AUFGABENGRUPPE A **18.05.2010**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   a) $x^{10} < 1000$

   b) $x^9 < 1000$

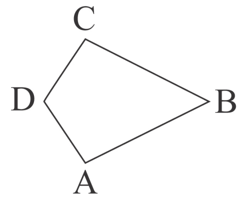
   c) $(x+3)(x-4) \leq 5(x-4)$

   d) $x(x-6)^2 = 4x^3$

2. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit $|AB| = 7$ cm, $\beta = 70°$ und dem Inkreisradius $r_i = 2$ cm.

   b) Das Dreieck ABC hat einen Inkreis mit Mittelpunkt M und Radius $r_i = 2$ cm. Der Inkreis berührt die Seite $\overline{AC}$ in Punkt D. Es ist $|DC| = 3$ cm und $|MB| = 4$ cm. Konstruiere das Dreieck.

   c) Konstruiere ein Drachenviereck $ABCD$ (Symmetrieachse $\overline{DB}$) mit Inkreismittelpunkt M, Inkreisradius $r_i = 2$ cm, $|MB| = 5$ cm und $\sphericalangle MDC = 40°$.



3. In einem Kreis bilden die Sehnen $|AB| = 4,5$ cm und $|AC| = 6,5$ cm den Winkel $\alpha = 62°$.

   a) Konstruiere das Dreieck ABC mit dem zugehörigen Umkreis k_1 (Mittelpunkt U).

   b) Die Mittelsenkrechte m_{AC} schneidet die verlängerte Dreiecksseite $\overline{AB}$ in D.
   Betrachte die Zeichnung nun für beliebige Werte von α.

   (1) Zeige: Die Punkte D, B, U, C liegen immer auf einem Kreis k_2.
   (Tipp: Vergleiche $\sphericalangle CDA$ und $\sphericalangle BUC$)

   (2) Zeige: Wenn der Kreis k_2 die Seite $\overline{AC}$ schneidet (Schnittpunkt E), dann liegt E auf m_{AB}.

4. a) Finde vier (unterschiedliche) Zahlenpaare aus $\mathbb{Q}$, deren Produkt mit ihrer Summe übereinstimmt.

   b) Zeige für positive Zahlen a und b: In der Gleichung $\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ gilt sowohl $x < a$ als auch $x < b$.

   c) Zeige: Wenn man bei einem Bruch zwischen 0 und 1 den Zähler und den Nenner um die gleiche positive Zahl vermehrt, ist der Wert des Bruches näher an 1 als vorher.

5. a) Der Schulsportclub hatte am 01.01.2007 genau 1000 Mitglieder. Am 31.12.2007 war die Mitgliederzahl um 7 % kleiner. Im Jahr 2009 kamen 73 Neumitglieder dazu. Am 01.01.2010 hatte der Club 9 % weniger Mitglieder als am 01.01.2007. Um wie viel Prozent veränderte sich die Mitgliederzahl im Jahr 2008 gegenüber der am 31.12.2007?

   b) Am Ende des Jahres 2009 hatte der Turnverein 50 % mehr Mitglieder als der Hockeyclub. Vom Hockeyclub wechselten zum Jahresbeginn 2010 ein Fünftel der Mitglieder zum Turnverein. Gleichzeitig gewann der Turnverein genauso viele andere neue Mitglieder. Danach hatte der Turnverein 380 Mitglieder. Wie viele Personen wechselten vom Hockeyclub zum Turnverein?

   c) Im Fußballstadion wurden beim zweiten Spiel 25 % Plätze weniger verkauft als beim ersten. Dadurch stieg die Zahl der freien Plätze *um* 1000 %. Berechne den Anteil der verkauften Plätze beim ersten Spiel.

6. Auf dem Stadtallendörfer Hessentag kann man sich an einem Stand Süßigkeiten zusammenstellen. Es gibt:

   - pure Lakritzstäbchen, die je 5 g wiegen,
   - mit 20 % Vanillecreme gefüllte Kokoskugeln, von denen jede 4 g wiegt,
   - mit 25 % Lakritz umhüllte Kokosröllchen, die jeweils 3 g wiegen.

   a) In einer Tüte sind von jeder Sorte 10 Stück. Wie viel Gramm reines Lakritz, reines Kokos und reine Vanillecreme sind das?

   b) Ist es möglich, mit diesen Süßigkeiten eine Tüte zusammenzustellen, in der gleich viel Gramm Lakritz, Kokos und Vanillecreme enthalten sind? Begründe.

   c) Klaus will sich eine Tüte mit genauso viel Gramm Kokos wie Lakritz zusammenstellen.

      (1) Gib zwei mögliche Zusammenstellungen mit allen drei Sorten Süßigkeiten an.

      (2) Gib diejenige Zusammenstellung mit dem geringsten Gesamtgewicht (größer Null) an.

7. a) Eine Münze und ein Würfel werden gleichzeitig geworfen. Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass Wappen oder 6 fallen.

   b) Die Münze und der Würfel werden – beide gleichzeitig – nun dreimal nacheinander geworfen.

      (1) Die Wahrscheinlichkeit für ein bestimmtes Ereignis bei diesem Zufallsexperiment beträgt $p = 1 - \left(\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{2}\right)^3$. Gib ein Beispiel für ein solches Ereignis an.

      (2) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, dass mindestens zweimal die Kombination Wappen/6 fällt.

   c) Versehentlich wurden die Münze verbeult und der Würfel beschädigt. Nun beträgt die Wahrscheinlichkeit, dass (bei gleichzeitigem Werfen) Wappen oder 6 fallen, $p = 0{,}52$. Wie groß können die Einzelwahrscheinlichkeiten für Wappen und 6 jeweils sein? Gib eine Möglichkeit an.

   (**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE B **18.05.2010**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.
   a) $6 \cdot (8x - 5) = 12x - (2 - 8x)$
   b) $(x + 5)^2 - (x - 4)^2 > 0$
   c) $\frac{12}{x} = 1,\overline{3}$
   d) $x \cdot (x - 25) = 0$
   e) $16x = x^3$

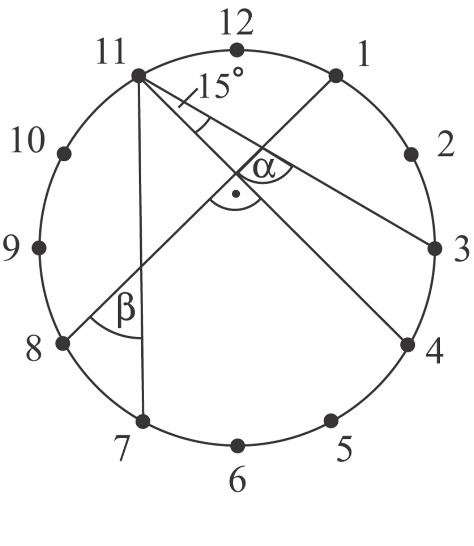
2. a) Der humorvolle Milchbauer Henning besitzt 275 Kühe. Er melkt morgens und abends, wobei jede Kuh abends 20 % weniger Milch gibt als morgens.

Rasse	Schwarzbunte	Braunvieh	Jersey
Anzahl	200	50	25
morgendliche Milchmenge pro Tier	22 Liter	B_1	J_1
abendliche Milchmenge pro Tier	S_1	14,4 Liter	J_2
Tagesproduktion pro Tier	S_2	B_2	18 Liter

   (1) Berechne die in der Tabelle fehlenden Werte.
   (2) Der Milchtank im Stall fasst 25 000 Liter. Nach wie vielen Tagen muss er geleert werden?

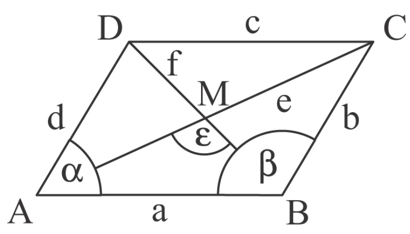
   b) Eine Molkerei stellt aus der täglich angelieferten Milch folgende Produkte her: 15 % der angelieferten Milch wird zu Butter verarbeitet, 30 % zu Käse, 7,5 % zu Quark, 12,5 % zu Joghurt; 15 % werden für andere Milchprodukte benötigt, der Rest wird zu Trinkmilch verarbeitet. Am 18. Mai werden 56 000 Liter Trinkmilch produziert. Wie viel Milch wurde an diesem Tag angeliefert?

3. Nadine hat auf dem kreisförmigen Ziffernblatt einer Uhr verschiedene „Stundenpunkte“ miteinander verbunden (s. Skizze). Die Strecken 1_8 und 11_4 schneiden sich unter einem Winkel von 90°.



   a) Notiere die zu 11_4 parallele Strecke, die bei 7 beginnt.
   b) Nenne alle senkrecht zu 1_8 verlaufenden Strecken, deren Endpunkte Stundenpunkte sind.
   c) Bestimme die Winkelgrößen von α und β.
   d) Finde drei Strecken, die die Strecke 2_8 unter einem Winkel von 60° schneiden.
   e) Begründe, dass das Dreieck 5_4_11 rechtwinklig ist.

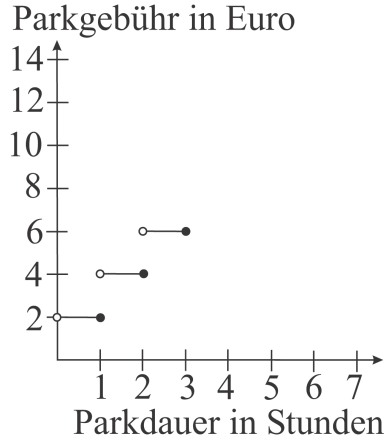
4. a) Konstruiere jeweils ein Parallelogramm $ABCD$ (s. Skizze) mit



   (1) $a = |AB| = 6$ cm, $\beta = \sphericalangle CBA = 115°$, $b = |BC| = 3,5$ cm
   (2) $a = b = 4,5$ cm ; $h_a = 3,5$ cm
   (3) $a = |AB| = 5,4$ cm, Diagonale $e = |AC| = 8,2$ cm, $\varepsilon = \sphericalangle AMB = 122°$

   b) Es gibt mehrere Parallelogramme mit dem Flächeninhalt 20 cm^2 und $\alpha = \sphericalangle BAD = 54°$. Konstruiere ein solches Parallelogramm.

5. Zwei Parkhäuser haben verschiedene Benutzertarife:
Parkhaus A: 1,50 € pro angefangenen 45 Minuten
Parkhaus B: 2,00 € pro angefangene Stunde.
Das Diagramm zeigt die Kosten in Abhängigkeit von der Parkdauer für Parkhaus B.



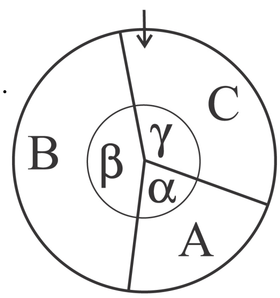
a) Übertrage das Diagramm und ergänze den Graphen für die Gebühren des Parkhauses B bis zu 7 Stunden Parkdauer. Zeichne den Graphen für die Gebühren von Parkhaus A für eine Zeitraum von 0 bis 7 Stunden (Zeitachse: 1 h entspricht 2 cm, Kostenachse: 1 € entspricht 1 cm).

b) Wie viel muss man in den beiden Parkhäusern für eine Parkdauer von (1) 1 h 44 min (2) 250 min jeweils zahlen?

c) Im Zeitraum von 0 bis 12 Stunden bezahlt man für bestimmte Parkdauer-Zeiträume in beiden Häusern genau dieselben Gebühren. Welche Zeiträume sind das?

d) Im Parkhaus A sollen die Benutzertarife geändert werden. Es bleibt dabei, dass sich die Gebühr für gleich große Zeiträume um den gleichen Geldbetrag erhöht. Für 241 Minuten zahlt man dann zum ersten Mal in Parkhaus A und B denselben Preis. Beschreibe den neuen Tarif von Parkhaus A: Gib eine mögliche Lösung in der Form „... € pro angefangene ...“ an.

6. Ein Glücksrad hat drei Felder A, B und C.



a) Zunächst sind die Winkel α, β und γ gleich groß ($\alpha = \beta = \gamma = 120°$).
   (1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf Feld A zeigt?
   (2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger nicht auf Feld B zeigt?

b) Jetzt werden die Winkel α, β und γ verändert.
   (1) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger auf C zeigt, soll $\frac{1}{10}$ betragen. Wie groß muss γ gewählt werden?
   (2) Die Winkel betragen $\alpha = 72°$ und $\beta = 99°$. Gib die Wahrscheinlichkeit für C an.
   (3) Der Winkel α beträgt 72° und die Wahrscheinlichkeit für C ist $\frac{3}{4}$. Gib die Winkelgröße für β an.

c) Ein Glücksrad mit $\alpha = 180°$, $\beta = 120°$ und $\gamma = 60°$ wird dreimal gedreht.
   (1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass der Zeiger zuerst auf A, dann auf B und zuletzt auf C zeigt?
   (2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dreimal denselben Buchstaben zu drehen?

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

7. a) Nimmt man drei aufeinander folgende ganze Zahlen, so ist das Quadrat der mittleren Zahl immer größer als das Produkt der beiden anderen Zahlen.
   (1) Bestätige die Behauptung an einem Beispiel mit drei positiven ganzen Zahlen.
   (2) Überprüfe die Behauptung auch mit drei negativen ganzen Zahlen.
   (3) Überprüfe die Behauptung für alle Fälle, in denen eine der Zahlen 0 ist.
   (4) Zeige, dass die Behauptung für alle ganzen Zahlen gilt, indem du folgende Terme benutzt: Die 1. Zahl ist z, die 2. Zahl (mittlere Zahl) ist $z+1$, die 3. Zahl ist $z+2$.

b) Nun nimmt man drei aufeinander folgende gerade Zahlen. Um wie viel ist das Quadrat der mittleren Zahl größer als das Produkt der beiden anderen Zahlen? Begründe durch Rechnung.

c) In einer anderen Zahlenfolge dreier Zahlen ist das Quadrat der mittleren Zahl um 25 größer als das Produkt der beiden anderen. Welchen gleichen Abstand müssen die Zahlen voneinander haben? Begründe durch Rechnung.

AUFGABENGRUPPE C **18.05.2010**

> **Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.**

1. a) Löse die Gleichungen.

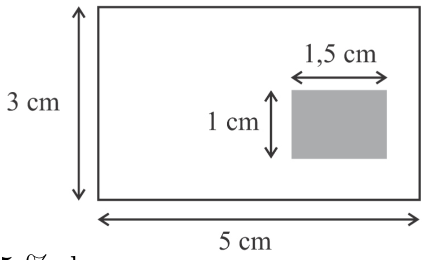
   (1) $9 + 5x - 2 = 10x - 15 - 7x$

   (2) $0,5x + 17 = 18$

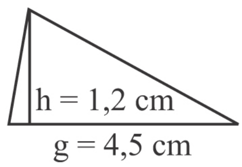
   (3) $4 \cdot (2x - 1,7) = 8x - (2x - 6,7)$

   b) Beim Sponsorenlauf ist Lukas 4 Runden mehr gelaufen als Kim, Rudi 6 Runden weniger als Kim. Alle drei zusammen haben 31 Runden zurückgelegt. Wie viele Runden ist Lukas gelaufen?

2. a) Wie viel Prozent der Rechtecksfläche sind grau eingefärbt?



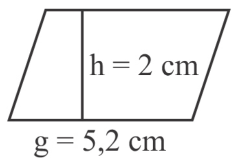
   b) Die Größe der Fläche des abgebildeten Dreieckes entspricht 15 % der Größe der Fläche eines zweiten Dreiecks.



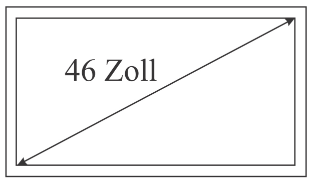
   (1) Wie groß ist die zweite Dreiecksfläche?

   (2) Gib eine Möglichkeit für die Länge der Grundseite und der Höhe des zweiten Dreiecks an.

   c) Die Höhe h des Parallelogramms soll verdoppelt werden. Um wie viel Prozent vergrößert sich dadurch die Fläche des Parallelogramms?



3. Herr Schmidt möchte sich zur Fußballweltmeisterschaft einen großen Flachbildschirm-Fernseher kaufen.



   a) Herr Schmidt hat sich ein besonderes Modell ausgesucht. Bei einem Angebot von Elektro-Meyer müsste er für den Fernseher 8 Raten zu je 120 € ohne Zusatzkosten bezahlen. Herr Schmidt möchte aber nur 80 € pro Monat zahlen. Wie viele Raten wären es dann?

   b) Der alte Fernsehbildschirm (Format 16:9) von Familie Schmidt hat eine Breite von 64 cm und eine Höhe von 36 cm.

   (1) Zeichne den Bildschirm im Maßstab 1:10.

   (2) Miss die Länge der Bilddiagonalen in deiner Zeichnung. Gib sie für diesen Fernseher in cm und Zoll (1 Zoll entspricht 2,54 cm) an. Runde auf ganze Zoll.

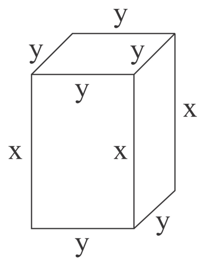
   (3) Frau Schmidt mahnt wegen des Energieverbrauchs: „Wenn du jetzt einen Fernseher mit einer doppelt so langen Diagonalen kaufst, vervierfacht sich die Fläche des Bildschirms!“ Hat sie damit Recht? Überprüfe mithilfe deiner Zeichnung (Format 16:9 bleibt erhalten).

   c) Herr Schmidt geht davon aus, dass sein neuer Fernseher an 335 Tagen im Jahr täglich 4 Stunden in Betrieb ist.

   (1) Pro Stunde benötigt der Fernseher 0,28 Kilowattstunden (kWh). Wie viel kWh benötigt er dann pro Jahr?

   (2) Berechne die Stromkosten pro Jahr, wenn eine Kilowattstunde 19 Cent kostet. Runde auf ganze Cent.

4. Wir betrachten einen Quader mit quadratischer Grundfläche (siehe nebenstehende Abbildung).



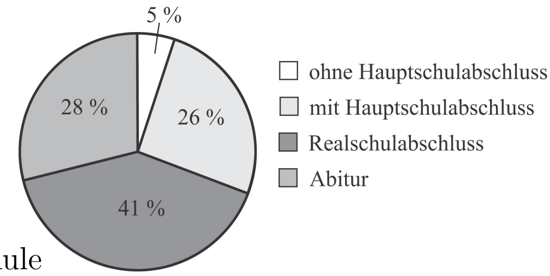
   a) Berechne die Summe der Längen aller Kanten des Quaders für $x = 12$ cm und $y = 4,5$ cm.

   b) Die Summe der Längen aller Kanten eines solchen Quaders beträgt 136 cm. Die Kantenlänge x beträgt 9 cm. Berechne y.

   c) (1) Stelle eine Formel mit x und y zur Berechnung des Volumens eines solchen Quaders auf.
      (2) Das Volumen eines solchen Quaders beträgt 539 cm^3, die Kantenlänge $x = 11$ cm. Bestimme y.

   d) (1) Stelle einen Term zur Berechnung der Oberfläche dieses Quaders auf.
      (2) Berechne die Oberfläche mit $x = 18$ cm und $y = 14$ cm.

5. In Hessen haben 2006 ca. 58 000 Jugendliche die Schule verlassen. Das Kreisdiagramm zeigt die (ungefähre) prozentuale Verteilung (Quelle: www.statistik.hessen.de).



   a) Wie viele Jugendliche haben 2006 die Schule mit einem Hauptschulabschluss verlassen?

   b) Im Jahr 2011 werden ca. 54 000 Jugendliche die Schule verlassen. Wie viel Prozent weniger sind das gegenüber dem Jahr 2006? Runde auf ganze Prozent.

   c) Im Jahr 2006 wurden in Hessen 39 936 Ausbildungsverträge abgeschlossen. Das sind 4 % mehr als im Jahr zuvor. Wie viele Verträge waren es 2005?

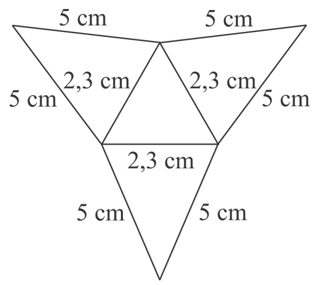
   d) (1) Einer der vier Kreisausschnitte im Kreisdiagramm hat einen Winkel von 100,8°. Welcher Kreisausschnitt ist das? Überprüfe durch Rechnung.
      (2) Berechne die Größe des Winkels für den Kreisausschnitt der Jugendlichen ohne Hauptschulabschluss.

6. a) (1) Zeichne ein Quadrat, das den Umfang 24 cm hat.
      (2) Zeichne ein (anderes) Rechteck, das zum Quadrat aus (1) flächengleich ist.

   b) Zeichne ein Quadrat mit einer 4 cm langen Diagonalen.

   c) Konstruiere ein gleichschenkliges Trapez ($\overline{AB}||\overline{CD}$) aus $a = |AB| = 6,4$ cm, $c = |CD| = 3,4$ cm und $h = 2,8$ cm.

   d) Konstruiere die nebenstehende Figur mit den angegeben Maßen.



7. Annette nimmt an einer Verlosung teil.

   a) In der Lostrommel sind 100 Lose enthalten: Davon sind 5 Gewinne Freikarten für ein Konzert, 25 Gewinne sind CDs, 10 sind Trostpreise und der Rest Nieten. Es wird das erste Los gezogen.
      (1) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, damit eine Freikarte zu gewinnen.
      (2) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, damit einen Gewinn zu ziehen.
      (3) Bestimme die Wahrscheinlichkeit, damit eine Niete zu ziehen.

   b) Annette hat bei der Verlosung 3 Freikarten für ein Konzert gewonnen. Davon möchte sie 2 Karten an ihre Freunde abgeben. Da sie nicht weiß, wem von ihren 5 Freunden (2 Jungen, 3 Mädchen) sie die Karten geben soll, lost sie einfach aus. Dazu schreibt sie je einen Namen auf einen von fünf Zetteln und wirft sie in eine Schachtel. Mit geschlossenen Augen zieht sie nacheinander 2 Namen. Berechne die folgenden Wahrscheinlichkeiten.
      (1) Nur Mädchen bekommen die Karten.
      (2) Ein Junge und ein Mädchen erhalten die Karten.

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)