

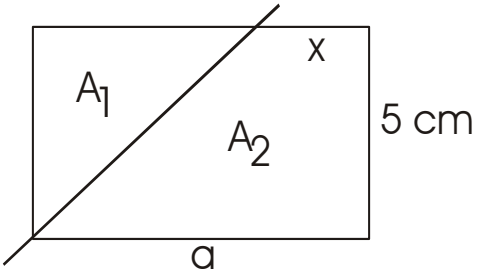
AUFGABEN DER GRUPPE A

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.
 - $x^{12} \cdot (x - 12) = 0$
 - $16 \cdot x^3 - x^5 = 0$
 - $(x^2 + 5) \cdot (2x - 25) > 0$
 - $(2x - 6)^2 \geq 100$

- Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit $\alpha = 55^\circ$, der Diagonalen $|AC| = 10$ cm; die Höhe zur Seite \overline{AB} ist $h_a = 4$ cm.
 - Konstruiere ein symmetrisches Trapez ABCD mit $|AB| = 8$ cm und $|BC| = |CD| = |AD| = 4$ cm.
 - Konstruiere ein symmetrisches Trapez ABCD mit $\alpha = 50^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$ und $a - c = 4$ cm.

- Die Firma „Foto Dunkel“ feiert 15jähriges Jubiläum. Aus diesem Anlass bietet sie ihren Kunden 15 Tage lang folgende Sonderkonditionen: Ab einem Warenwert von 40 € kann man zwischen einem Preisnachlass von 15 % **oder** 15 € wählen. Wer für mindestens 200 € einkauft, erhält beide Rabatte.
 - Alf kauft eine Speicherkarte im Wert von 150 €. Wie viel muss er bezahlen, wenn er den für ihn günstigsten Rabatt wählt?
 - Ida möchte eine Spiegelreflexkamera für 220 € kaufen. Ist der Kaufpreis niedriger, wenn man zuerst die 15 € abzieht und danach 15 % Rabatt berechnet oder sollte man in umgekehrter Reihenfolge vorgehen? Berechne den günstigeren Kaufpreis!
 - Max zahlt für eine Digitalkamera 257 €; dies ist der günstigste Kaufpreis. Wie viel Euro hat er durch den Sonderverkauf gespart?
 - Dorothee hat sich eine Digitalkamera für 190 € ausgesucht. Sie kauft noch Zubehör zur Digitalkamera und nutzt somit den Preisnachlass von 15 % als auch den von 15 €. Hätte sie das Zubehör nicht gekauft, hätte sie nur 2 € weniger bezahlt. Wie viel Euro betrug der Warenwert des Zubehörs?

- In der nebenstehenden Figur teilt eine Gerade, die durch einen Eckpunkt des Rechtecks verläuft, das Rechteck in zwei Flächen mit den Inhalten A_1 und A_2 .
 - Es ist $a = 8$ cm und $x = 2$ cm. Berechne A_1 und A_2 .
 - Es ist $a = 8$ cm und $A_2 = 35$ cm². Berechne x .
 - Es ist $a = 8$ cm und $A_2 - A_1 = 12$ cm². Bestimme x .
 - Es sei a beliebig. Wie ist x in Abhängigkeit von a zu wählen, damit A_2 doppelt so groß ist wie A_1 ?

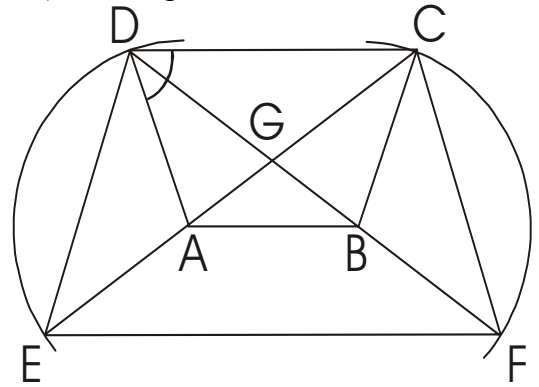
5. Für das nebenstehende Viereck ABCD gilt: $|AB| = |AD| = |BC|$; die Diagonalen des Vierecks sind so verlängert, dass gilt: $|AD| = |AE|$ und $|BC| = |BF|$.

a) Das Viereck ABCD ist ein symmetrisches Trapez mit $\delta = \angle ADC = 70^\circ$. Bestimme die Größe der Winkel

- (1) $\triangle BAD$,
- (2) $\triangle BAC$,
- (3) $\triangle BFE$,
- (4) $\triangle CFG$.

b) In einer entsprechend konstruierten Figur EFCD ist das Viereck ABCD eine Raute mit $\angle DCB > 90^\circ$. Es ist $\angle EDC = 90^\circ$.

Wie groß ist der Winkel $\alpha = \angle BAD$?



6. a) Welche beiden zweistelligen aufeinander folgenden geraden Zahlen muss man addieren, damit die Summe durch 6 teilbar ist? Gib diejenigen Zahlpaare an, die die kleinste beziehungsweise die größte Summe bilden.
- b) Die Summe dreier aufeinander folgender gerader Zahlen ist immer durch 6 teilbar. Begründe dies!
- c) Die Summe dreier aufeinander folgender gerader Zahlen soll durch 36 teilbar sein. Nenne jeweils die kleinste Zahl von vier solcher Dreiergruppen, für die dies zutrifft.
- d) Für welche Paare aufeinander folgender gerader Zahlen ist die Summe ihrer Quadrate durch 10 teilbar?

7. Bei einem Brettspiel wird so oft hintereinander gewürfelt, bis man eine Sechs wirft. Nach jedem Wurf zieht man mit seinem Spielstein um die geworfene Augenzahl weiter; auch wenn man eine Sechs gewürfelt hat, wird der Spielstein weiter vorgerückt.
- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit darf man genau zweimal hintereinander würfeln?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit würfelt man höchstens dreimal hintereinander?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gelangt man in zwei direkt aufeinander folgenden Zügen zehn Felder weiter?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit gelangt man in höchstens zwei direkt aufeinander folgenden Zügen sechs Felder weiter?

Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden!

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2004/2005 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE B

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die jeweilige Lösungsmenge in aufzählender Form an; $G = Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$.

- $3x + 4(5x - 6) = 13x + 24 - 6x$
- $-6(4x + 6) < (-4x - 6) \cdot 9$
- $2x(15x - 24) + 69 = (5x - 6) \cdot (6x - 5)$
- $(x + 5)^2 + (x - 4)^2 = 2x^2 - (16x - 57)$

2. a) Im Jahr 2002 besuchten 24000 Badegäste das Waldschwimmbad. Im Jahr 2003 wurden 8 % mehr Besucher gezählt als 2002, im Jahr 2004 waren es 5 % weniger als 2003.

- Wie viele Besucher hatte das Schwimmbad 2003?
- Wie viele Besucher waren es 2004 weniger als 2003?
- Um wie viel Prozent stieg die Besucherzahl von 2002 bis 2004?

b) Die Einnahmen des Kiosks sanken 2004 gegenüber dem Vorjahr um 15 % auf 68000 €.

$\frac{3}{8}$ der Einnahmen konnten als Reingewinn verbucht werden.

- Wie hoch waren die Einnahmen im Jahr 2003?
- Wie hoch war der Reingewinn im Jahr 2004?
- Wie viel Prozent der Einnahmen entfielen auf den Reingewinn?

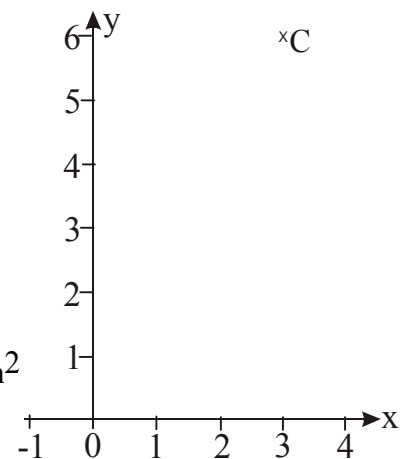
3. a) Zeichne das Rechteck ABCD mit A(-1 | 0), B(3 | 0), C(3 | 6) und D(-1 | 6) in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm). Zeichne eine Gerade g durch P(0 | 0) und Q(3 | 3).

b) Spiegele das Rechteck ABCD an g und gib die Koordinaten der Bildpunkte an.

c) (1) Bestimme den Flächeninhalt des Vierecks PBQB'.
(2) Gib den Flächeninhalt des Achtecks APA'D'C'QCD an.

d) (1) Die Spiegelachse g wird parallel verschoben und schneidet das Rechteck ABCD in R und S. Durch Spiegelung des Rechtecks ABCD an der neuen Spiegelachse entsteht das 16 cm^2 große Quadrat RBSB*. Gib die Koordinaten von R und S an.

(2) Welchen Flächeninhalt hat dann die aus Rechteck und Bildfigur gebildete Gesamtfigur?



4. a) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC mit Basis $|AB| = c = 4,4 \text{ cm}$ und $\gamma = 42^\circ$.

b) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AC| = b = 5,6 \text{ cm}$, $\beta = 105^\circ$ und der Höhe $h_c = 3,2 \text{ cm}$.

c) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AC| = b = 4,2 \text{ cm}$, $\alpha = 115^\circ$ und der Seitenhalbierenden $s_b = 6,4 \text{ cm}$.

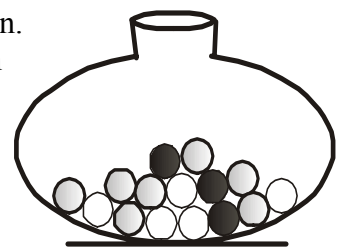
(2) Konstruiere den Schwerpunkt S des Dreiecks ABC.

5. a) Die Gemeinde Hessenau plante im Jahr 2003 ein neues Baugebiet. Es sollten 60 Grundstücke zu je 640 m^2 verkauft werden; ein Quadratmeter zu 120 €.
- (1) Wie groß ist das Baugebiet? Gib das Ergebnis in m^2 , Ar (a) und Hektar (ha) an.
 - (2) Wie viel Euro sollte eines der Grundstücke kosten?
- b) Entgegen der ersten Planung wurde im Jahr 2004 zum Verkaufsbeginn beschlossen: Die Größe der Grundstücke wird verkleinert. Dadurch entstehen 20 zusätzliche Bauplätze. Einheimische müssen nur 100 €, Auswärtige jedoch 140 € pro Quadratmeter bezahlen.
- (1) Wie viel Quadratmeter hat jetzt jedes der gleich großen Grundstücke?
 - (2) Der Ortsbeirat hofft 30 % der Grundstücke an Einheimische zu verkaufen; die restlichen Grundstücke sind für Auswärtige vorgesehen. Mit welchen Einnahmen kann der Ortsbeirat in diesem Falle rechnen?
 - (3) Nach dem Verkauf aller 80 Grundstücke hat die Gemeinde 192000 € mehr eingenommen, als **2003** geplant war. Wie viele Grundstücke wurden von Einheimischen gekauft?

6. In der Fußball-Bundesliga spielen 18 Mannschaften. Für einen Sieg erhält eine Mannschaft drei Punkte, für ein Unentschieden einen Punkt, für Niederlagen gibt es keine Punkte.
- a) Wie viele Punkte kann eine Mannschaft nach 2 Spieltagen haben? Nenne alle Möglichkeiten.
 - b) (1) Nach 14 Spieltagen hatte Bayern München neun Spiele gewonnen, drei Spiele verloren und zweimal unentschieden gespielt. Wie viele Punkte hatte die Mannschaft?
 - (2) Nach 14 Spieltagen hatte der VfB Stuttgart 26 Punkte. Wie viele Spiele könnte die Mannschaft gewonnen haben? Nenne alle Möglichkeiten.
 - c) (1) In der vergangenen Saison hatte Eintracht Frankfurt nach 17 Spielen 12 Punkte. Wie oft könnte die Mannschaft mindestens, wie oft höchstens verloren haben?
 - (2) Nach 32 Spieltagen hatte Eintracht Frankfurt 29 Punkte und 19 mal verloren. Wie viele Unentschieden hatte die Mannschaft in dieser Saison erreicht?
 - d) (1) Die Spielsaison besteht aus der Hinrunde und der Rückrunde. In einer Spielsaison spielt demnach jede Mannschaft zweimal gegen jede andere Mannschaft. Wie viele Spiele finden in der Bundesliga (18 Mannschaften) insgesamt in einer Spielsaison statt?
 - (2) In der Fußball-Bundesliga der Frauen finden in einer Saison insgesamt 132 Spiele statt. Wie viele Mannschaften spielen in dieser Liga?

7. In einem Gefäß befinden sich drei blaue, fünf weiße und sieben rote Kugeln.

- a) Aus dem Gefäß wird jeweils eine Kugel entnommen. Wie oft muss man in das Gefäß greifen, um mit absoluter Sicherheit
 - (1) eine rote Kugel,
 - (2) eine blaue Kugel,
 - (3) eine weiße Kugel,
 - (4) von jeder Farbe eine Kugel gezogen zu haben?
- b) Aus dem Gefäß werden gleichzeitig zwei Kugeln entnommen. Wie oft muss man den Ziehvorgang ausführen, damit mit Sicherheit eine weiße Kugel dabei ist?
- c) Es werden drei Kugeln gleichzeitig entnommen. Notiere alle möglichen Farbkombinationen, wenn nur einmal gezogen wird (z.B. BWR, WRR...).
- d) Die Kugeln in dem Gefäß werden von 1 bis 15 durchnummeriert; zunächst die blauen, dann die weißen und zum Schluss die roten Kugeln. Es werden nun mehrere Kugeln gleichzeitig gezogen. Die Zahlen auf den gezogenen Kugeln werden addiert.
 - (1) Es werden drei verschieden farbige Kugeln gezogen. Welches ist die größte Summe, die man dabei erreichen kann?
 - (2) Es werden vier Kugeln entnommen, dabei ist jede Farbe mindestens einmal vertreten. Ermittle die kleinste mögliche Summe.
 - (3) Bodo zieht drei gleichfarbige Kugeln und hat 20 Punkte erreicht. Welche Farbe haben die Kugeln?



MATHEMATIK-WETTBEWERB 2004/2005 DES LANDES HESSEN

AUFGABEN DER GRUPPE C

Hinweis: Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- a) Berechne x .

 - $4 + 20x = 10 + 18x$
 - $8 \cdot (2x + 3) - 5 = 51$
 - $7 + 11x + 2 - 3x = 19x - 7 - 4 - 15x$

b) In der Pension Taunusblick wohnen insgesamt 36 Gäste aus Holland und Deutschland. Die Zahl der holländischen Gäste ist dreimal so groß wie die der deutschen Gäste. Wie viele Holländer, wie viele Deutsche sind Gäste in der Pension? Stelle zunächst eine Gleichung auf!
- a) Bei einem Heimspiel des SV 07 saßen 16 % der Zuschauer im Fan-Block; das waren 2800 Zuschauer. Wie viele Zuschauer waren im Stadion?

b) Im Fan-Block hatten sich 42 Fans des Gegners eingeschmuggelt. Wie viel Prozent der Zuschauer im Fan-Block waren das?

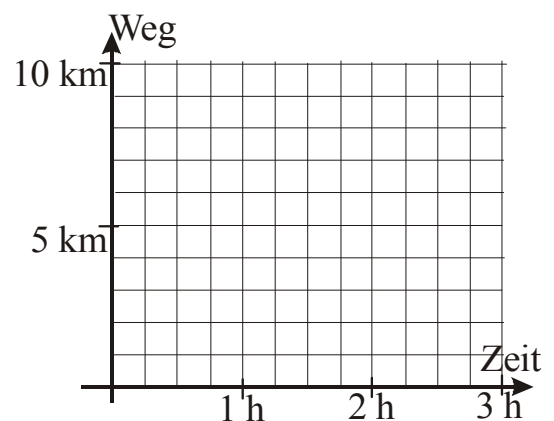
c) Beim ersten Spiel des SV 07 waren 16000 Zuschauer im Stadion. Beim zweiten Spiel erhöhte sich die Anzahl der Zuschauer um 2,5 % und beim dritten Spiel noch einmal um 3 %. Wie viele Zuschauer waren beim zweiten und beim dritten Spiel im Stadion?

- Die Klasse H8 mit 22 Schülerinnen und Schülern macht zusammen mit zwei Lehrern eine Wanderung mit anschließender Bootsfahrt.

- a) Die Gruppe startet um 9 Uhr zu der 15 km entfernten Bootsanlegestelle. Nach einer Stunde haben sie 5 km geschafft und machen 15 Minuten Pause. Die nächsten 5 km müssen sie bergauf laufen und brauchen dafür $1\frac{1}{2}$ Stunden. Danach machen sie $\frac{1}{2}$ Stunde Pause. Die restlichen 5 km schaffen sie in 45 Minuten.

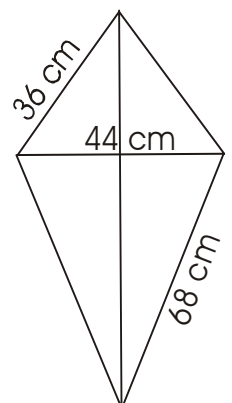
- Wann kommen sie an der Bootsanlegestelle an?
 - Wie lang hätte die Wanderung ohne Pausen gedauert?
 - Zeichne das zugehörige Diagramm in ein Gitternetz. Wähle die Achsen und die Einheiten wie in der vorgegebenen Zeichnung.

- b) Für die Bootsfahrt kauft der Lehrer vier 5er-Fahrscheine und vier Einzelfahrscheine. Er zahlt 39,20 €. Ein Einzelfahrschein kostet 1,80 €. Wie viel Euro kostet ein 5er-Fahrschein?

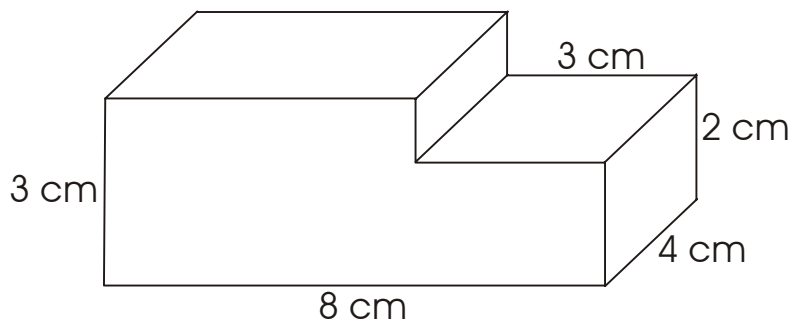


- a) Bestimme die Länge der zweiten Diagonalen im Drachenviereck mit Hilfe einer maßstabsgerechten Zeichnung.

- b) Konstruiere ein Rechteck mit $|AC| = e = 8,4$ cm und $|AB| = a = 6,2$ cm.
- c) Ein Rechteck ist 9 cm lang und 4 cm breit. Zeichne ein Quadrat mit gleichem Flächeninhalt.



5. a) (1) Bestimme den Flächeninhalt der acht Seitenflächen des abgebildeten Körpers.
 (2) Wie groß ist die gesamte Oberfläche des Körpers?
 b) Berechne das Volumen des Körpers.
 c) Wie schwer ist der Körper, wenn er aus Kupfer hergestellt wurde?
 (1 cm^3 wiegt 8,9 g.)

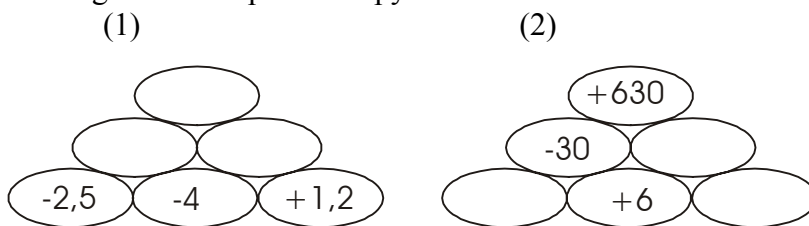


6. Ein quadratisches Blatt Papier hat eine Seitenlänge von 64 cm und wird in der Mitte gefaltet. Das entstandene Rechteck wird in der Mitte der längeren Seite wieder gefaltet, usw..
 a) Wie groß ist der Flächeninhalt des nach zweimaligem Falten entstandenen Vierecks?
 b) (1) Wie oft muss man das quadratische Ausgangsblatt falten, um ein Viereck mit einem Flächeninhalt von 256 cm^2 zu erhalten?
 (2) Gib die Seitenlängen dieses Vierecks an.
 c) Wie oft muss man ein quadratisches Blatt Papier falten, damit ein Quadrat entsteht? Gib vier Möglichkeiten an!
 d) Wie oft müsste man ein quadratisches Blatt Papier von 64 cm Seitenlänge falten, bis man ein Quadrat mit der Seitenlänge 1 cm erhält?

7. a) Berechne die fehlenden Werte!

x	y	$x + y$	$x - y$	$x \cdot y$
-7	5			

- b) Vervollständige die Multiplikationspyramiden!



- c) Vervollständige die Additionspyramide!

