet werden, dabei ist jede Ziffer zu verwenden.

- a) Nenne die größte und die kleinste Zahl.
- b) Schreibe alle ungeraden Zahlen auf.
- c) Schreibe alle Zahlen auf, die durch 4 teilbar sind.
- d) Welche Ziffer musst du ergänzen, damit eine 5-stellige durch 3 teilbare Zahl entsteht? Nenne alle möglichen Ziffern, die du ergänzen kannst!