LÖSUNGEN — **AUFGABENGRUPPE A**

---

1. a) $x = a + 1$
   $ax + 3x = ax + x + 2a + 2$
   $2x = 2a + 2$

   b) $x = -7$ für $a \neq -1$ und $\mathbb{L} = \mathbb{Q}$ für $a = -1$
   $x(1 + a) = -7(1 + a)$

   c) $x = \dfrac{a}{a-1}$ für $a \neq 1$ und $\mathbb{L} = \varnothing$ für $a = 1$
   $x \cdot a - x = a$
   $x = \dfrac{a}{a-1}$

   d) $x = \pm\dfrac{a}{a+1}$ für $a \neq -1$ und $\mathbb{L} = \varnothing$ für $a = -1$
   $2ax^2 + x^2 = a^2(1 - x^2)$
   $(a^2 + 2a + 1)x^2 = a^2$
   $x^2 = \dfrac{a^2}{a^2 + 2a + 1}$

---

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Trapezes:
   $|AB|$ und Kreis um A mit $r = |AC|$
   m_{AB} (Mittelsenkrechte auf AB)
   Parallelen zu m_{AB} im Abstand 2 cm

   b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks:
   Strecke $\overline{AB}$ mit Thaleskreis
   Einzeichnen der Höhen

   c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks:
   Winkel β und Seite $\overline{BC}$ (als ein Schenkel)
   C' auf dem anderen Schenkel
   durch $b + c = |BC'|$
   Halbierung von CC'

---

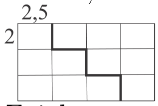
3. a) $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CBE$ (Umfangswinkel über der Sehne CD)
   $\sphericalangle DEA = \sphericalangle BEC$ (Scheitelwinkel)
   $\sphericalangle ADE = \sphericalangle ECB$ (Winkelsumme im Dreieck)

   b) $\varphi = 60° + 7{,}5° = 67{,}5°$
   $\varphi + \sphericalangle EBA = 180° - \varepsilon = 120°$
   Wegen $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CBE$ gilt: $\alpha - \beta = \varphi - \sphericalangle EBA = 15°$

   c) $\beta = 50° + 20° = 70°$
   Wegen Parallelität (Wechselwinkel): $\sphericalangle CAD = \sphericalangle ACM$
   $\sphericalangle ACM = \sphericalangle CBM$ (s. a) sowie gleichschenklige Dreiecke)
   $\sphericalangle EAD = \sphericalangle CBE = \sphericalangle CBM$ (s. a) sowie Thales)
   $\sphericalangle CBM = \sphericalangle MCB$ (gleichschenklige Dreiecke)
   $\triangle EBC$: $3 \cdot \sphericalangle CBM + 120° = 180° \Rightarrow \sphericalangle CBM = 20°$
   $\sphericalangle BAM = 90° - 40° = 50° = \sphericalangle MBA$

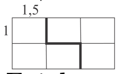
---

4. a) (1) $a' = 7{,}5$ cm, $b' = 8$ cm

   (2) 

   Zeichnung des Rechtecks mit Teilung von a in 2 cm-Abschnitte
   Teilung von b in 2,5 cm-Abschnitte

   (3) $k + 1 = m$

   b) (1) 

   Zeichnung des Rechtecks mit Teilung von a in 1 cm-Abschnitte
   Teilung von b in 1,5 cm-Abschnitte

(2) Nachweis:
$a' = a + \dfrac{a}{n}$
$b' = b - \dfrac{b}{n+1}$
$a' = b'$ beim Quadrat
$a : b = \dfrac{n}{n+1} : \dfrac{n+1}{n}$

c) z. B. $a = 4$ cm mit 2 cm-Abschnitten, $b = 9$ cm mit 3 cm-Abschnitten

---

5. a) Summe der beiden Ziffern kleiner oder gleich 9

b) zweistellige Zahl zweimal hintereinander aufschreiben: $47 \cdot 101 = 4747$
– funktioniert für alle zweistelligen Zahlen, sogar mit vorlaufender Null:
$01 \cdot 101 = 0101$; $99 \cdot 101 = 9999$,
dazwischen alle anderen Zahlen, keine Zehnerüberträge

c) Die Zahl muss aus zwei gleichen Gruppen
von je 3 Ziffern bestehen, z.B. $725725 : 1001 = 725$.

d) $77 = 11 \cdot 7$, $143 = 11 \cdot 13$, also muss eine Zahl,
die sowohl durch 77 als auch durch 143 teilbar ist,
durch $7 \cdot 11 \cdot 13 = 1001$ teilbar sein.
Nach c) alle Zahlen mit gleichen Gruppen von 100100 bis 999999,
d.h. 900 sechsstellige Zahlen.

e) $\square\square\square\square\square\square\square\square = \square \cdot 11111111 = \square \cdot 10001 \cdot 1111 = \square \cdot 73 \cdot 137 \cdot 11 \cdot 101.$
Die gemeinsamen Primfaktoren sind 11, 73, 101 und 137.

---

6. a) z. B. 9:30 Startzeit, $v = 20$ km/h (oder 10:12 Uhr, $v = 25$ km/h)

b) 18 km, denn:
$36 \cdot t_{\text{Schiff}} = (t_{\text{Schiff}} + \frac{1}{4}) \cdot 24$
$t_{\text{Schiff}} = \frac{1}{2}$
$\frac{1}{2} \cdot 36$

c) (1) 14,85 km, denn:
33 min = 0,55 h; 27 min = 0,45 h
$(30 - v_{\text{Fluss}}) \cdot 0,55 = (30 + v_{\text{Fluss}}) \cdot 0,45$
$16,5 - 0,55x = 13,5 + 0,45x$
$v_{\text{Fluss}} = 3$
$s = (30 + v_{\text{Fluss}}) \cdot 0,45$

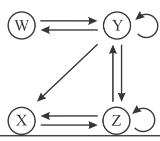
(2) z. B. $v_{\text{Fluss}} = 0$:
Er muss 29,7 km zurücklegen. Dies schafft er in weniger
als einer Stunde, wenn er 30 km/h fährt.

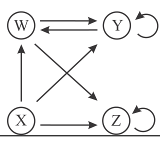
---

7. a) (1) $\text{p} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{12}$

(2) $\text{p} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot 1 + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot 1 + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2}$, Zugfolgen ACDB, ABDB, ACAB

(3) $\text{p} = \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} + \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot \dfrac{1}{3} = \dfrac{5}{9}$,
Zugfolgen ABD, ACD, ABCD, ACCD

b) ein richtiges Diagramm, z. B.


oder


---

1. a) (1) $x = 5$ oder $\mathbb{L} = \{5\}$
$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 7x - 2x - 14$
$2x + 1 = 5x - 14$
$3x = 15$
(2) $\mathbb{L} = \{\dots; -4; -3; -2\}$
$9 + 6x + x^2 < x^2$
$6x < -9$
$x < -1,5$
b) (1) $x = 3c + 2a$
(2) $x = 5$
(3) z. B. $a = 3$; $c = -2$
(4) $a = c = 0$

---

2. a) Koordinatensystem mit Parallelogramm
$C(4,5|2,5)$
b) Gerade g und Spiegelung
$A'(3|4)$, $C'(-1|-3)$
c) $A = 30,25 \text{ cm}^2$
d) $Z(1|0,5)$
e) $A = 16 \text{ cm}^2$
f) $C^*(5,5|1,5)$, $D^*(0|1,5)$

---

3. a) (1) 14 Tk (Tageskarten); 1 Kgk (Kleingruppen-Tageskarte) + 9 Tk;
2Kgk + 4 Tk; 3Kgk (je 0,5)
(2) Preisunterschied: 39,20 € entsprechen rund 46 %.
höchster Preis 14 Tk: 85,40 €,
niedrigster Preis 3 Kgk: 46,20 € denn
Preisunterschied 39,20 €
(Ansatz zum Beispiel: 39,20 € von 85,40 €)
b) 4 oder 8 Mitglieder mit Begründung ($4 \cdot 3{,}85 = 15{,}4$;
die Anzahl der Mitglieder muss kleiner als 10 sein)
c) Preis zwischen 30,80 € und 43 € mit entsprechender Begründung

---

4. a) (1) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks:
Seite b mit γ
Kreis um A mit $r = c$
(2) Konstruktion von P
b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks:
$2s + b = 17,5$ oder entsprechender Ansatz
Bestimmung der Seitenlängen: $b = 3,5$ cm $s = 7$ cm
eine Seite und Kreisbögen um deren Endpunkte (SSS)
c) (1) $\beta = 35°$, denn:
$\gamma = 60°$ oder Winkelsumme Viereck ist 360°
(2) $\delta = 100°$
$\alpha = \beta = \gamma : 2$ (oder $(360° - \delta) + \alpha + \beta + \gamma = 360°$)

---

5. a) (1) 81 Stimmen
$(29 \cdot 1 + 14 \cdot 2 + 8 \cdot 3)$
(2) 30 %

			(81 von 270)
	b)	(1)	40 Stimmen
		(2)	111 Stimmen
			$(31 \cdot 3 + 9 \cdot 2)$
		(3)	25 %
			160 Vereine insgesamt
	c)		0 B + 6 C; 3 B + 4 C; 6 B + 2 C; 9 B + 0 C
	d)		35519 Mitglieder
			$(81 \cdot 99 + 48 \cdot 250 + 31 \cdot 500)$
6.	a)	(1)	(s/w), (s/g), (g/s), (g/w), (w/s), (w/g)
		(2)	P(weiße Platte) $= \frac{1}{6}$, P(graue Platte) $= \frac{1}{3}$, P(schwarze Platte) $= \frac{1}{2}$
	b)	(1)	$P(w/w) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$
			unwahrscheinlichster Gewinn ist (w/w)
		(2)	Man verliert eher bei dem Spiel.
			$P(g/g) + P(s/s) + P(w/w) = \frac{1}{3} \cdot (\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{6}) = \frac{1}{3}$
	c)		3-mal weiß, 2-mal grau, 1-mal schwarz
			$P(w/w) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$, $P(s/s) = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$
			Vermutung: 3-mal weiß, 1-mal schwarz
	d)		9 Felder: 4-mal weiß, 4-mal schwarz, 1-mal grau
7.	a)		28 Würfel
	b)		80 Würfel
			richtiger Ansatz: z. B. $28 \cdot 2 + 4 \cdot 6$
	c)	(1)	132 Würfel
			richtiger Ansatz z. B. $2 \cdot 80 - 28$
		(2)	236 Würfel
			richtiger Ansatz z. B. $80 + 3 \cdot 52$
		(3)	10. Modell, denn:
			$548 = 80 + x \cdot 52$
			$x = 9$
	d)		216 Würfel
			richtiger Ansatz: z. B. $2 \cdot 132 - 48$ oder $80 + 52 + 52 + 32$

!. a) $x = -2$
$18x - 63 - 24x = 42 + 21x - 51$
$-6x - 63 = -9 + 21x$
$-27x = 54$

b) $x = 2$
$0,5x - 0,8 = 0,2$
$0,5x = 1$

c) $x = 4$
$10x - 15 - 5 + x - 4x - 8 = 0$
$7x - 28 = 0$

d) $x = 6$ cm
$8x + 12x = 120$

---

2. a) $U = 32$ cm, denn:
$A = 4 \cdot 16 \text{ cm}^2 = 64 \text{ cm}^2$
$a = 8$ cm

b) Hinweise zur Konstruktion:
Seite a, α
$b = 4$ cm (aus $2a + 2b = 21$ cm)
Abtragen von b und Parallelen

c) Hinweise zur Konstruktion
Teildreieck ABE mit SsW (E ist Diagonalenschnittpunkt)
A = 17,5 cm^2
5 cm · 7 cm : 2 (oder über Teildreiecke)

---

3. a) Duschen ist mit 76,65 € teurer, denn
21 : 100 · 365
125 : 100 · 48
Baden 60 €

b) 23 €, denn
76,65 · 30 : 100

c) 73 % , denn
22 Liter
22 : 0,3

d) 90 Kinder, denn
24 · 30 = 720
720 : 8

e) Es reicht, wenn jeder Duschkopf 12 Liter pro Minute abgibt, denn
1,2 m^3 = 1200 l
1200 : 20 = 60
60 : 5

---

4. a) 675 Schüler + 162 Schüler = 837 Schüler, denn
750 Schüler insgesamt vor Ende 2006/07
750 − 75 = 675
675 · 0,24 = 162

b) 12 % , denn
837 · 100 : 750 = 111,6 %

c) 954, denn

		$837 \cdot 0{,}14 \approx 117$
	d)	93
		$837 : 3 = 279$
5.	a)	4,5 l auf 100 km
	b)	120 km/h
	c)	Modell Pluto, falls sie meist langsamer fährt als die Geschwindigkeit am Schnittpunkt (70 km/h), sonst Mars.
	d)	5 Liter, denn
		Mars: 5 Liter auf 100 km
		250 km entsprechen 12,5 Liter
		Pluto: 7 Liter auf 100 km
		250 km entsprechen 17,5 Liter
	e)(1)	Koordinatensystem
		Graph
	(2)	90 Minuten
	(3)	120 km, denn
		$72 : 60 \cdot 100$
6.	a) (1)	$\frac{1}{6}$
	(2)	$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
	(3)	$\frac{1}{36} + \frac{1}{36} = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$
	(4)	Das ist sehr unwahrscheinlich, mit diesem Würfel müsste die 1 etwa 17-mal fallen.
	b) (1)	$\frac{10}{120} = \frac{1}{12} = 8,\overline{3}\ \%$
		120 Würfe
	(2)	Die Ereignisse sind nicht gleich wahrscheinlich. (o.ä.)
	(3)	$\frac{24}{120}$ oder 20 %
		Die relative Häufigkeit nähert sich der Wahrscheinlichkeit an.
7.	a)	$3\,\frac{5}{7}$
	b)	15 (oder -15)
	c)	$\frac{1}{4}$
	d)	$-\ 8$
	e)	$\frac{1}{16}$
	f)	$-\ 4$
	g)	5
	h)	4
	i)	7
	j)	19
	k)	17
	l)	8