AUFGABENGRUPPE A **01.03.2007**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   a) $(x+3)^2 = 225$

   b) $(3x+12) \cdot (3x^2 - 27) = 0$

   c) $(x+3)^2 \cdot (x-3) = (x^2-9) \cdot (x+3)$

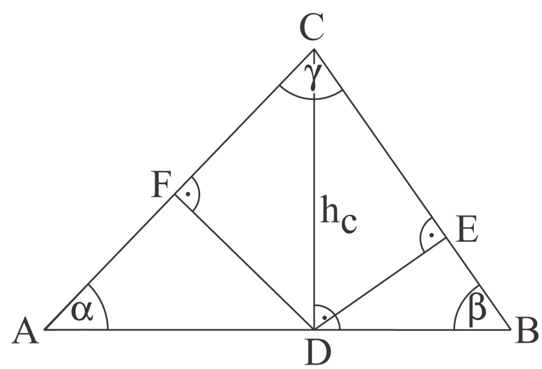
   d) $(x^2+6x+9) \cdot (x^2-6x+9) = (x^2-9) \cdot (x-3)^2$

2. a) Konstruiere ein Parallelogramm $ABCD$ mit $|AB| = 4,5$ cm, $|AC| = 6$ cm und $|BD| = 8$ cm.

   b) Konstruiere ein symmetrisches Drachenviereck $ABCD$ (Symmetrieachse AC) mit $|AB| = 3$ cm, $\alpha = 70°$ und $\beta = 130°$.

   c) Konstruiere ein Trapez $ABCD$ mit $AB||CD$, einem Umkreis mit Radius $r = 4$ cm, $|AB| = 3,5$ cm und $|AC| = 6$ cm.

3. In der nebenstehenden Figur ist D der Fußpunkt der Höhe h_c. Die Punke E bzw. F sind die Fußpunkte der Lote von D auf die Seiten BC bzw. AC.



   a) In dem Dreieck ABC gilt: $\alpha = 45°$ und $\beta = 65°$. Bestimme $\sphericalangle EDC$ und $\sphericalangle CDF$.

   b) In einer entsprechenden Figur gilt: $\alpha = \beta = 45°$. Begründe: Das Viereck $DECF$ ist ein Quadrat.

   c) In einer entsprechenden Figur sind $\overline{DE}$ und $\overline{FC}$ parallel. Was folgt daraus für α und β?

4. Die Schillerschule veranstaltete einen Sponsorenlauf. Dabei spendete die Firma Rohrfix 2,40 € pro gelaufenen Kilometer. Julia lief durchschnittlich 6 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, Peter schaffte 8 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, Alina 10 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

   a) Beim ersten Durchgang war jeder der drei jeweils eine halbe Stunde unterwegs. Wie viel Euro erliefen sie zusammen?

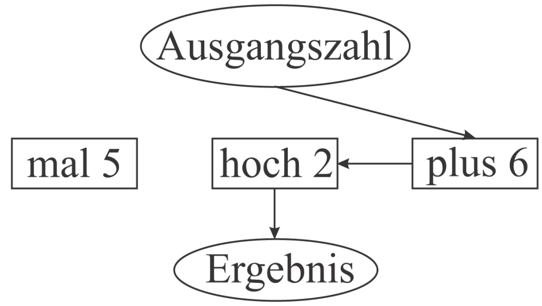
   b) Beim zweiten Durchgang erlief Julia 12 €. Wie viele Minuten war sie unterwegs?

   c) Beim dritten Durchgang sind Peter und Alina gleichzeitig gestartet. Alina hörte auf zu laufen, als sie 30 € erzielt hatte. Wie viel Euro hatte Peter zu diesem Zeitpunkt erlaufen?

   d) Beim vierten Durchgang ist Julia 30 Minuten vor Peter gestartet. Nach wie vielen Kilometern wurde sie von Peter eingeholt?

   e) Eine Schülergruppe aus dem Jahrgang 5 lief durchschnittlich 7 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$, eine andere der Jahrgangsstufe 6 schaffte 9 $\frac{\text{km}}{\text{h}}$. Beide Gruppen waren gleich viele Minuten unterwegs. Die schnelle Gruppe erzielte dabei doppelt so viel Sponsorengeld wie die langsame. Wie viele Kinder können in der langsamen Gruppe und wie viele in der schnellen Gruppe gewesen sein? Gib drei Möglichkeiten an.

5. Eine natürliche Zahl $(0, 1, 2, \ldots)$ durchläuft eines oder mehrere der nebenstehenden Kästchen (aber jedes Kästchen höchstens einmal): Wählt man im eingezeichneten Beispiel als Ausgangszahl 9, dann erhält man als Ergebnis die Zahl $(9 + 6)^2 = 225$.



   a) Es wird nur ein Kästchen durchlaufen und als Ausgangszahl jede natürliche Zahl außer 5 eingesetzt. Für welche dieser Zahlen liefert

      (1) das „mal 5"-Kästchen (2) das „plus 6"-Kästchen (3) das „hoch 2"-Kästchen

      das größte Ergebnis?

   b) Mit x als Ausgangszahl werden (wie im Beispiel) zwei Kästchen durchlaufen. Gib alle möglichen Terme an, die als Ergebnis vorkommen können.

   c) Es werden alle drei Kästchen durchlaufen.

      (1) Das Ergebnis ist 231. In welcher Reihenfolge wurden die Kästchen durchlaufen und wie lautet die Ausgangszahl?

      (2) In welcher Reihenfolge müssen die 3 Kästchen durchlaufen werden, um für Ausgangszahlen $x > 1000$ möglichst große bzw. möglichst kleine Ergebnisse zu erhalten? Gib für beide Fälle den entsprechenden Term an.

6. Als Quersumme einer natürlichen Zahl n wird die Summe aller Ziffern der Zahl n bezeichnet. Die Quersumme der Quersumme nennt man 2. Quersumme. (Ist die Quersumme von n eine einstellige Zahl, so sind Quersumme und 2. Quersumme gleich.)

   a) Bestimme die 2. Quersumme von 55 634.

   b) (1) Bestimme die kleinste vierstellige Zahl, deren 2. Quersumme 10 ist.

      (2) Gib alle Zahlen zwischen 1000 und 1300 an, welche die 2. Quersumme 10 haben.

   c) (1) Es gibt keine vierstellige Zahl, deren 2. Quersumme 12 ist. Begründe!

      (2) Bestimme die größte fünfstellige Zahl, welche die Zahl 12 als 2. Quersumme hat.

   d) Es gibt Zahlen, bei denen man bei der 2. Quersumme die Zahl 9 erhält.

      (1) Gib für sechsstellige Zahlen drei Beispiele an.

      (2) Was haben solche Zahlen allgemein gemeinsam?

7. a) Peter lernt in seiner ersten Gitarrenstunde die Akkorde D, A und E zu greifen. Zuhause übt er Akkordwechsel mit diesen drei Akkorden. In wie vielen verschiedenen Reihenfolgen kann er die drei Akkorde hintereinander spielen, wenn jeder Akkord genau einmal vorkommen soll?

   b) Thomas ist Gitarrist in einer Band und will einen Refrain aus acht Takten komponieren. Pro Takt soll genau einer der Akkorde D, A, E, Em, G, Hm, C und F erklingen. Wie viele Akkordfolgen sind möglich, wenn

      (1) jeder Akkord beliebig oft wiederholt werden darf, d. h. sogar derselbe Akkord die ganzen acht Takte lang beibehalten werden darf,

      (2) alle acht Akkorde im Refrain vorkommen sollen,

      (3) nie zweimal direkt hintereinander derselbe Akkord stehen soll.?

   c) Weil der Bassist Moritz sich die linke Hand gebrochen hat, kommen für einen Auftritt nur Stücke mit den Akkorden D, A, E, Em und G in Frage. Wie viele Möglichkeiten gibt es, eine viertaktige Akkordfolge (pro Takt ein Akkord) aus den fünf Akkorden zu komponieren, wenn

      (1) kein Akkord doppelt vorkommen soll,

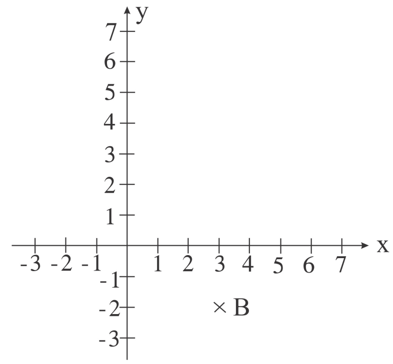
      (2) im ersten und dritten Takt derselbe Akkord stehen soll, dieser Akkord aber weder im zweiten noch im vierten Takt stehen darf?

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE B **01.03.2007**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.
   a) $-12 \cdot (3x - 2) = 18x - 33 + 3x$
   b) $x^2 - 2x < (x - 2)^2$
   c) $(5x - 3) \cdot (3x - 5) = 20x^2 - (34x + 6x^2 - 40)$
   d) (1) $\frac{1}{x} = x$ (2) $x^3 < 1$ (3) $x^3 \leq x$



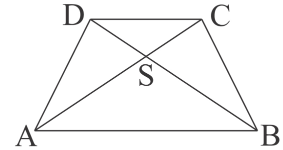
2. a) Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit 1 cm) das Dreieck ABC mit $A(-2|-2)$, $B(3|-2)$ und $C(2|2)$ und spiegele es an der Geraden AC. Nenne die Bildpunkte A', B' und C'.
   b) Bestimme den Flächeninhalt des Drachenvierecks $ABCB'$.
   c) Spiegele das Drachenviereck $ABCB'$ an der Geraden BB' und benenne die Bildpunkte von A und C mit A^* und C^*.
   d) Wie groß sind die Flächeninhalte des Quadrates ABA^*B' bzw. des Vierecks C^*BCB'?
   e) In einer entsprechenden Figur (nach Durchführung beider Spiegelungen und unverändertem Punkt C) beträgt der Flächeninhalt des Quadrates ABA^*B' 49 cm^2.
      (1) Bestimme die Koordinaten von B, wenn Punkt A die Koordinaten $A(-2|-2)$ hat.
      (2) Bestimme die fehlenden Koordinaten für A, falls B auf $(3,5|-3,5)$ liegt.

3. a) Temperaturen kann man in verschiedenen Einheiten angeben. Bestimme die fehlenden Temperaturen (1), (2) und (3).

Thermometerskalen	Celsius	Kelvin	Réaumur	Fahrenheit
Siedepunkt Wasser	100°C	373 K	80°R	212°F
	60°C		(2)	
	50°C	323 K	40°R	122°F
	(1)	300 K	(3)	
Gefrierpunkt Wasser	0°C	273 K	0°R	32°F

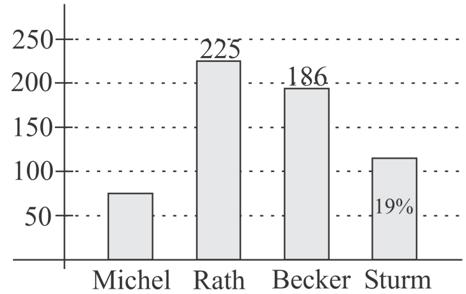
   b) Kai, Rita und Felix haben jeweils eine Formel für die Umrechnung von °C in °R aufgestellt. (x ist die Temperatur in °C, y in °R.) Kai: y = 1,25 · x Rita: y = 0,8 · x Felix: y = x − 20
   Welche Formel ist richtig ? Begründe deine Antwort.
   c) Notiere eine Formel für die Umrechnung von °C in K. (x ist die Temperatur in °C, y in K.)
   d) Die Formel für die Umrechnung von °C in °F ist y = $\frac{9}{5}$ · x + 32 (x in °C, y in °F).
      (1) Rechne 55°C in °F um.
      (2) Wie viel °C entsprechen 113°F?

4. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|BC| = a = 6,5$ cm, $|AC| = b = 6$ cm, $\alpha = 50°$
      (2) Konstruiere den Inkreis des Dreiecks ABC.



   b) Konstruiere das symmetrische Trapez $ABCD$ $(AB||CD)$ mit $|AB| = 10$ cm; $|AS| = |BS| = 6$ cm; außerdem gilt $|AS| = \frac{2}{3} \cdot |AC|$.
   c) Die Eckpunkte eines Drachenvierecks liegen auf einem Kreis ($r = 4$ cm).
      (1) Konstruiere das Drachenviereck $ABCD$ mit $|AB| = |AD| = 6,5$ cm.
      (2) Wie groß sind $\beta = \sphericalangle CBA$ und $\delta = \sphericalangle ADC$?
      (3) In einer entsprechenden Figur wird der Radius verzehnfacht. Wie groß sind nun β und δ?

5. Die Grafik zeigt die Verteilung der insgesamt 600 *gültigen* Stimmen bei der Bürgermeisterwahl in Oberbärbach.



a) Wie viele Stimmen bekam Frau Sturm?

b) Wie viel Prozent der gültigen Stimmen erreichte

(1) Herr Rath,

(2) Herr Michel?

c) 4 % der abgegebenen Stimmen waren ungültig. Wie viele Stimmen wurden abgegeben?

d) Da keiner der Bewerber mehr als 50 % der gültigen Stimmen erreichte, gab es eine Stichwahl zwischen Herrn Rath und Frau Becker. Auch hier gab es wieder 600 gültige Stimmen. Frau Becker siegte, indem sie 18 Stimmen mehr als Herr Rath erhielt. Wie viel Prozent der gültigen Stimmen erreichte sie bei der Stichwahl?

6. a) In einem Parkhaus gelten folgende Tarife: Für die ersten 20 Minuten zahlt man 0,80 €, je weitere angefangene 20 Minuten nur 0,70 €.

(1) Frau Kaiser parkt von 9.45 Uhr bis 11.15 Uhr. Wie viel muss sie zahlen?

(2) Herr König zahlt 4,30 €, die Parkzeit begann um 14.00 Uhr. Wann endete die Parkzeit frühestens, wann spätestens?

b) In Allendorf gibt es neuerdings „Handy-Parken“. Dabei meldet man den Beginn und das Ende der Parkzeit über das Handy. Die Abrechnung erfolgt minutengenau über die Handyrechnung. In der City kostet das Parken 2,5 Cent pro Minute, in der Vorstadt 1,7 Cent pro Minute.

(1) Herr Bauer parkt 48 Minuten in der City. Berechne seine Parkkosten.

(2) Frau Ritter muss 1,53 € zahlen. Wie lange hat sie in der Vorstadt geparkt?

(3) Herr Edelmann hat 50 Minuten in der City zu tun. Er parkt in der Vorstadt und hat einen Fußweg von 10 Minuten zur City. Berechne die Parkkosten.

c) In der Nachbarstadt möchte man das „Handy-Parken“ in der Vorstadt preislich attraktiver gestalten. Es soll pro Stunde 1,20 € preiswerter sein als in der City, aber mindestens 0,60 € kosten. Der Preis in der City soll 2,10 € nicht überschreiten. Gib drei mögliche Parktarife (in Cent pro Minute) für Vorstadt und City an.

7. Eine Internethändlerin bietet Hosen an:

Schnitte: Röhrenhose, Schlaghose, Cargohose
Farben: schwarz, blau, rot, grün
Hosenweiten (W): 27,28,29, ..., 38 außer 35
Hosenlängen (L): 32,34,36,38
(Maße in Inch, 1 Inch = 2,54 cm)

a) Die Kombinationsmöglichkeiten sind sehr vielfältig. Gib eine Bestellung für eine Hose auf! Achte auf Schnitt, Farbe, Hosenweite und Hosenlänge.

b) (1) Wie viele Hosenweiten (W) gibt es?

(2) Wie viele verschiedene Röhrenhosen in schwarz mit W28 muss die Händlerin auf Lager haben, damit alle Längen vorrätig sind?

(3) Wie viele verschiedene blaue Schlaghosen sind möglich?

(4) Wie viele Hosen braucht man mindestens, um alle Schnitte, Farben und Größen abzudecken?

c) Zur Bestimmung der Hosenweite muss man den Taillenumfang, zur Bestimmung der Hosenlänge die innere Beinlänge messen. Petra möchte sich eine grüne Röhrenhose kaufen. Sie misst dazu den Taillenumfang (76 cm) und die innere Beinlänge (86 cm).
Welche Größen muss sie für W und L wählen?

d) Bei Eric beträgt die innere Beinlänge 48 % der Körpergröße. Er trägt L36. Bestimme Erics Körpergröße. Runde auf volle Zentimeter.

AUFGABENGRUPPE C **01.03.2007**

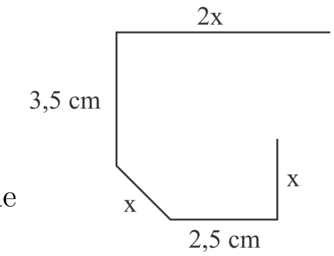
Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Berechne x.

   (1) $12x - 3 - 4x = 37 + 6x - 32$

   (2) $5 \cdot (2x + 1) = 10 + 3 \cdot (3x - 4)$

   b) Ein 30 cm langer Draht wird gebogen (siehe Zeichnung). Stelle eine Gleichung auf und berechne x.



   c) Klaus kauft im Sonderangebot einen Fußball und einen Basketball für insgesamt 44,50 €. Der Basketball ist 6,50 € billiger als der Fußball. Wie viel kostet jeder Ball? Stelle zunächst eine Gleichung auf.

2. Der menschliche Körper besteht zu 8 % aus Blut. Ein Liter Blut wiegt ungefähr ein Kilogramm.

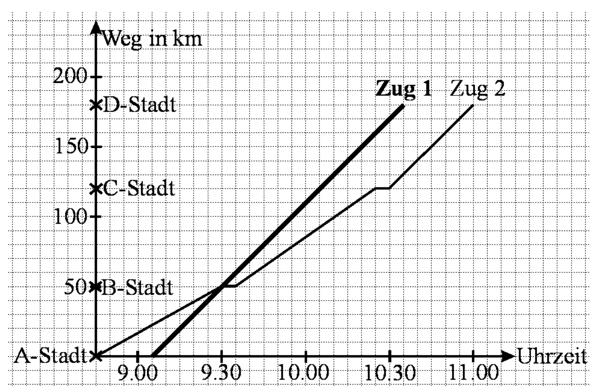
   a) Wie viel Liter Blut hat ein Mensch mit einem Körpergewicht von 75 kg?

   b) Ein Mensch ist in Lebensgefahr, wenn er etwa 30 % seines Blutes verliert.
   Berechne, wie viel Liter Blut ein Mensch mit einem Gewicht von 60 kg verlieren kann, bis er in Lebensgefahr gerät.

   c) Sabine wiegt 50 kg, ihr Blutanteil wiegt also 4 kg. Sie spendet einen halben Liter Blut. Wie viel Prozent ihres Blutes ist das?

   d) Das Herz eines Menschen schlägt etwa 70 Mal in der Minute. Bei jedem Herzschlag werden 0,07 Liter Blut gepumpt. Wie viel Liter Blut pumpt das Herz an einem Tag?

3. a) Die Züge 1 und 2 fahren von A-Stadt über B- und C-Stadt nach D-Stadt (siehe nebenstehendes Diagramm).



   (1) Übertrage die Tabelle und ergänze die fehlenden Werte.

	Abfahrt	Ankunft	Reisedauer
Zug 1	9.05 Uhr		
Zug 2		11.00 Uhr	

   (2) Gib die Geschwindigkeit von Zug 1 in Kilometer pro Stunde (km/h) an.

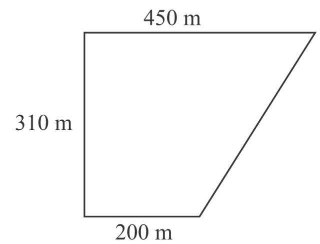
   b) Familie Rose und Familie Tulpe wollen sich in C-Stadt treffen.

   (1) Familie Rose fährt mit dem Auto um 9 Uhr in A-Stadt los. Um 9.45 Uhr hält sie in B-Stadt und macht eine Pause. Eine Viertelstunde später setzt sie ihre Fahrt fort und erreicht C-Stadt wegen zähflüssigen Verkehrs erst um 11.30 Uhr.
   Stelle den Verlauf der Autofahrt in einem Schaubild dar (Orientiere dich bei der Einteilung der Achsen an Teilaufgabe a).

   (2) Familie Tulpe fährt ebenfalls um 9 Uhr in A-Stadt los und kann durchschnittlich 90 km/h fahren. Wie lange braucht Familie Tulpe bis C-Stadt?

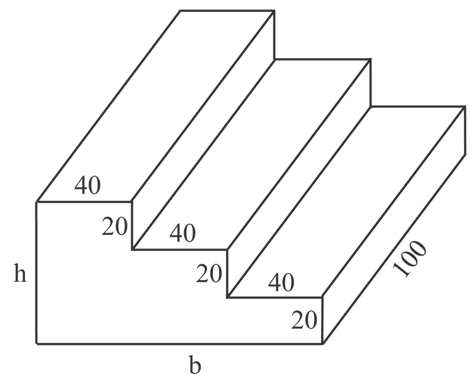
   (3) Wie lange muss Familie Tulpe auf Familie Rose warten?

4. Im Geschäft „Billig Max“ gibt es Regale mit Artikeln für 1 €, 1,50 € und 2 €.
   a) Irene kauft aus jedem Regal 7 Artikel. Wie viel Euro muss sie bezahlen?
   b) Inge hat 14,50 € zur Verfügung. Sie hat bereits fünf Artikel für je 1 € und einen Artikel für 1,50 € ausgewählt. Wie viele Artikel für 2 € kann sie noch nehmen?
   c) Conny bezahlt 17,50 €. Sie hat acht Artikel aus dem 1 €-Regal genommen. Wie viele Artikel hat sie jeweils aus den beiden anderen Regalen gekauft? Gib alle Möglichkeiten an.
   d) Ulf und Annette kaufen aus jedem Regal mindestens einen Artikel.
      (1) Ulf bezahlt 12 €. Gib zwei verschiedene Möglichkeiten an, wie viele Artikel er jeweils aus den einzelnen Regalen genommen hat.
      (2) Annette kauft zehn Artikel für insgesamt 14 €. Wie viele Artikel hat sie jeweils aus den verschiedenen Regalen genommen? Gib eine Möglichkeit an.



5. Familie Hagen kauft eine Wiese für ihre Pferde.
   a) Berechne den Flächeninhalt der Wiese.
   b) Wie viel muss Familie Hagen für die gesamte Wiese bezahlen, wenn ein Quadratmeter 2,50 Euro kostet?
   c) Die Wiese soll eingezäunt werden. Bestimme durch eine maßstabsgerechte Zeichnung die Länge der fehlenden Seite und berechne die Länge des Zaunes, wenn das Tor 3,75 m breit sein soll.

6. Für eine Theateraufführung wird wie in der Zeichnung ein Podest aus Holz gebaut (Maßangaben in cm).



   a) Gib die Höhe h und die Breite b des Podestes an.
   b) Berechne das Volumen.
   c) Jemand überlegt, das Podest aus massivem Holz zu bauen. 1 cm^3 Holz wiegt 0,7 g. Gib das Gewicht eines solchen Podestes in Kilogramm an.
   d) Alle Kanten des Podestes sollen mit Goldband beklebt werden. Wie viel Meter Band benötigt man mindestens?

7. a) Auf einem kleinen Feld stehen 30 Olivenbäume. Sie brachten eine Ernte von 450 kg. Wie viele Bäume müssen noch angepflanzt werden, um eine Ernte von 750 kg zu erreichen?
   b) Nach einer Pressung konnten 45 Kanister zu je 5 Liter Olivenöl abgefüllt werden. Wie viele 3-Liter-Kanister könnten mit der gleichen Menge Öl befüllt werden?
   c) Ein 3-Liter-Kanister Olivenöl kostet 12,60 €. Beim Kauf eines 5-Liter-Kanisters spart man pro Liter 5 % gegenüber dem Literpreis des 3-Liter-Kanisters. Wie viel kostet ein 5-Liter-Kanister?
   d) In 6 Stunden können 8 Arbeiter 1200 kg Oliven ernten. Wie viele Kilogramm erntet ein Arbeiter durchschnittlich in einer Stunde?
   e) Zum Abernten eines Feldes brauchen 12 Arbeiter 18 Stunden. Wie viel Zeit brauchen 8 Arbeiter dafür?