

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2003/2004 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE A

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.
 - a) $(x^2 - 64) \cdot (x - 3) = 0$
 - b) $(x + 7) \cdot (x - 7) > 0$
 - c) $(x^2 + 1)^2 - 4 = 0$
 - d) $x^2 \geq 9x$

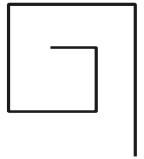
2.
 - a) Konstruiere ein Viereck ABCD mit $CD \parallel AB$, $|AB| = c = 7 \text{ cm}$, $\beta = 100^\circ$, $|AC| = b = 10 \text{ cm}$ und $BD \perp AC$.
 - b) Konstruiere ein 24 cm^2 großes Dreieck ABC mit $|AC| = b = 8 \text{ cm}$ und $\alpha = 30^\circ$.
 - c) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $\beta = 110^\circ$, $h_c = 5 \text{ cm}$ und $a - c = 2 \text{ cm}$.

3.
 - a) Zeichne das gleichschenklige Dreieck ABC (Basis \overline{AB}) mit $|AB| = 7 \text{ cm}$ und $\alpha = 65^\circ$. Spiegele den Mittelpunkt M von \overline{AB} an der Geraden AC, bezeichne den Bildpunkt von M mit D. Berechne die Größe der Winkel
 - (1) $\triangle ADM$,
 - (2) $\triangle CMD$,
 - (3) $\triangle DCB$.
 - b) Wie ist in einem gleichschenkligen Dreieck (Basis \overline{AB}) der Winkel α zu wählen, damit bei entsprechender Spiegelung der Bildpunkt D von M auf der Geraden BC liegt?
 - c) Wie ist in einem gleichschenkligen Dreieck (Basis \overline{AB}) der Winkel α zu wählen, damit bei entsprechender Spiegelung das Viereck ABCD ein Trapez ist? Gib zwei Möglichkeiten an.

4.
 - a) Die Anzahl der Zuschauer bei den Spielen des Fußballvereins Zwietracht Bankfurt stieg 2002 um 20 % gegenüber 2001 an. 2003 stieg die Anzahl der Zuschauer um 10 % gegenüber 2002 an, so dass 2003 durchschnittlich 39600 Zuschauer ein Spiel besuchten. Wie viele Zuschauer sahen 2001 im Durchschnitt ein Spiel?
 - b) Die Besucherzahl bei den Spielen des Vereins Bolzer Geschlossenbach stieg 2002 um 15 % gegenüber 2001 und 2003 um 15 % gegenüber 2002 an. Um wie viel Prozent stieg die Anzahl der Zuschauer in diesen beiden Jahren insgesamt an?
 - c) In den letzten beiden Jahren stieg die Anzahl der Zuschauer des SV Huhnau jeweils gegenüber dem Vorjahr an, insgesamt um 44 %. Um wie viel Prozent kann die Zuschauerzahl jeweils pro Jahr gestiegen sein?
 - d) Obwohl beim TSG Eschbrunn die Anzahl der Zuschauer im ersten Jahr um 30 % stieg, ging sie innerhalb des Zweijahreszeitraums dennoch um insgesamt 9% zurück. Um wie viel Prozent sank die Zuschauerzahl im zweiten Jahr?

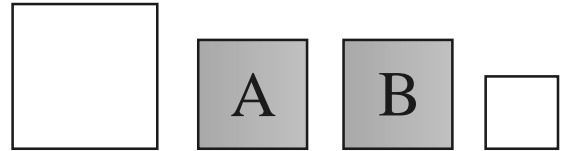
5. Stelle zunächst jeweils eine entsprechende Gleichung auf!

a) Ein 240 mm langer Draht wird so zu einer Figur (siehe Skizze) gebogen, dass die Teilstücke jeweils 2 mm größer werden. Gib die Länge des größten Teilstückes an!



b) Eine Seite eines Rechtecks ist dreimal so lang wie die andere. Vergrößert man alle Seiten dieses Rechtecks um 5 cm, so vergrößert sich der Flächeninhalt um 225 cm^2 . Wie groß sind die Seiten des ursprünglichen Rechtecks?

c) Verändert man die Seiten zweier gleich großer Quadrate A und B so, dass die Seiten des Quadrates A um $a \text{ cm}$ verlängert werden und die Seiten des Quadrates B um $a \text{ cm}$ verkürzt werden, so entstehen zwei Quadrate, von denen das eine 80 cm^2 größer ist als das andere. Wie groß sind die Seiten der ursprünglichen Quadrate und um wie viel wurden diese verkürzt bzw. verlängert? Gib drei Möglichkeiten an!



6. Das Produkt der ersten n natürlichen Zahlen wird mit $n!$ bezeichnet: $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1) \cdot n$

a) Berechne

(1) $4!$

(2) $\frac{100!}{98!}$

b) Ist $\frac{48!}{40!}$

(1) durch 9 teilbar,

(2) durch 25 teilbar? Begründe jeweils deine Antwort!

c) Bestimme a so, dass $\frac{50!}{a!}$ durch 100, aber nicht durch 1000 teilbar ist. Gib alle Möglichkeiten an!

d) Ist $\frac{(2n)!}{2^n n!}$ durch n teilbar? Begründe!

7. Ein Würfel ist ungewöhnlich beschriftet: Er trägt die Ziffern 1, 1, 1, 2, 3, 3.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fällt beim zweimaligen Werfen nur die Ziffer 3?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird bei drei Würfeln die Ziffernfolge 1 – 2 – 3 geworfen?

c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit fallen beim dreimaligen Werfen alle drei Ziffern?

d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt bei zwei Würfeln die Summe der geworfenen Ziffern 4?

e) Bei einem anderen (ebenfalls ungewöhnlichen) Würfel ist die Wahrscheinlichkeit, dass beim zweimaligen Werfen die Summe der geworfenen Ziffern 4 beträgt, $p = 0,5$. Welche Ziffern können auf diesem Würfel stehen? Gib eine Möglichkeit an.

Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden!

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2003/2004 DES LANDES HESSEN

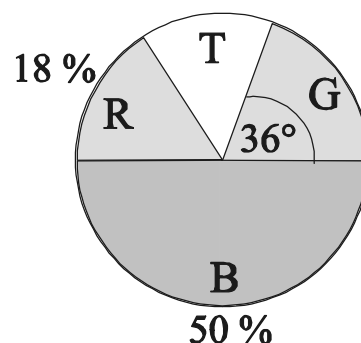
AUFGABEN DER GRUPPE B

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

- $6 \cdot (4x - 3) + 8x = 22 + 14x + 14$
- $8 \cdot (-7x - 5) = -4 \cdot (12x + 5)$
- $(x + 3)^2 < x^2 - (26 + 14x)$
- $(3x - 4) \cdot (4x + 3) = 2x \cdot (6x - 14) - 12$

2. a) Der Schulgarten der Rosenschule ist 600 m^2 groß. Nebenstehendes Kreisdiagramm zeigt die Anteile folgender Flächen: Beete (B), Teich (T), Gewächshaus (G), Rasen (R). (**Beachte:** Das Kreisdiagramm ist nicht im richtigen Maßstab gezeichnet!)



(1) Gib die prozentualen Anteile von T und G an der Gesamtfläche an.

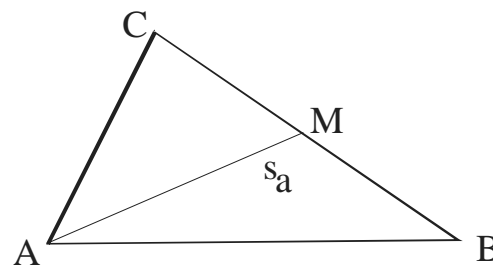
(2) Bestimme den Flächeninhalt der einzelnen Teilflächen in m^2 !

- Der Schulgarten der Tulpenschule ist 480 m^2 groß, davon 160 m^2 Rasen, 72 m^2 Gewächshaus, 48 m^2 Teich. Die Restfläche besteht aus Beeten. Erstelle ein Kreisdiagramm (Radius: 3 cm) und gib zu jedem Sektor im Kreisdiagramm die Gradzahl an!
- Auch der Schulgarten der Nelkenschule kann in vier Bereiche aufgeteilt werden. Er verfügt über 180 m^2 Beete, das sind 40% der Gesamtfläche. Ein Drittel der Fläche des Schulgartens ist Rasen, die Teichfläche ist fünfmal so groß wie die Fläche des Gewächshauses. Berechne die Größe der Gewächshausfläche.

3. Fünf Abfüllmaschinen eines Getränkeherstellers füllen in zwölf Stunden 66000 Flaschen ab.

- Wie viele Flaschen werden von neun gleichartigen Maschinen in zwölf Stunden abgefüllt?
- Wie lange brauchen acht Maschinen, um 66000 Flaschen abzufüllen?
- Wie viele Maschinen werden benötigt, um in zehn Stunden 33000 Flaschen abzufüllen?
- Es sollen 66000 Flaschen von fünf Maschinen abgefüllt werden. Nach acht Stunden fällt eine Maschine aus. Wie lange müssen die restlichen Maschinen noch arbeiten, um die Tagesleistung von 66000 Flaschen zu erfüllen?

4. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|BC| = a = 7 \text{ cm}$, $|AB| = c = 5 \text{ cm}$ und $|AM| = s_a = 4,2 \text{ cm}$; s_a ist die Seitenhalbierende der Seite a.



- (1) Konstruiere das Rechteck ABCD mit $|AB| = a = 6 \text{ cm}$ und der Diagonalen $|AC| = e = 7,5 \text{ cm}$.
(2) Gib eine Länge für $|AB| = a$ an, damit ein Rechteck mit $|AC| = e = 7,5 \text{ cm}$ nicht konstruierbar ist.

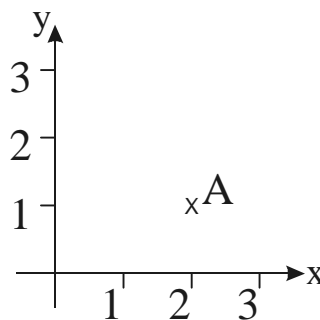
c) Das US-Verteidigungsministerium wird Pentagon genannt, da das Gebäude die Form eines regelmäßigen Fünfecks mit einer Seitenlänge von 300 m hat. Konstruiere das Fünfeck im Maßstab $1 : 10000$.

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2003/2004 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

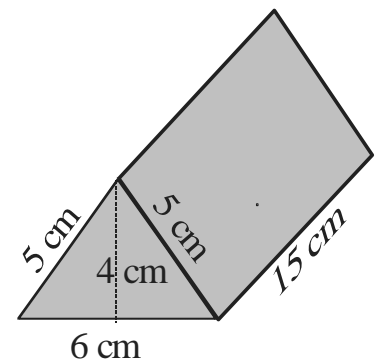
1. a) Welche ganze Zahl kann für x eingesetzt werden, so dass eine wahre Aussage entsteht?
- (1) $6x + 14 = 3x + 8$
 - (2) $4 \cdot (3x - 8) = 8x + 40$
 - (3) $3x - 7 + 5x + 2 = -19 - 4x + 50$
- b) Der Umfang eines Dreiecks beträgt 19 cm. Die Seite b ist 3 cm kleiner als die Seite c , die Seite a ist 2 cm kleiner als die Seite c . Stelle eine entsprechende Gleichung auf und berechne die drei Seitenlängen.
-
2. a) Die Heinrich-Schule zählte im September insgesamt 360 Besucher auf ihrer Homepage.
- (1) $\frac{2}{5}$ der Besucher wählten die Klassenseiten an. Wie viel Prozent und wie viele Personen waren das?
 - (2) 37,5 % der Homepage-Besucher interessierten sich für die Veranstaltungsseiten. Wie viele Personen waren das?
- b) Im Oktober wurden insgesamt 414 Personen auf der Homepage gezählt. Um wie viel Prozent ist die Besucherzahl im Vergleich zum September gestiegen?
- c) Im November wählten 81 Personen die Sportseiten an, das waren 18 % aller Besucher. Wie viele Besucher verzeichnete die Homepage insgesamt in diesem Monat?
-
3. a) Frau Blume braucht beim Joggen für 3 km 20 Minuten. Wie viele Kilometer schafft sie in einer halben Stunde, wenn sie gleichmäßig weiterläuft?
- b) Ein Fahrradfahrer benötigt für eine bestimmte Strecke 25 Minuten bei einer Geschwindigkeit von $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Wie schnell müsste er fahren, wenn er dieselbe Strecke in 20 Minuten schaffen will?
- c) Zwei Läufer trainieren gemeinsam in einem Stadion. Der schnellere Läufer braucht für 1000 m 4 Minuten, der andere läuft 400 m in 2 Minuten.
- (1) Wie viele Minuten braucht jeder für 1500 m?
 - (2) Die Läufer starten gleichzeitig. Nach wie viel Minuten hat der schnellere Läufer einen Vorsprung von 75 m?
-
4. In einem Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm ist der Punkt $A(2|1)$ eingetragen.
- a) (1) Zeichne ein Koordinatensystem und das Viereck $ABCD$ mit $A(2|1)$, $B(6|1)$, $C(8|4)$ und $D(0|4)$.
 - (2) Spiegle das Viereck $ABCD$ an der Seite \overline{CD} und bestimme die Koordinaten der Bildpunkte A' und B' .
 - (3) Berechne den Flächeninhalt der Gesamtfigur.
 - (4) Wie viele Symmetrieachsen hat die Gesamtfigur?
- b) Zeichne das Rechteck, auf dessen Seiten alle Eckpunkte der Gesamtfigur liegen und dessen Mittellinie \overline{CD} ist. Berechne den Flächeninhalt dieses Rechtecks.



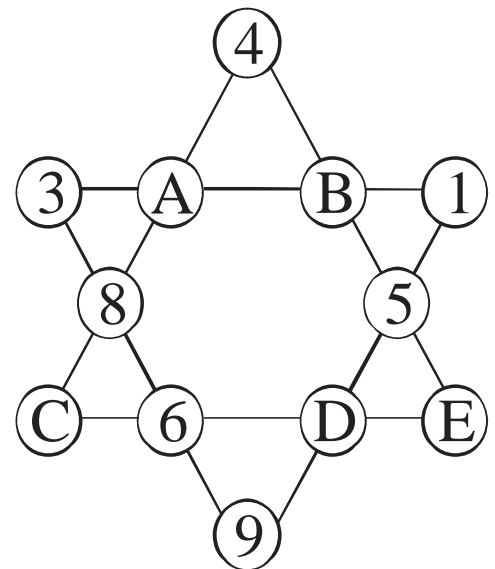
5. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $\alpha = 50^\circ$, $\beta = 70^\circ$ und $|AB| = c = 6$ cm. Wie groß ist der Winkel γ ?
- b) Konstruiere ein Rechteck ABCD mit $|AB| = a = 7$ cm und der Diagonalen $|AC| = e = 9$ cm.
- c) Konstruiere ein Quadrat mit der Diagonalen $e = 8$ cm.
- d) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit $|AB| = a = 5$ cm, $|BC| = b = 3$ cm und $\delta = 120^\circ$. Wie groß ist der Winkel α ?

6. Eine Firma verkauft Fruchtsaftgetränke. Diese sollen in einer neuen Verpackungsform (siehe Abbildung) angeboten werden.

- a) Wie viel Quadratzentimeter Karton braucht man für diese Verpackung? Für Klebelaschen und Verschnitt muss man 20 % dazurechnen!
- b) Die ursprüngliche Verpackung ist ein Quader mit 5 cm Länge, 4 cm Breite und 10 cm Höhe. In welche Verpackungsform kann mehr Fruchtsaft abgefüllt werden? Begründe durch Berechnung!



7. a) Die Zahlen von 1 bis 12 sind so in die Sternfigur einzutragen, dass die Summe der vier Zahlen, die auf einer Linie liegen, immer gleich ist. Welcher Buchstabe muss durch welche Zahl ersetzt werden? Welche Summe findest du?



- b) Übertrage die magischen Quadrate auf dein Blatt und fülle sie mit den Zahlen von 1 bis 9 so aus, dass die Summe der Zahlen in jeder Zeile, jeder Spalte und jeder Diagonalen jeweils 15 ist.

6		8
2		

(1)

	9	
	5	7
	1	

(2)

	5	
4		

(3)