MATHEMATIK-WETTBEWERB 2004/2005 DES LANDES HESSEN

AUFGABENGRUPPE A – PFLICHTAUFGABEN

P1. Es gilt $a = \frac{1}{2}$. Berechne jeweils den Wert des Terms:

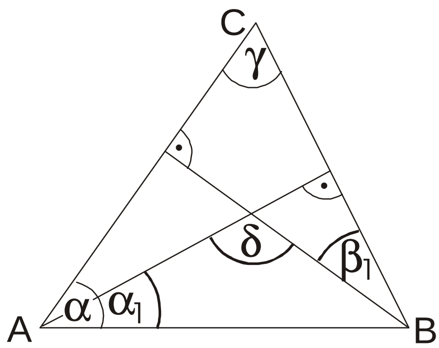
a) $0{,}3 - a$ b) $a^2 - (2a)^2$ c) $a : (a + 1)$

P2. Von 800 Jugendlichen lesen laut einer Umfrage 272 mindestens ein Buch pro Monat. Wie viel Prozent der befragten Jugendlichen sind dies?

P3. Ein Liter Limonade enthält 120 g Zucker.
a) Berechne die Zuckermenge in 0,3 Liter Limonade.
b) Wie viel Liter Limonade enthalten 1,5 kg Zucker?

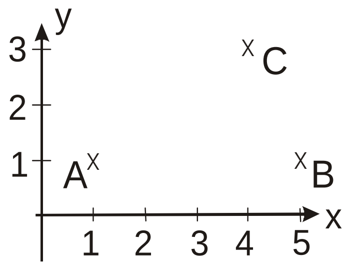
P4. Der Förderverein der Goetheschule hat 460 Mitglieder. Das sind 15 % mehr als im letzten Schuljahr. Wie viele Mitglieder hatte der Förderverein im letzten Schuljahr?

P5. Im Dreieck ABC sind zwei Höhen eingezeichnet. Es gilt $\alpha = 50°$ und $\gamma = 75°$. Berechne die Größe folgender Winkel:
a) β_1
b) δ
c) α_1

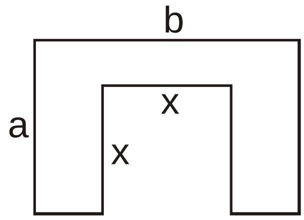


P6. Zwei Würfel werden gleichzeitig geworfen.
a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigen beide Würfel die 6?
b) Die geworfenen Augenzahlen werden addiert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die Augensumme 11?

P7. In einem Koordinatensystem (Einheit 1 cm) sind die Punkte A(1|1), B(5|1) und C(4|3) eingezeichnet.
a) Spiegelt man C an der Mittelsenkrechten zu $\overline{AB}$, so erhält man den Punkt D. Gib die Koordinaten von D an.
b) Spiegelt man C an der Geraden AB, so erhält man den Punkt E. Gib die Koordinaten von E an und bestimme den Flächeninhalt des Vierecks AEBC.



P8. Aus einem Rechteck mit den Seitenlängen a und b wird ein Quadrat mit der Seitenlänge x ausgeschnitten (siehe Skizze). Gib einen Term an für die Berechnung
a) des Flächeninhalts der Figur,
b) des Umfangs der Figur.



AUFGABENGRUPPE A – WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

W1. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $|BC| = a = 6$ cm, $|AC| = b = 5$ cm und $\alpha = 55°$.
b) Konstruiere ein Dreieck ABC mit der Höhe $h_c = 4$ cm, $\alpha = 70°$ und der Winkelhalbierenden $w_\alpha = 4{,}5$ cm.
c) Konstruiere ein Trapez ABCD mit AB || CD und $|AB| = |BC| = 7$ cm, $|AC| = 8$ cm und $\alpha = 80°$.

W2. **Zum Lösen ist zunächst für jede Aufgabe eine entsprechende Gleichung aufzustellen.**

a) Vermindert man das Dreifache einer Zahl um 70, so erhält man die Summe aus dem Zehnfachen der Zahl und der um 10 vergrößerten Zahl. Bestimme die gesuchte Zahl.

b) Addiert man zum Quadrat einer Zahl das Quadrat der um 4 verkleinerten Zahl, so erhält man das doppelte Quadrat der Zahl. Bestimme die gesuchte Zahl.

c) Der Nenner eines Bruches ist um 20 größer als der Zähler des Bruches. Der Wert des Bruches beträgt $\frac{1}{2}$. Gib den Zähler dieses Bruches an.

W3. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z} = \{\ldots, -2, -1, 0, 1, 2, \ldots\}$.

a) $3\cdot(x-6) = 24 - 12\cdot(2x-1)$

b) $(7-x)\cdot(5+x) - 3 = 6\cdot(x-2) - x^2$

c) $2\cdot(2x+4) - 3x < (42-21x) : 7$

d) $(3-x)\cdot(x+5)^2 \leq 0$

W4. Ein Aquarium hat einen Tiefwasserbereich und einen Flachwasserbereich; siehe **Abb.1**. Das Aquarium wird mit Wasser gefüllt. Der Zufluss beträgt 3000 cm^3 pro Minute.

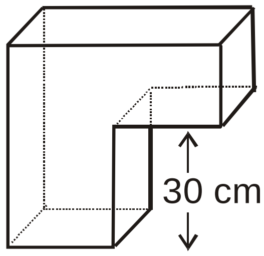


Abb.1

a) Hans beobachtet den Füllvorgang. Er stellt die Füllhöhe in Abhängigkeit von der Zeit in einem Koordinatensystem dar; vgl. **Abb.2.**

(1) Wie viel cm^3 Wasser enthält das Gefäß nach 4 Minuten?

(2) Nach wie vielen Minuten ist der Tiefwasserbereich vollständig gefüllt?

(3) Berechne die Grundfläche des Tiefwasserbereiches.

b) Ist der Tiefwasserbereich gefüllt, verdoppelt sich die Wasserfläche. Übertrage den Graphen von **Abb. 2** ins Heft und ergänze den weiteren Verlauf bis zum Zeitpunkt t = 12 min.

c) **Abb. 3** zeigt den zeitlichen Verlauf der Füllung eines anderen Gefäßes. Skizziere eine mögliche Form, die dieses Gefäß haben kann.

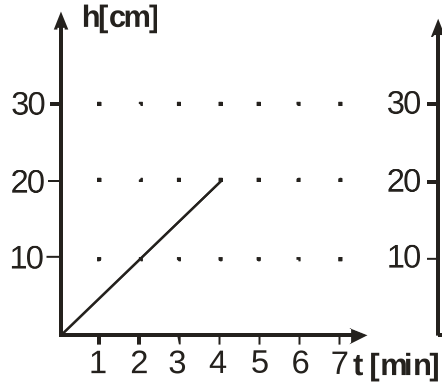


Abb. 2

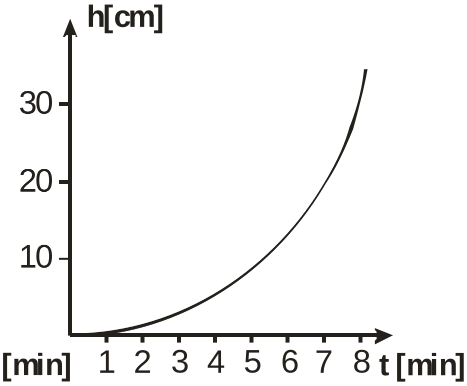


Abb.3

W5. Manchmal ist es leichter, sich anstelle von Telefonnummern eine entsprechende Buchstabenfolge zu merken. Zum Beispiel kann man sich **6673678** mit **nordost** merken.

a) Welcher Telefonnummer entspricht das Wort **presse**?

b) Durch wie viele verschiedene Buchstabenfolgen kann die Nummer 2376 ersetzt werden?

c) Die Nummer 999955 soll durch eine Folge von 6 verschiedenen Buchstaben dargestellt werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es?

d) Bestimme die Anzahl der Möglichkeiten, eine sechsstellige Zahl aus den Ziffern 5, 5, 9, 9, 9, 9 zu bilden.

e) Durch wie viele Buchstabenfolgen kann man eine sechsstellige Zahl aus den Ziffern 5, 5, 9, 9, 9, 9 ersetzen, wenn alle Buchstaben verschieden sind?

Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden!

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2004/2005 DES LANDES HESSEN

AUFGABENGRUPPE B – PFLICHTAUFGABEN

P1. Berechne: a) $0{,}04 \cdot 1{,}2$ b) $30 - 14{,}6 : 2$ c) $0{,}5 - \frac{1}{4}$

P2. Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte. Die Zuordnung ist proportional.

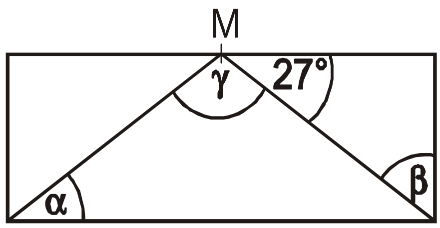
Anzahl	20	4	30	
Preis	30 €			7,50 €

P3. Die deutsche Olympiamannschaft gewann in Athen insgesamt 16 Silbermedaillen. Zwei davon wurden von Leichtathletinnen errungen. Wie viel Prozent sind das?

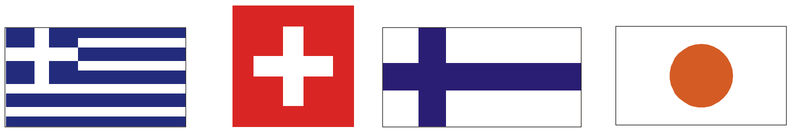
P4. Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte.

x	3	–3	
$(6 - x)\cdot 3$			–6

P5. Der Punkt M liegt in der Mitte der Rechteckseite. Bestimme die Größe von α, β und γ.



P6.

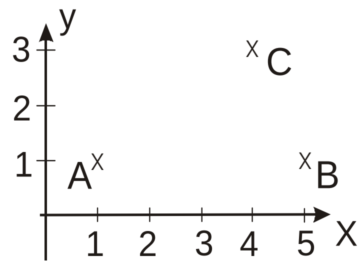


Griechenland **Schweiz** **Finnland** **Japan**

a) Notiere die Länder, deren Flagge achsensymmetrisch ist.
b) Notiere die Länder, deren Flagge mehr als eine Symmetrieachse besitzt.
c) Notiere die Länder, deren Flagge punktsymmetrisch ist.

P7. In einem Koordinatensystem (Einheit 1 cm) sind die Punkte A(1|1), B(5|1) und C(4|3) eingezeichnet.

a) Spiegelt man C an der Mittelsenkrechten zu $\overline{AB}$, so erhält man den Punkt D. Gib die Koordinaten von D an.
b) Spiegelt man C an der Geraden AB, so erhält man den Punkt E. Gib die Koordinaten von E an und bestimme den Flächeninhalt des Vierecks AEBC.



P8. Welche Ziffer muss für □ eingesetzt werden, so dass die Zahl 731□

a) durch 6 teilbar ist,
b) durch 8 teilbar ist,
c) durch 9 teilbar ist?

AUFGABENGRUPPE B – WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

W1. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AB| = c = 6{,}5$ cm, $|BC| = a = 3{,}5$ cm, $\gamma = \measuredangle ACB = 78°$.

b) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|BC| = a = 4$ cm, $|AC| = b = 5$ cm, $|AB| = c = 7$ cm.
(2) Konstruiere den Umkreis des Dreiecks ABC.

c) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AC| = b = 7$ cm, der Winkelhalbierenden $w_\alpha = 6$ cm und $\alpha = 52°$.

W2. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an.

a) Die Grundmenge ist $G = \mathbb{Z} = \{...,-2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$.

(1) $10x - 3 = 12 + 5x$

(2) $4 + 6x - 5 = 5x + 5 + 3x$

(3) $5x + 3(x + 2) < 4x + 2$

b) $3(x - 5) = 5x - 4(2x - 3)$

(1) Notiere die Lösungsmenge, wenn $G = \mathbb{Z} = \{..., -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$.

(2) Notiere die Lösungsmenge, wenn $G = \mathbb{Q}$.

W3. In den USA wird die Temperatur in Grad Fahrenheit gemessen. Reisende finden in ihrem Reiseführer folgende Anweisung für die Umrechnung von Grad Fahrenheit (°F) in Grad Celsius (°C)**:** **"Grad Fahrenheit minus 32, diese Differenz geteilt durch 9, multipliziert mit 5 ergibt die Gradzahl in Celsius."** 50°F entspricht also 10°C.

a) Berechne die fehlenden Werte.

°F	50	86	113	–22	–58
°C	10				

b) Wasser gefriert bei 0°C und siedet bei 100°C. Gib beide Temperaturen in °F an.

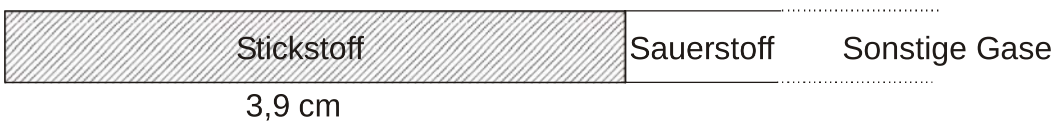
c) Es gibt eine Temperatur, bei der die Zahlenwerte in Grad Celsius und in Grad Fahrenheit gleich groß sind. Notiere diesen Zahlenwert.

W4. Luft besteht zu etwa 20 % aus Sauerstoff und zu 78 % aus Stickstoff. 2 % sind sonstige Gase.

a) Dies soll durch ein Kreisdiagramm mit dem Radius 3 cm veranschaulicht werden. Berechne zunächst die in der Tabelle fehlenden Werte und zeichne dann das Kreisdiagramm. Beschrifte die einzelnen Anteile! Runde die Winkelgrößen auf ganzzahlige Winkelgrade.

Prozentsatz		100 %	20 %	78 %	2 %
Winkel	exakt	360°			
	gerundet				

b) Die prozentuale Zusammensetzung der Luft kann auch durch ein Streifendiagramm dargestellt werden. Der Stickstoffanteil entspricht in diesem Diagramm einer Länge von 3,9 cm.



Welche Länge besitzt das gesamte Streifendiagramm?

W5. Beim Spiel "Würfelmax" wird mit zwei zwanzigflächigen "Würfeln" mit den Augenzahlen von 1 bis 20 gewürfelt; einer davon ist blau (b), der andere rot (r). Dabei gilt folgende Spielregel**: Beide gewürfelten Zahlen werden multipliziert, anschließend wird die Zahl des roten Würfels zu diesem Produkt addiert**. Beispiel:

Blauer Würfel: 7 und roter Würfel: 3 wird als (b 7) und (r 3) bezeichnet; das Ergebnis lässt sich berechnen: $7 \cdot 3 + 3 = 24$.

a) Berechne das Ergebnis für (b 9) und (r 6).

b) Max würfelt (b 20) und (r 1); Moritz würfelt (b 1) und (r 20). Um wie viel unterscheiden sich die beiden Ergebnisse?

c) Welches ist das höchste Ergebnis, wenn beide Würfel verschiedene Zahlen zeigen?

d) Der rote Würfel zeigt die Zahl 4. Welche Zahl zeigt der blaue Würfel, wenn das Ergebnis 52 ist?

e) Der blaue Würfel zeigt die Zahl 3. Das Ergebnis ist 36. Welche Zahl zeigt der rote Würfel?

f) Für (b 6) und (r 8) ergibt sich 56. Notiere 3 weitere Möglichkeiten mit dem Ergebnis 56.

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2004/2005 DES LANDES HESSEN

AUFGABENGRUPPE C – PFLICHTAUFGABEN

P1. Berechne. (Beachte die Maßeinheiten!)

a) 100,60 € **:** 10

b) 20 % von 75 km

c) $\frac{3}{4}$ von 56 kg

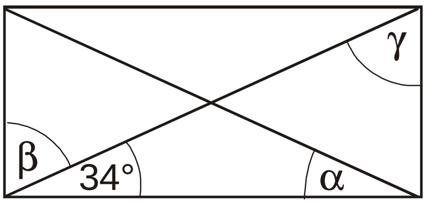
P2. Aus 210 kg Äpfeln gewinnt man 60 Liter Saft. Wie viel Kilogramm Äpfel benötigt man für 40 Liter Apfelsaft?

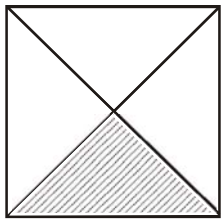
P3. Die deutsche Olympiamannschaft gewann in Athen insgesamt 16 Silbermedaillen. Zwei davon wurden von Leichtathletinnen errungen. Wie viel Prozent sind das?

P4. Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte**:**

x	13	10	
(x – 9) **:** 4			0

P5. Berechne im abgebildeten Rechteck die Größe der Winkel α, β und γ.





P6. Der Flächeninhalt des schraffierten Dreiecks beträgt 16 cm^2.

a) Wie groß ist der Flächeninhalt des Quadrates?

b) Wie groß ist der Umfang des Quadrates?

P7. Die Klasse H8 macht eine Radtour. Nach 30 Kilometern hat die Klasse zwei Drittel der Strecke zurückgelegt. David meint**:** „Da fahren wir ja insgesamt mehr als 50 Kilometer." Hat David Recht? Begründe deine Antwort durch Rechnung.

P8. Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit $|AB| = a = 6{,}5$ cm, $\beta = 120°$ und $|BC| = b = 5$ cm.

AUFGABENGRUPPE C – WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

W1. a) Bestimme x.

(1) $4x - 13 = 19$

(2) $15 + 3x = 75 - 2x$

(3) $6 \cdot (x + 8) = 36$

b) Der Umfang eines Rechtecks beträgt 42 cm. Die Länge ist doppelt so groß wie die Breite. Gib Länge und Breite des Rechtecks an.

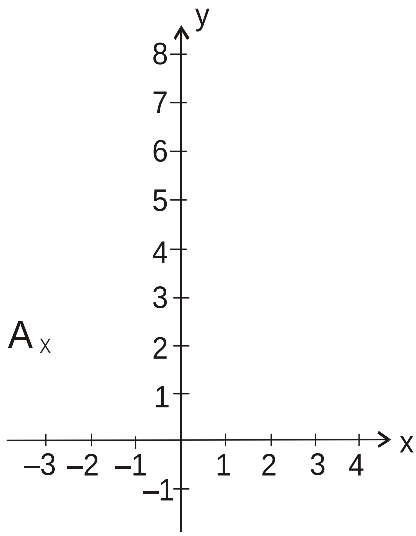
W2. In einem Koordinatensystem ist der Punkt A(–3|2) eingetragen.

a) Zeichne ein Koordinatensystem mit der Einheit 1 cm und trage die Punkte A(–3|2) und B(3|8) ein. Zeichne die Gerade g durch die Punkte A und B.

b) Zeichne die Gerade h durch die Punkte C(–3|4) und D(5|–4).

c) Nenne den Schnittpunkt der beiden Geraden S und gib die Koordinaten von S an.

d) Zeichne eine Parallele zur y-Achse durch den Punkt B. Der Schnittpunkt dieser Parallelen mit der Geraden h heißt E. Bestimme die Länge der Strecke $\overline{BE}$ und berechne den Flächeninhalt des Dreiecks EBS.



W3. Die Garten-AG gestaltet den Schulgarten neu.

a) Der Grillplatz soll 2 m lang und 2,50 m breit werden. Wie viele quadratische Platten mit einer Seitenlänge von 50 cm werden dafür zum Auslegen benötigt?

b) Neben dem Grillplatz wird eine 45 m^2 große Spielwiese angelegt. Für 10 m^2 Wiese braucht man $\frac{1}{2}$ kg Samen. Wie viel Kilogramm Samen müssen eingekauft werden?

c) Zwei Schüler sollen einen Teich anlegen. Die beiden Schüler rechnen damit nach 12 Stunden fertig zu sein. Wie lange dauert das Anlegen des Teiches, wenn noch ein dritter Schüler mithilft?

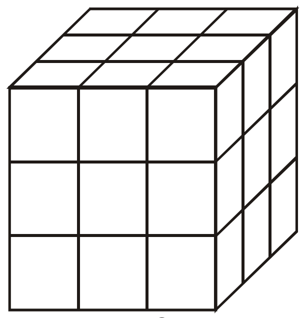
d) Das Schulfest erbringt einen Gewinn von 750 €. 30 % von diesem Gewinn erhält die Garten-AG. Wie viel Euro sind das?

W4. Doris hat 27 kleine Würfel mit der Kantenlänge 3 cm zu einem großen Würfel zusammengesetzt.

a) Berechne das Volumen des großen Würfels.

b) Der große Würfel wird außen mit roter Folie beklebt. Wie viel cm^2 Folie (ohne Verschnitt) benötigt man dazu?

c) Wie viele der kleineren Würfel haben dann
(1) drei rote Flächen,
(2) zwei rote Flächen,
(3) eine rote Fläche,
(4) keine rote Fläche?



d) Wie viele Würfel mit der Kantenlänge 3 cm benötigt man, um einen Würfel mit der Kantenlänge 12 cm zu bauen?

W5. Isabell hat ein neues Handy. Sie stellt ihre vierstellige Code-Nummer (PIN) ein.

a) Gib alle möglichen PINs an, wenn sie nur gleiche ungerade Ziffern verwendet.

b) Gib alle möglichen PINs an, wenn sie vier aufeinander folgende Zahlen – wie z.B.**:** 2345 – auswählt?

c) Isabell hat am 21.12. Geburtstag. Notiere alle PINs, die sich aus den Ziffern 1, 1, 2, 2 bilden lassen.

d) (1) Isabells Mutter hat sich ihre Code-Nummer aufgeschrieben, erkennt aber nur drei der vier Ziffern **8 8 ≡ 7** Sie erinnert sich, dass die Summe aller Ziffern größer als 30 ist. Wie könnte die Code-Nummer lauten?

(2) Welche Möglichkeiten hätte es gegeben, wenn sie auch die zweite Ziffer (**8 ≡ ≡ 7**) nicht erkannt hätte?