

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 2005/2006 DES LANDES HESSEN

## AUFGABENGRUPPE A - PFLICHTAUFGABEN

P1. Übertrage die Tabelle in dein Heft und ergänze die fehlenden Werte.

<b>Kirschen</b> [kg]	<b>4</b>	<b>12</b>		<b>0,2</b>
<b>Preis</b> [€]	<b>14,00</b>		<b>10,50</b>	

P2. Es sind  $x = -2$  und  $y = -3$ . Berechne jeweils den Wert des Terms!

a)  $-x \cdot y^2$

b)  $(x + y) - (x - y)$

c)  $(x - y) : (x + y)$

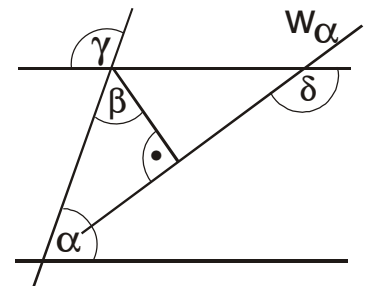
P3. Aus einem Fass werden 480 Flaschen Fruchtsaft zu je 0,25 Liter abgefüllt.

a) Wie viele 0,3-Liter-Flaschen könnten mit der gleichen Saftmenge gefüllt werden?

b) Berechne das Fassungsvermögen einer Flasche, wenn 360 Flaschen mit der gleichen Saftmenge abgefüllt werden können.

P4. In der nebenstehenden Zeichnung werden zwei parallele Geraden von der Winkelhalbierenden  $w_\alpha$  geschnitten. Es gilt  $\alpha = 70^\circ$ .

Berechne die Größe der Winkel  $\beta$ ,  $\gamma$  und  $\delta$ .



P5. Ein Baumarkt gewährt während einer Sonderaktion einen Preisnachlass von „20 % auf alles“.

a) Eine Säge kostet ohne Preisnachlass 52 €. Wie viel Euro spart man durch die Sonderaktion?

b) Während der Sonderaktion kostet eine Kühlbox 52 €. Berechne den Preis ohne Preisnachlass.

P6. Welche dieser fünf Figuren

a) sind achsensymmetrisch,

b) besitzen mehr als eine Symmetrieachse,

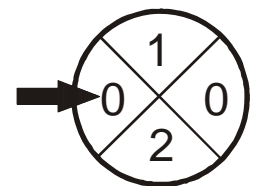
c) sind punktsymmetrisch?



P7. Nebenstehendes Glücksrad ist in vier gleich große Flächen eingeteilt. Es wird zweimal gedreht. Die erhaltenen Zahlen werden addiert.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die Summe 4?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit beträgt die Summe 2?

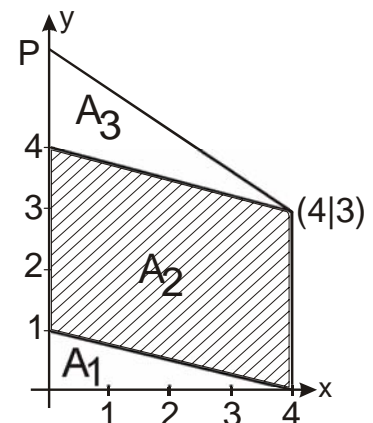


P8. In einem Koordinatensystem (LE = 1 cm) sind drei Flächen eingezeichnet.

a) Bestimme den Flächeninhalt der Fläche  $A_1$ .

b) Bestimme den Flächeninhalt der Fläche  $A_2$ .

c) Es gilt:  $A_3 = 5 \text{ cm}^2$ . Bestimme die Koordinaten des Punktes P.



## AUFGABENGRUPPE A – WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

W1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an;  $G = \mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .

- a)  $-3 \cdot (1 - 3x) = 2 - 2 \cdot (5 - 7x)$
- b)  $9 \cdot x^2 + 64 = (3x - 4) \cdot (3x - 4)$
- c)  $-7 \cdot (x - 1) + 5 < -2 \cdot (6 + x)$
- d)  $(3x + 5) \cdot (4x - 3) + 16 < (7x - 5) \cdot (2x + 3)$

W2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit  $|AB| = c = 7 \text{ cm}$ ,  $\beta = 50^\circ$ ,  $\gamma = 63^\circ$ .

- b) Konstruiere ein Dreieck ABC mit  $|BC| = a = 8 \text{ cm}$ ,  $\gamma = 53^\circ$  und der Seitenhalbierenden  $s_a = 5 \text{ cm}$ .
- c) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit der Höhe  $h_{\overline{AB}} = 4 \text{ cm}$ ,  $\angle BAC = 30^\circ$  und  $\angle DCB = 70^\circ$ .

W3. a) Zeichne ein Rechteck ABCD mit  $|AB| = 8 \text{ cm}$  und  $|AD| = 5 \text{ cm}$ . Markiere einen Punkt E auf  $\overline{DC}$  mit  $|DE| = 3 \text{ cm}$ . Berechne den Flächeninhalt des Trapezes ABCE.

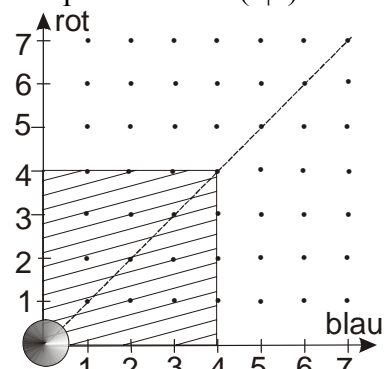
- b) Spiegele den Punkt D an AE und bezeichne den Bildpunkt mit  $D^*$ . Berechne den Flächeninhalt des Vierecks  $AD^*ED$ .
- c) Verschiebe den Punkt E auf  $\overline{DC}$  so, dass bei entsprechender Spiegelung
  - (1) der Flächeninhalt des Vierecks  $AD^*ED$   $22 \text{ cm}^2$  beträgt. Gib die Länge der Strecke  $\overline{DE}$  an.
  - (2)  $D^*$  auf AB liegt. Gib die Länge der Strecke  $\overline{DE}$  an.
- d) Es gilt nun  $|DE| = 3 \text{ cm}$ . Zeichne die Parallele zu AE durch  $D^*$ . Der Schnittpunkt dieser Parallelen mit DC ist F, der Schnittpunkt mit AB ist G. Ermittle den Flächeninhalt des Parallelogramms AGFE.

W4. Bei einem Fernsehsender können die Zuschauer per Telefonanruf zwischen zwei Wunschfilmen A und B wählen. Jeder Anruf kostet 0,49 €, davon erhält der Sender 0,25 €.

- a) Nach 6000 Anrufen wird ein Zwischenergebnis bekannt gegeben: „Es steht 70 % für Film A.“
  - (1) Wie viele Anrufer haben für Film B gestimmt?
  - (2) Wie viel Euro hat der Sender durch die Abstimmung bisher eingenommen?
- b) Fünf Minuten später haben die Befürworter von Film A nur noch einen Anteil von 60 %.
  - (1) Wie viele Anrufer haben in diesen fünf Minuten mindestens abgestimmt?
  - (2) Gib zwei Möglichkeiten an, wie viele Anrufer für Film A bzw. B gestimmt haben können.
- c) Nach 100000 Anrufen steht es 54 % : 46 % für Film A. Daraufhin gehen doppelt so viele Anrufe für B wie für A ein, wodurch es zum Gleichstand zwischen den beiden Filmen kommt. Wie viel Euro hat der Sender dann insgesamt mindestens eingenommen?

W5. Bei einem Spiel werden ein roter und ein blauer Würfel gleichzeitig geworfen. Danach wird ein Spielstein im Koordinatensystem um die Augenzahl des blauen Würfels in Richtung „blau“ und um die Augenzahl des roten Würfels in Richtung „rot“ verschoben. Das Spiel startet in  $(0|0)$ .

- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit befindet sich der Spielstein nach einem Wurf im Punkt  $(6|3)$ ?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit verlässt der Spielstein mit dem ersten Wurf die schraffierte Fläche?
- c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bewegt sich der Spielstein bei zwei Würfeln nur auf der eingezeichneten Winkelhalbierenden?
- d) Mit welcher Wahrscheinlichkeit überspringt der Spielstein mit einem Wurf vom Punkt  $(2|1)$  aus die Winkelhalbierende?
- e) Mit welcher Wahrscheinlichkeit steht der Spielstein nach zwei Würfeln im Punkt  $(6|3)$ ?



**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 2005/2006 DES LANDES HESSEN

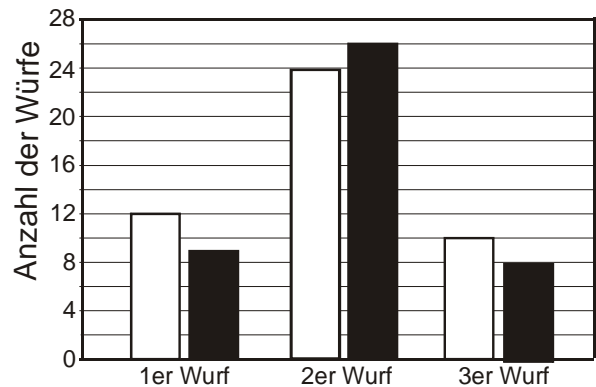
## AUFGABENGRUPPE B - PFLICHTAUFGABEN

P1. Berechne: a)  $2,4 \cdot 0,25$     b)  $-0,6 + 0,4 \cdot (-2)$     c)  $\frac{4}{5} - 0,8$

P2. Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte.

<b>Benzin [Liter]</b>	<b>50</b>	<b>5</b>	<b>40</b>	
<b>Preis [€]</b>	<b>66,00</b>			<b>39,60</b>

P3. Bei einem Basketballspiel kann man mit einem Wurf 1, 2 oder 3 Punkte erzielen. Das Diagramm zeigt die Auswertung eines Basketballspiels Weiß gegen Schwarz. Mannschaft Weiß hat mit 24 Zweier-Würfen 48 Punkte erzielt.



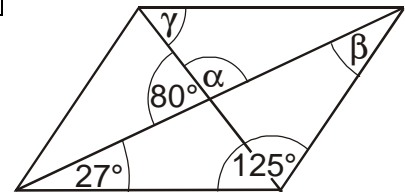
- Wie viele Punkte hat Mannschaft Schwarz mit den Dreierwürfen erzielt?
- Wie viele Punkte hat Mannschaft Weiß insgesamt erzielt?
- Wie ist das Spiel ausgegangen? Gib den Spielstand an.

P4. Im Jahr 2003 verbrauchte Familie Maurer 4700 Liter Heizöl. Nach wärmedämmenden Maßnahmen konnte der Jahresverbrauch um 940 Liter verringert werden. Um wie viel Prozent sank der Verbrauch?

P5. Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte.

x	$7 \cdot (x + 2)$	$7 - 4 \cdot x$	$x^2 + 2 \cdot x$
3			

P6. Bestimme die Größe der Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$  im nebenstehenden Parallelogramm.



P7. Welche dieser vier Figuren

- sind achsensymmetrisch, b) besitzen mehr als eine Symmetrieachse, c) sind punktsymmetrisch?



P8. Ein Würfel hat eine Kantenlänge von 5 cm.

- Wie groß ist das Volumen dieses Würfels?
- Aus wie vielen dieser Würfel kann man einen Quader mit den Kantenlängen  $a = 15$  cm,  $b = 20$  cm und  $c = 30$  cm zusammensetzen?

## AUFGABENGRUPPE B – WAHLAUFGABEN

**Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

W1. Gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an. Die Grundmenge ist  $\mathbb{Z} = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$ .

- $16x - 31 = 32 - 5x$
- $3x - (30 + 4x) = 12x - 15 - 4x + 3$
- $6x + 5 \cdot (3x - 12) = 42 - 3 \cdot (2x - 2)$
- $13x - 2 < 5x + 4 \cdot (x - 5)$

W2. Urlaub in Deutschland wird immer beliebter.

- a) 2004 kamen im Bundesland Mecklenburg-Vorpommern auf 1000 Einwohner 14000 Übernachtungen. Dieses Bundesland hat 1,72 Millionen Einwohner. Wie viele Übernachtungen wurden hier im letzten Jahr gezählt?
- b) Im Jahr 2004 gab es in einer anderen Region 36000 Übernachtungen.
  - (1) Für 2005 wird dort mit einem Anstieg um 15 % gerechnet. Wie viele Übernachtungen werden für 2005 insgesamt erwartet?
  - (2) Schon von 2003 auf 2004 stieg in dieser Region die Zahl der Übernachtungen um 25 %. Wie viele Übernachtungen wurden 2003 registriert?
  - (3) Um wie viel Prozent hat sich die Zahl der Übernachtungen von 2003 auf 2005 erhöht?

W3. Die Grundgebühr für ein Handy kostet im Monat 5 €. Die Gesprächsminute kostet in der Hauptzeit 0,39 € und in der Nebenzeit 0,19 €.

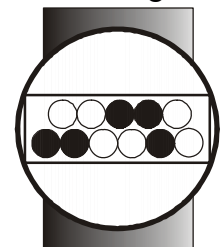
- a) Isabel hat im September nur in den preisgünstigen Zeiten telefoniert. Wie hoch ist die Rechnung für den Monat September, wenn insgesamt 107 Minuten berechnet werden?
- b) Mirco werden im September insgesamt 1 Stunde und 35 Minuten berechnet, davon aber nur 29 Minuten in der kostengünstigeren Zeit. Wie hoch ist seine Rechnung für diesen Monat?
- c) Bettina wundert sich über ihre Rechnung im August. Sie muss 52,43 € zahlen. Sie weiß genau, dass sie insgesamt nur 12 Minuten in der Hauptzeit telefoniert hat. Wie viele Minuten hat sie insgesamt in diesem Monat telefoniert?

W4. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit  $|AC| = b = 5,3 \text{ cm}$ ,  $\alpha = 75^\circ$ ;  $\gamma = 52^\circ$ .

- b) Konstruiere zwei verschiedene Dreiecke ABC mit  $|AB| = c = 6 \text{ cm}$ ,  $h_c$  (Höhe auf c) = 3,5 cm,  $|BC| = a = 4 \text{ cm}$ .
- c) Übertrage die Tabelle in dein Heft und berechne jeweils die Größe der fehlenden Winkel im gleichschenkligen Dreiecks ABC.

	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
(1) Basis $ AB  = c$	$35^\circ$		
(2) Basis $ AB  = c$			$40^\circ$
(3) Basis $ AB  = c$ und $\gamma$ ist doppelt so groß ist wie $\alpha$ .			
(4) Basis $ AB  = c$ und $\gamma$ ist halb so groß ist wie $\alpha$ .			

W5. Herr Nitsche hat zu seinem Geburtstag eine Armbanduhr mit einer ungewöhnlichen Anzeige bekommen. Die Anzeige besteht aus zwei Reihen mit Leuchtpunkten (LED). Die oberen fünf LEDs dienen zur Stundenanzeige (**16 – 8 – 4 – 2 – 1**), die unteren sechs zur Minutenanzeige (**32 – 16 – 8 – 4 – 2 – 1**). Um die Uhrzeit zu ermitteln, werden pro Reihe die den aufleuchtenden LEDs [ ● ] entsprechenden Zahlen addiert. Für die dargestellte Uhr bedeutet dies:



Obere Reihe:  $4 + 2 = 6$ , untere Reihe:  $32 + 16 + 2 = 50$ . Es ist also 6:50 Uhr.

a) Wie spät ist es in den beiden Darstellungen?

- (1) (2)

b) Stelle folgende Uhrzeiten dar:

- (1) 16:01 Uhr (2) 20:15 Uhr

c) In jeder Reihe brennt genau eine Lampe.

(1) Nenne vier mögliche Uhrzeiten.

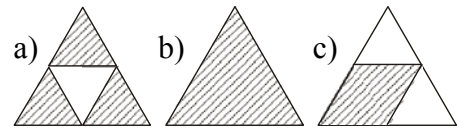
(2) Wie viele Uhrzeiten können insgesamt auf diese Art angezeigt werden?

d) Ist es möglich, dass bei einer ordnungsgemäß funktionierenden Uhr alle Lämpchen leuchten? Begründe deine Antwort.

# MATHEMATIK-WETTBEWERB 2005/2006 DES LANDES HESSEN

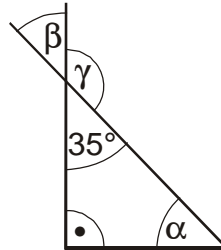
## AUFGABENGRUPPE C – PFLICHTAUFGABEN

P1. Wie viel Prozent der Gesamtfläche sind jeweils schraffiert?



P2. Bei einer Fahrprüfung haben von 45 Teilnehmern 80 % bestanden. Wie viele Personen sind das?

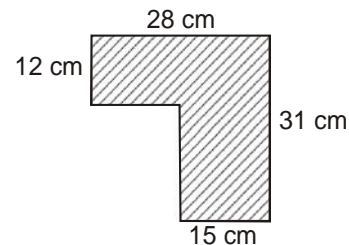
P3. Berechne die Größe der Winkel  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ .



P4. Berechne jeweils den Wert des Terms für  $x = 8$ .

a)  $5 \cdot x + 25$       b)  $12 - 4 \cdot x$       c)  $x - 1\frac{1}{2}$

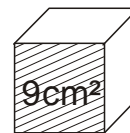
P5. Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten Figur.



P6. Für eine Klassenfahrt erhält jede Schülerin und jeder Schüler einen Zuschuss von der Stadt. Die Klasse 8a mit 25 Schülerinnen und Schülern bekommt insgesamt 375 €. Wie viel Euro erhält die Parallelklasse mit 28 Schülerinnen und Schülern?

P7. Die schraffierte Fläche des Würfels ist  $9 \text{ cm}^2$  groß. Berechne

- a) die Oberfläche des Würfels,  
b) das Volumen des Würfels.



P8.  $\frac{1}{4}$  der Schülerinnen und Schüler der Klasse 8 b fehlen, weil sie an einem Fußballturnier teilnehmen,  $\frac{1}{8}$  der Klasse fehlt aus anderen Gründen. Tim sagt: „Da fehlt ja die Hälfte der Klasse!“. Hat

Tim Recht? Begründe deine Antwort durch Rechnung.

## AUFGABENGRUPPE C – WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin / jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

W1. a) Bestimme  $x$ .

(1)  $4x - 28 = 2x + 18$

(2)  $6x + 8 - x + 3 = 2x + 23$

(3)  $5 \cdot (x - 2) + 36 = 35 + x - 25$

b) Herr Jäger ist 3 Jahre jünger als seine Frau. Zusammen sind sie 69 Jahre alt. Wie alt ist jeder? Stelle zunächst eine Gleichung auf.

W2. a) Während einer Quizshow wird auch das Publikum nach der richtigen Antwort gefragt. Das Diagramm zeigt das Abstimmungsergebnis.

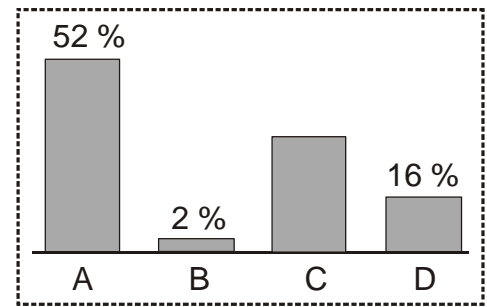
(1) Wie viel Prozent der Zuschauer entschieden sich für die Antwort C?

(2) Die Mehrheit der 200 Zuschauer stimmte für die richtige Antwort. Wie viele Personen waren das?

b) Bei einer anderen Befragung entschieden sich nur 45 von 200 Zuschauern für die richtige Antwort. Wie viel Prozent waren das?

c) Von den bisherigen Kandidaten haben 12 den Höchstbetrag gewonnen. Das waren 5 % aller Kandidaten. Wie viele Kandidaten haben bei dieser Quizshow mitgemacht?

d) Bei richtiger Beantwortung der ersten Frage erhält der Kandidat 50 €. Der Gewinn wird bei jeder weiteren richtigen Antwort verdoppelt. Wie hoch ist der Gewinn, wenn der Kandidat zehn Fragen richtig beantwortet hat?



W3. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit  $|AB| = c = 5 \text{ cm}$ ;  $|BC| = a = 4,2 \text{ cm}$  und  $\beta = 90^\circ$ .

(2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

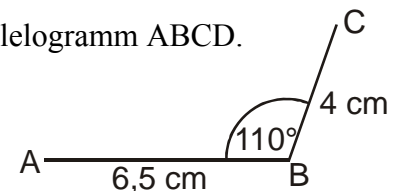
b) Ein Quadrat hat einen Umfang von 24 cm. Zeichne das Quadrat und berechne seinen Flächeninhalt.

c) (1) Zeichne nebenstehende Figur und ergänze sie zu einem Parallelogramm ABCD.

(2) Welche Eigenschaft des Parallelogramms benutzt du dabei?

(3) Berechne die Größe des Winkels  $\alpha$ .

(4) Wenn man den Punkt B an der Strecke  $\overline{AC}$  spiegelt, erhält man den Punkt B'. Was ist ABCB' für ein Viereck?



W4. Das Diagramm beschreibt den Schulweg von Julia und ihrer Schwester Sabine. Julia geht zu Fuß, Sabine fährt mit dem Fahrrad. Sie wählen den gleichen Weg, so dass sie sich treffen und dann zusammen bis zur Schule gehen.

a) Um wie viel Uhr

(1) startet Sabine,

(2) startet Julia,

(3) treffen sich beide,

(4) kommen beide in der Schule an?

b) Wie viele Minuten

(1) ist Sabine bis zum Treffen

unterwegs gewesen,

(2) machen beide Pause,

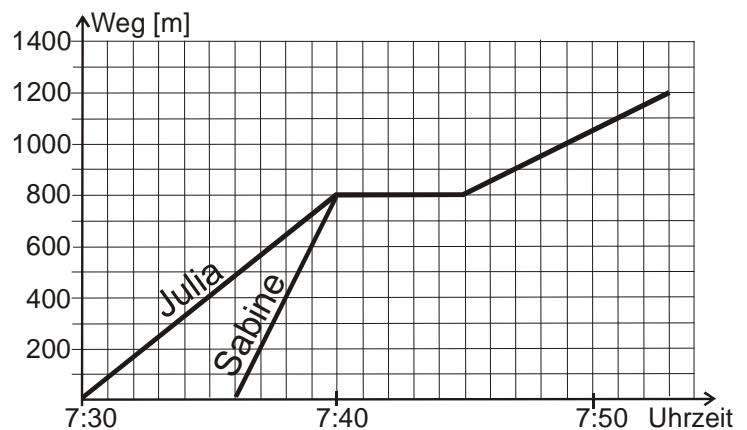
(3) brauchen beide nach der Pause

bis zur Ankunft in der Schule,

(4) benötigt Sabine insgesamt für ihren Schulweg?

c) Wie viele Minuten hätte Julia für den Schulweg gebraucht, wenn sie Sabine nicht getroffen hätte und gleichmäßig weitergegangen wäre?

d) Um wie viel Uhr wäre Sabine in der Schule angekommen, wenn sie erst um 7:45 Uhr losgefahren wäre und gleichmäßig weitergefahren wäre?



W5. a) Setze für die Buchstaben jeweils eine der Zahlen 2, 3 oder 5 ein. Verwende jede Zahl einmal pro Aufgabe.

(1)  $4 \cdot a + 2 \cdot b + 14 \cdot c = 50$

(2)  $17 \cdot d - 9 \cdot e - 4 \cdot f = 50$

(3)  $11 \cdot k + 6,5 \cdot m - 1,5 \cdot n = 50$

b) Setze im folgenden Term für die Buchstaben je eine natürliche Zahl von 1 bis 5 ein, so dass das Ergebnis 5 beträgt. Jede Zahl darf nur einmal verwendet werden.

$3 \cdot x + 8 \cdot y - 5 \cdot z = 5$