

AUFGABENGRUPPE A

04.03.2009

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
 - (1) $(x - 2) \cdot (x + 3) = 0$
 - (2) $(x - 2)^3 \cdot (x + 3)^2 = (x - 2) \cdot (x + 3)^2$
 - (3) $(x - 2) \cdot (x + 3) < 0$
- b) Vom Produkt aus einer um 2 verminderten und der um 3 erhöhten Zahl wird das um 6 verminderte Quadrat der Zahl subtrahiert. Zeige, dass der Wert des Terms stets wieder die ursprüngliche Zahl ist.
2. a) Konstruiere zwei nicht kongruente Dreiecke ABC mit $b = 3$ cm; $c = 5$ cm und $\beta = 25^\circ$.
- b) Konstruiere zwei nicht kongruente gleichschenklige Dreiecke ABC mit $\alpha = 40^\circ$ und $b = 5$ cm.
- c) Konstruiere zwei nicht kongruente Dreiecke ABC mit $h_c = 5$ cm; $a = 6$ cm und $s_a = 4$ cm.
3. Zeichne zwei Geraden g und h , die sich unter einem Winkel von $\alpha = 40^\circ$ im Punkt S schneiden. Wähle den Punkt P_0 auf der Geraden g im Abstand 5 cm von S .
 - a) P_1 erhält man durch Spiegelung von P_0 an der Geraden h . P_2 entsteht durch Spiegelung von P_1 an der Geraden g . Führe nach diesem Muster die Spiegelungen im Wechsel an der Geraden h bzw. g durch bis zum Punkt P_9 .
 - b) Begründe: Alle 10 Punkte liegen auf einem Kreis. Gib den Mittelpunkt und den Radius dieses Kreises an.
 - c) Begründe: P_8 liegt auf der Geraden h .
 - d) Nach wie vielen Spiegelungen gelangt man, ausgehend von P_0 , wieder zu P_0 ?
4. Eine bestimmte Anzahl (weniger als 1000) an Sammelbildern soll gleichmäßig unter Kindern aufgeteilt werden. Dabei soll jedes Kind mindestens ein Bild bekommen.
 - a) Unabhängig davon, ob es 2, 3, 4, 5 oder 6 Kinder sind, bleibt jeweils genau ein Bild übrig. Wie viele Bilder müssen es dann mindestens sein?
 - b) Sind es 2, 3, 4, 5, 6, 10 oder 12 Kinder, so bleibt jeweils genau ein Bild übrig. Bei 11 Kindern geht es genau auf. Wie viele Bilder müssen es dann sein? Gib beide Möglichkeiten an.
 - c) Die Tabelle zeigt für verschiedene Anzahlen von Kindern, wie viele Bilder jeweils übrig bleiben.

Anzahl der Kinder:	2	3	4	5	6	7
Anzahl der übrigbleibenden Bilder:	1	2	3	4	5	0

 Wie viele Bilder können es insgesamt sein? Gib eine Möglichkeit an.
 - d) Bei 3, 4, 5, 6, 7 oder 8 Kindern bleiben jeweils 2 Bilder übrig.
 - (1) Wie viele Bilder sind es insgesamt?
 - (2) Für welche Anzahl von Kindern bleiben (bei der Bilderanzahl von d) (1)) 420 Bilder übrig?

5. Die vier Möbelhäuser der Region führen für Möbel im Wert von über 200 € jeweils eine Rabattaktion durch:

Möbelhaus A gewährt 30 % Rabatt und anschließend nochmals 20 % Ermäßigung.

Möbelhaus B gibt 45 % Rabatt.

Möbelhaus C reduziert den Verkaufspreis zunächst um 100 € und gewährt anschließend 10 % Rabatt auf den reduzierten Preis.

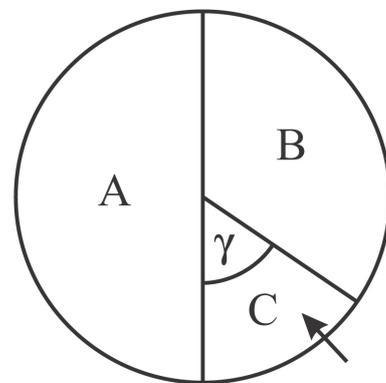
Möbelhaus D gewährt zunächst 10 % Rabatt und zieht im Anschluss 100 € vom Preis ab.

- Auf welchen Wert verringert sich der Preis einer Couch für 500 € durch die Rabattaktionen in den einzelnen Möbelhäusern?
 - Fritz hat für seine Couch im Möbelhaus C 630 € bezahlt. Mit welchem Preis war sie ausgezeichnet?
 - (1) Um herauszufinden, welches der vier Möbelhäuser den größten Preisnachlass gewährt, vergleiche zunächst Möbelhaus A mit B sowie C mit D. Begründe deine Entscheidung.
(2) Bei welchen ursprünglichen Preisen ist welches Möbelhaus am günstigsten?
6. Beim Brustschwimmen schwimmt Tom (auf einer Distanz von 100 m) mit einer konstanten Geschwindigkeit von $0,8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, sein älterer Bruder Leon mit einer Geschwindigkeit von $1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
- Welche Strecke legt Tom in einer Minute zurück?
 - Leon schwimmt auch eine Minute. Wie viel Prozent ist die Strecke länger, die er zurücklegt?
 - Welche Zeit benötigt Tom für 100 m?
 - Tom und Leon schwimmen um die Wette. Leon lässt Tom einen Vorsprung von 30 m. Nach welcher Zeit holt Leon seinen Bruder Tom ein?
 - Tom und Leon sind nacheinander insgesamt 240 m geschwommen und haben dafür insgesamt 250 s gebraucht. Berechne, welche Strecke jeder zurückgelegt hat.

7. Ein Glücksrad besteht aus 3 Feldern. Feld A belegt dabei die Hälfte des Glücksrades.

a) Das Glücksrad wird zweimal gedreht.

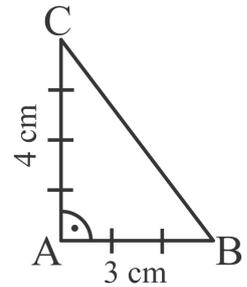
- $\gamma = 60^\circ$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt der Pfeil zweimal auf C?
- Die Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil zweimal auf C zeigt, soll $\frac{1}{16}$ sein. Wie groß muss dann der Winkel γ sein?
- $\gamma = 36^\circ$. Gib die Wahrscheinlichkeit an, dass der Pfeil mindestens einmal auf C zeigt.



- Das Glücksrad wird dreimal gedreht; es ist $\gamma = 120^\circ$. Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigt der Pfeil auf drei unterschiedliche Felder?
- An einer Spielbude wird das Glücksrad für 1 € Einsatz einmal gedreht. Zeigt der Pfeil auf A, so verliert man seinen Einsatz. Bei B erhält man seinen Einsatz zurück, bei C zusätzlich zu seinem Einsatz 4 €. Wie groß darf γ höchstens gewählt werden, damit der Spielbudenbetreiber auf lange Sicht keinen Verlust macht? Begründe deine Antwort.

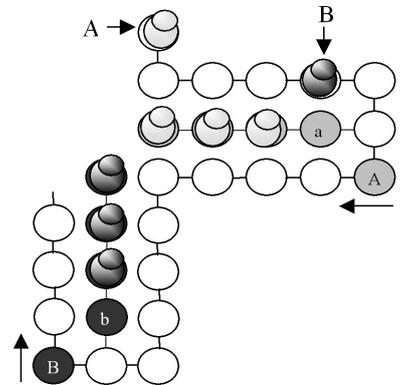
(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

5. a) Konstruiere ein Rechteck $ABCD$, dessen Diagonale 5 cm und dessen eine Seite 3,5 cm lang ist.
- b) Konstruiere ein achsensymmetrisches Trapez $ABCD$ ($\overline{AB} \parallel \overline{CD}$) mit $\overline{AB} = a = 6,8$ cm, $\gamma = 75^\circ$ und $h = 4$ cm.
- c) Das Dreieck ABC soll entweder durch eine Achsenspiegelung oder eine Punktspiegelung so abgebildet werden, dass die nachfolgenden Gesamtfiguren entstehen:
- (1) gleichschenkliges Dreieck
 - (2) Rechteck
 - (3) Drachenviereck
 - (4) Parallelogramm, das kein Rechteck ist.



Zeichne zu jedem Aufgabenteil zunächst das nebenstehende Dreieck auf dein kariertes Papier ab und führe dann die Abbildung durch. Zeichne jeweils die Spiegelachse (g) bzw. das Zentrum (Z) der Punktspiegelung ein.

6. Die Zeichnung zeigt einen Ausschnitt aus einem Mensch-Ärgere-Dich-Nicht-Spiel. Hier spielt Hell gegen Dunkel. Hell hat drei Spielsteine im Ziel, Dunkel ebenfalls.



- a) Dunkel würfelt zuerst und gewinnt das Spiel, ohne dass Hell nochmals würfelt. Wie viele Würfe benötigt Dunkel mindestens, um ins Ziel zu kommen? Wie groß ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit?
- b) Hell würfelt zuerst.
 - (1) Für welche Augenzahlen oder Augenzahlkombinationen besteht für Spielstein A die Gefahr, im nächsten Zug von Spielstein B geschlagen zu werden? Wann besteht diese Gefahr nicht?
 - (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit schlägt Spielstein A den Spielstein B (in einem Zug)?
 - (3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt Spielstein A hinter B (in einem Zug)?

7. a) Theo hat aus Würfeln wie abgebildet eine Art Pyramide gebaut. Sie besteht aus 4 Schichten. Die zweite Schicht (von oben gezählt) besteht aus 5 Würfeln, von denen 4 sichtbar sind.
-
- (1) Wie viele Würfel sind von oben gesehen in der 3. Schicht sichtbar?
 - (2) Wie viele Würfel enthält die 3. Schicht insgesamt?
 - (3) Wie viele Würfel sind von oben gesehen in der 4. Schicht sichtbar?
 - (4) Aus wie vielen Würfeln besteht diese Pyramide?
- b) Heidi hat nach dem gleichen Muster eine noch höhere Pyramide gebaut.
- (1) Aus wie vielen Würfeln besteht die 6. Schicht ihrer Pyramide?
 - (2) Die unterste Schicht enthält 113 Würfel. Aus wie vielen Schichten besteht ihre Pyramide?
- c) Der kleine Nils zerstört Heidis Pyramide und baut aus den kleinen Würfeln einen größtmöglichen Würfel. Wie viele kleine Würfel bleiben übrig?

AUFGABENGRUPPE C

04.03.2009

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Berechne x .
 - a) $2x - 3 = 40 - 8x + 7$
 - b) $-30 + 24x - 18 = 48x - 15x + 33$
 - c) $-19x - 12 = x + 4 \cdot (15 - 2x)$
 - d) Wenn man eine Zahl verdoppelt und 2 subtrahiert, erhält man das Vierfache der Zahl vermehrt um 9. Stelle eine Gleichung auf und bestimme die gesuchte Zahl.

2. In ein leeres quaderförmiges Schwimmbecken wird gleichmäßig Wasser gepumpt. Insgesamt passen 384 m^3 Wasser in das Becken.
 - a) Wie lange dauert es, bis das gesamte Becken gefüllt ist, wenn
 - (1) in einer Stunde 48 m^3 Wasser zulaufen?
 - (2) in drei Stunden 96 m^3 Wasser zufließen?
 - b) Wie viele Kubikmeter Wasser müssen pro Stunde zulaufen, wenn der Füllvorgang in sechs Stunden beendet werden soll?
 - c) Die Grundfläche des Beckens ist rechteckig. Sie hat eine Länge von 20 m und eine Breite von 8 m. Wie hoch steht das Wasser, wenn das Becken vollständig gefüllt ist?
 - d) Bevor das Becken gefüllt werden kann, wird es frisch gestrichen. Ein Arbeiter allein braucht dazu 8 Stunden. Nach 2 Stunden kommt ein zweiter Arbeiter hinzu. Wie lange müssen die beiden dann noch zusammen streichen? Wie lange dauert das Anstreichen insgesamt?

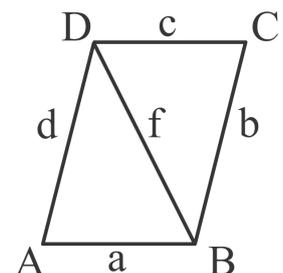
3. Eine quaderförmige Spielzeugkiste aus Holz ist oben offen. Die Kiste ist 55 cm lang, 35 cm hoch und 40 cm breit.
 - a) Zeichne ein Schrägbild der Kiste (10 cm entsprechen 1 cm).
 - b) Die Außenflächen der Kiste sollen lackiert werden.
 - (1) Wie viel m^2 Fläche müssen gestrichen werden? Runde auf volle m^2 .
 - (2) Eine Dose Lack reicht für $0,2 \text{ m}^2$. Wie viel Dosen Lack muss man kaufen?
 - c) Die Kiste stammt aus einem Baumarkt, der Holzkisten in drei verschiedenen Preisgruppen angeboten hat:

bis 50 Liter	bis 100 Liter	bis 150 Liter
19,98 €	28,90 €	39,99 €

Wie teuer war die Spielzeugkiste?

4. Zeichne die folgenden Parallelogramme $ABCD$ und beschrifte sie jeweils.

- a) $a = 3,6 \text{ cm}$, $b = 5,3 \text{ cm}$ und $\alpha = 100^\circ$
- b) $a = 4,1 \text{ cm}$, $d = 6,2 \text{ cm}$ und die Diagonale $f = 4,9 \text{ cm}$
- c) $a = 6 \text{ cm}$, $\alpha = 135^\circ$ und der Flächeninhalt beträgt 24 cm^2



5. Seit 2005 gibt es jährlich in Althessenau das „Newcomer-Konzert“ für Schülerbands. Man nahm damals 6 € Eintritt und verkaufte 200 Karten.

Jahr	Eintritt	Besucherzahl	Einnahmen
2005	6,00 €	200	1200,00 €
2006		300	
2007		250	
2008	10,50 €	200	

- Im Jahr 2006 wurde der Eintrittspreis um 5 % erhöht. Wie hoch waren die Einnahmen?
 - Um wie viel Prozent waren die Einnahmen gestiegen?
- Im Jahr 2008 lag der Eintrittspreis bei 10,50 €. Das sind 50 % mehr als im Jahr zuvor. Berechne den alten Eintrittspreis aus dem Jahr 2007.
- Im Jahr 2009 wird eine CD mit den Bands aufgenommen und vermarktet. Man überlegt sich folgende Finanzierung: Kosten für Studioaufnahme 1800 €, Kosten für die Herstellung von 1000 CDs 750 € und für die Vermarktung 800 €. Schließlich sollen 20 % auf diese Gesamtkosten als Gewinn aufgeschlagen werden. Wie hoch ist dieser Gewinn? Für wie viel musst du eine CD verkaufen?

6. Bei einer Blutspendeaktion wurde bei den verschiedenen Blutgruppen die Anzahl der Spender notiert.

Blutgruppe	0	A	B	AB
Anzahl der Spender	161	207	69	23

- Wie viele Personen spendeten insgesamt Blut?
- Wie viel Prozent der Personen spendeten Blutgruppe AB?
 - Blutgruppe B spendeten 15 %, bei A waren es 45 %. Wie viel Prozent waren es bei Blutgruppe 0?
- Stelle die Anteile der Blutgruppen in einem Streifendiagramm mit einer Länge von 10 cm und einer Höhe von 1 cm dar und beschrifte sie.
- Nebenstehend findest du die prozentualen Anteile der Blutgruppe A für alle drei deutschsprachigen Länder. Berechne deren Durchschnitt und vergleiche ihn mit dem Wert aus b) (2).

	Deutschland	Österreich	Schweiz
A	43 %	41 %	47 %

7. Eine Firma erfindet zu Ostern Ö-Eier. Jedes enthält entweder eine Figur (Hase oder Küken) oder eine Bastelei. Von außen ist das nicht zu unterscheiden (ohne ein Ei aufzubrechen), da sehen alle völlig gleich aus.

- Tina hat die Maxi-Packung bekommen: Darin sind 20 Eier, von denen (laut Packungsdruck) 7 Eier Küken und 3 Eier Hasen enthalten. Wenn sie sich das erste Ei nimmt, hat sie beispielsweise eine Chance (Wahrscheinlichkeit) von $\frac{3}{20}$, einen Hasen zu bekommen.
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das erste entnommene Ei eine Figur enthält?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das erste entnommene Ei eine Bastelei enthält?
 - Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das erste entnommene Ei keinen Hasen enthält?
 - Tina steckt sich das erste Ei in die Tasche, dann auch ein zweites und noch ein drittes. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie nun nur Eier mit Hasen in der Tasche hat?
- Tom hat eine Mini-Tüte mit 10 Eiern (3 Küken, 7 Hasen) bekommen.
 - Er will aus der Tüte ein Ei nehmen, es zur Seite legen und sich dann noch ein zweites herausholen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass das erste entnommene Ei ein Küken und das zweite einen Hasen enthält?
 - Tom hat zusätzlich auch eine Maxi-Packung geschenkt bekommen. Er überlegt, ob er die Eier aus der Packung und der Tüte zusammen in einen Behälter tun und dann erst daraus wie bei b) (1) zwei Eier (erstes mit Küken, zweites mit Hasen) ziehen soll. Ist das günstiger? Begründe deine Antwort.

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)