## AUFGABENGRUPPE A

17.05.2011

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an;  $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ .
  - a)  $25x^2 36 < 0$
  - b)  $2,25x-6,25x^3>0$
  - c)  $-x^2 \cdot (0.01x + 10) \cdot (x + 1000) > 0$
- a) Konstruiere das Sehnenviereck ABCD mit Umkreismittelpunkt M und e = |AC| = 7 cm, 2.  $AMC = 100^{\circ}, a = |AB| = 5 \text{ cm}, d = |DA| = 5 \text{ cm}.$ 
  - b) Konstruiere ein Dreieck ABC mit Umkreisradius  $r_u = 4$  cm,  $\alpha = 40^{\circ}$ ,  $\beta = 75^{\circ}$ .
  - c) Konstruiere ein Dreieck ABC mit a = |BC| = 5, 8 cm, b = |AC| = 4 cm, c = |AB| = 9 cm. Konstruiere nun einen Punkt D so außerhalb des Dreiecks ABC, dass  $\not ADC = \not CDB = 40^\circ$ .
- 3. a) Zeichne die beiden Kreise  $k_1$  und  $k_2$  mit den Radien  $r_1 = 3$  cm und  $r_2 = 5$  cm, wobei die Mittelpunkte von  $k_1$  und  $k_2$  einen Abstand von 7 cm haben sollen.  $k_1$  und  $k_2$  schneiden sich in den Punkten C (oberhalb  $M_1M_2$ ) und D (unterhalb  $M_1M_2$ ). Markiere einen Punkt A auf  $k_1$ , sodass  $\overline{AC}$  ein Durchmesser von  $k_1$  ist, ebenso einen Punkt B auf  $k_2$ , sodass  $\overline{BC}$  ein Durchmesser von  $k_2$  ist.
  - b) (1) Zeige: D liegt auf der Strecke  $\overline{AB}$ .
    - (2) Um welche besondere Linie im Dreieck ABC handelt es sich bei der Strecke CD? Zeichne nun auch einen Kreis  $k_3$  um den Mittelpunkt der Strecke  $\overline{AB}$  durch A und B. Die Kreise  $k_1$  und  $k_3$  schneiden sich im Punkt E, die Kreise  $k_2$  und  $k_3$  im Punkt F.
  - c) Zeige: E liegt auf der Geraden durch B und C.
  - d) Zeige: Die Innenwinkel des Dreiecks ABC sind jeweils genauso groß wie die Innenwinkel
    - (1) des Dreiecks EDB.
    - (2) des Dreiecks ECF.
- 4. Die Gauß-Klammer [x] rundet alle Zahlen auf ganze Zahlen ab.

$$[3, 9] = 3$$

$$[-3, 2] = -4$$

- a) Bestimme:

(1) 
$$[1,7+2,3]$$
 (2)  $[1,7]+2,3$  (3)  $[[1,7]-2,3]$  (4)  $[-1,7]\cdot[-2,3]$ 

- b) (1) Beim herkömmlichen Runden positiver Zahlen wird aufgerundet, wenn die erste Nachkommastelle 5 oder größer ist, sonst wird abgerundet.
  - Begründe: Für  $x \ge 0$  ergibt [x + 0, 5] das Gleiche wie das herkömmliche Runden von x.
  - (2) Beim herkömmlichen Runden negativer Zahlen wird nach dem Betrag gerundet, beispielsweise wird -3.5 auf -4 gerundet, -3.2 wird auf -3 gerundet.

Für welche Zahlen x < 0 ergibt [x + 0, 5] nicht das Gleiche wie das herkömmliche Runden von x?

- c) Für welche  $x \in \mathbb{Q}, x > 0$  sind jeweils die folgenden Gleichungen erfüllt?
  - $(1) \ 2 \cdot [x] = 6$
  - (2) [x] + [2x] + 1 = 5
  - (3) [x] [2x] + 1 = 0

a) An der Brahms-Schule sind 40 % der Schülerinnen und Schüler im Chor, 12 % sowohl im Chor als auch im Orchester. 53 % der Schülerinnen und Schüler sind weder im Chor noch im Orchester. (1) Wie viel Prozent der Chormitglieder spielen auch im Orchester mit? (2) Wie viel Prozent aller Schülerinnen und Schüler sind im Orchester? b) An der Stadtschule sind nur 6 % aller Schülerinnen und Schüler im Orchester. Ein Sechstel der Chormitglieder ist zugleich auch im Orchester. 20 % der Schülerinnen und Schüler sind ausschließlich im Chor. (1) Wie viel Prozent aller Schülerinnen und Schüler sind zugleich im Chor und im Orchester? (2) Welcher Anteil der Orchestermitglieder singt im Chor? 6. Mit Streichhölzern werden Figuren gelegt, die aus Quadraten bestehen (siehe nebenstehende Abbildungen). Jede Figur besteht aus z Streichhölzern und q Einheitsquadraten. z = 12a) (1) Bestimme z und q für nebenstehende Figur. q = 4q = 2(2) Welche Werte sind für z nie möglich? (3) Welche Werte kann q annehmen, wenn z = 24 ist? Nun werden die Streichhölzer so gelegt, dass als Gesamtfigur ein Quadrat entsteht (mit der Seitenlänge n, siehe nebenstehende Abbildung für n=4). In der Abbildung kann man insgesamt Q = 30 Quadrate finden, darunter q = 16Einheitsquadrate. n (1) Fülle die nebenstehende Tabelle aus. 1 4 1 1 (2) Es gilt:  $q = n^2$ . Gib eine entsprechende Formel für Q an oder 2 beschreibe mit Worten, wie man Q in Abhängigkeit von n3 bestimmen kann. 40 30 4 16 (3) Für n = 1 erhält man aus 4 Streichhölzern 1 Quadrat. Für n = 4 erhält man aus 40 Streichhölzern bereits 30 Quadrate. Ist es sogar möglich, dass Q größer als z wird? Begründe. 7. Der Startpunkt auf dem nebenstehenden Spielfeld ist das oberste Zeile 1: Kästchen. Man kann mit dem Zug Tin das Kästchen darunter, mit Zeile 2: Zeile 3: schräg links darunter oder mit schräg rechts darunter gelangen. Die Zahl in einem Kästchen gibt an, auf wie vielen Wegen man dieses Feld vom Startpunkt aus erreichen kann. a) (1) Übertrage das Beispiel und ergänze die Zeilen 4 und 5. (2) In welcher Zeile ist die Zahl in der Mitte erstmals dreistellig? (3) Welche Zahl steht in der 10. Zeile an dritter Stelle? möglich, d. h. fällt weg. Beschreibe, wie sich die Zahlen b) Nun sind nur noch und und im Spielfeld verändern. c) Als Züge sollen jetzt und als neuer Zug zur Verfügung stehen. Trage in ein Spielfeld die Anzahlen bis zur 7. Zeile ein. d) Nun sind erlaubt: , , , , und als neuer Zug (1) Welche der fünf Züge reichen aus, um die Zahlen im 0 nebenstehenden Spielfeld zu erzeugen? 0 (2) Ersetze nun die im Spielfeld vorkommenden Buchstaben durch die passenden Zahlen.

## AUFGABENGRUPPE B

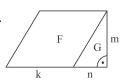
17.05.2011

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

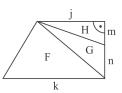
- 1. a) Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an;  $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ .
  - (1)  $(4x+8)^2 + (3x-6)^2 + x^2 = 25x^2 + 28x + 116$
  - (2)  $0.5 \cdot (5x 8) > 2 \cdot (5x 8)$
  - b) Finde je eine Zahl für x und y, sodass die Gleichung erfüllt ist:  $\frac{5x-3y}{2}=4$  Gib zwei Zahlenpaare an.
- 2. a) Auf Hessens 21 000 km² Fläche leben 3 Mio. männliche Einwohner. Das sind 48 % aller Hessen.
  - (1) Wie viele weibliche Einwohner hat Hessen?
  - (2) Wie viele Hessen leben auf einem Quadratkilometer? Runde auf Ganze.
  - (3) Wie viel Quadratmeter dürfte jeder Hesse "beanspruchen", wenn man die Fläche Hessens gleichmäßig auf die Einwohner verteilen würde  $(1 \text{ km}^2 = 1 \text{ Mio. m}^2)$ ?
  - b) Niedersachsens Fläche ist um 130 % größer als die von Hessen. In Niedersachsen leben auf einem Quadratkilometer durchschnittlich 170 Menschen. Wie viele Menschen leben in Niedersachsen?
- 3. a) (1) Konstruiere das gleichschenklige Dreieck ABC mit der Basis c = |AB| = 3, 5 cm und dem Winkel  $\alpha = 67^{\circ}$ .
  - (2) Errichte in B eine Senkrechte zu c. Diese schneidet die Gerade AC im Punkt D. Berechne die Größe des Winkels bei D.
  - (3) Spiegle nun die Figur an BD. Du erhältst A' als Bildpunkt von A.
  - (4) Begründe, dass der Flächeninhalt des Dreiecks AA'D viermal so groß ist wie der Flächeninhalt des Dreiecks ABC.
  - b) In einem gleichschenkligen Dreieck soll jeder Schenkel kürzer als die Basis sein.
    - Gib für ein solches Dreieck ABC mit der Basis c = |AB|
    - (1) den größtmöglichen ganzzahligen Wert für den Winkel  $\beta$  an.
    - (2) den kleinstmöglichen ganzzahligen Wert für den Winkel  $\gamma$  an.
  - c) In einem gleichschenkligen Dreieck ABC ist ein Basiswinkel
    - (1) um 15° größer als der Winkel an der Spitze.
    - (2) viermal so groß wie der Winkel an der Spitze.

Bestimme jeweils alle Innenwinkel im Dreieck.

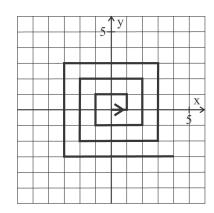
- 4. a) (1) Konstruiere ein achsensymmetrisches Trapez ABCD  $(\overline{AB}||\overline{CD})$  mit a=|AB|=10 cm, c=|CD|=6 cm und der Höhe h=3,5 cm. Bezeichne die Eckpunkte.
  - (2) Bestimme den Flächeninhalt des Trapezes.
  - b) (1) Für die nebenstehende Figur gilt: k = 5 cm, n = 3 cm und  $A_G = 15$  cm<sup>2</sup>. Berechne den Flächeninhalt  $A_F$  des Parallelogramms F.



(2) Für die nebenstehende Figur gilt: m = 3 cm,  $A_F = 42$  cm<sup>2</sup>,  $A_G = 16$  cm<sup>2</sup>,  $A_H = 12$  cm<sup>2</sup>. Berechne k.



- 5. Herr und Frau Walk betreiben seit Monaten regelmäßig Nordic Walking. Für ihre gemeinsame Standardrunde benötigt Herr Walk 6250 Schritte bei einer mittleren Schrittlänge von 80 cm. Frau Walk macht 10 000 Schritte.
  - a) (1) Wie lang ist die Standardrunde? Gib das Ergebnis in cm und km an.
    - (2) Welche Schrittlänge hat Frau Walk?
  - b) Beide beginnen zeitgleich mit dem linken Bein zu laufen. Wie oft treten sie auf der Standardrunde zur selben Zeit mit dem linken Bein auf?
  - c) Herr Walk soll auf Anraten seines Physiotherapeuten seine Schrittlänge um 15 % reduzieren.
    - (1) Wie lang ist dann ein Schritt?
    - (2) Herr Walk behauptet, dann 15 % mehr Schritte machen zu müssen. Hat er recht? Begründe!
  - d) Frau Walk merkt, dass sie für einen Doppelschritt genau 1 Sekunde braucht. Mit welcher durchschnittlichen Geschwindigkeit (in km/h) absolviert sie die Nordic Walking Runde?
- 6. Ein Teilchen bewegt sich im Koordinatensystem (siehe nebenstehende Abbildung). Es startet im Ursprung (0|0) und bewegt sich in Pfeilrichtung vorwärts zu (1|0), dann zu (1|1), (-1|1) und so weiter. Von einem Gitterpunkt zum nächsten benötigt das Teilchen 1 Sekunde, d.h. von (1|1) bis (-1|1) benötigt es 2 Sekunden. Die Strecke zwischen zwei Richtungswechseln nennt man Zug. Auch die Bewegung von (0|0) bis (1|0) ist ein Zug.



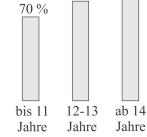
- a) (1) Gib die Koordinaten des Punktes an, der nach dem sechsten Zug erreicht wird.
  - (2) Wie viel Zeit braucht das Teilchen für diese sechs Züge?
- b) (1) Wie viel Zeit benötigt das Teilchen vom Start bis zum Gitterpunkt (-3|3)?
  - (2) Wie viel Zeit benötigt das Teilchen vom Start bis zum Gitterpunkt (6|0)?
  - (3) Wie viele Züge macht das Teilchen vom Start bis zum Gitterpunkt (-13|-13)?
  - (4) In (20|20) findet der 78. Richtungswechsel statt. Nenne die Koordinaten des 77. und des 79. Richtungswechsels.
- c) Welche Züge dauern 20 Sekunden? Gib jeweils die Nummer des Zuges (oder die Koordinaten der Anfangs- und Endpunkte) an.
- 7. In einer Quizshow spielen zwei Kandidaten gegeneinander. Es gibt maximal 10 Spielrunden. Für die erste Runde gibt es 10 Punkte für die zweite 20, dann 30, 40, usw. bis 100 Punkte.
  - a) In jeder Spielrunde gibt es einen Sieger. Gesamtsieger ist, wer die meisten Punkte gesammelt hat.
    - (1) Wie viele Punkte braucht man mindestens zum Sieg?
    - (2) Nach welcher Runde kann frühestens der Gesamtsieger feststehen?
    - (3) Nenne alle Spielstände, die nach drei Runden möglich sind.
    - (4) Nach wie vielen Spielrunden kann es einen Punktegleichstand geben? Nenne alle Möglichkeiten.
  - b) Eine Spielrunde kann jetzt auch unentschieden enden, die Punkte werden dann geteilt.
    - (1) Der Spielstand nach 4 Runden war 55:45. Zwei der Runden endeten unentschieden. Welche Runden waren das? Nenne alle Möglichkeiten.
    - (2) Kandidat A gewann die ersten 6 Runden und erreichte außerdem ein Unentschieden. Trotzdem siegte B mit einem Vorsprung von 40 Punkten. Welche Runde endete unentschieden?

## AUFGABENGRUPPE C

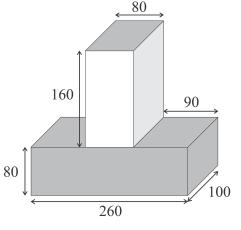
17.05.2011

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. a) Berechne x.
  - (1) 8x + 22 + 21x = 97 + 18x 4x
  - (2) 0.75x + 0.5x = 125
  - (3)  $3 \cdot (7 2x) = 10 (7x 10)$
  - b) Stelle zu dem folgenden Zahlenrätsel eine Gleichung auf und löse sie: Verdreifacht man zunächst eine Zahl und subtrahiert dann 6, so erhält man dasselbe, als wenn man die Zahl halbiert und dann 4 addiert.  $$98\,\%$
- 2. Die Schülervertretung hat eine Umfrage über den Handybesitz aller Schülerinnen und Schüler der Waldschule durchgeführt.
  - a) Es wurde festgestellt, dass 98 Schülerinnen und Schüler im Alter bis zu 11 Jahren ein Handy besitzen. Wie viele Schülerinnen und Schüler dieser Altersgruppe wurden befragt?



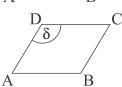
- b) Von den 120 befragten Schülerinnen und Schülern im Alter von 12 oder 13 Jahren haben 102 ein Handy. Wie viel Prozent sind das?
- c) In der Gruppe der Schülerinnen und Schüler ab 14 Jahren wurden 250 Schülerinnen und Schüler angesprochen. Wie viel Prozent aller Schülerinnen und Schüler der Waldschule besitzen ein Handy? Runde auf eine Stelle nach dem Komma.
- d) Bei dieser Umfrage liegt Anzahl der befragten Schülerinnen und Schüler im Vergleich zu der Umfrage vor zwei Jahren um 15 % niedriger. Wie viele Schülerinnen und Schüler nahmen insgesamt an der Umfrage vor zwei Jahren teil?
- 3. Die Abbildung zeigt ein Werkstück aus Aluminium (Maßangaben in mm).
  - a) (1) Berechne das Volumen des Werkstücks.
    - (2) 1 cm<sup>3</sup> Aluminium wiegt 2,7 g. Wie schwer ist das Werkstück?
  - b) Das Werkstück soll mit Schutzfarbe bestrichen werden. Der gesamte untere Teil und die Deckfläche wurden bereits grau gestrichen. Für die obere Deckfläche brauchte man 2 ml Farbe. Berechne, wie viel ml Farbe noch für das Streichen der restlichen hellen Flächen benötigt werden.



- 4. Konstruiere die folgenden Vierecke (und beschrifte die Eckpunkte):
  - a) ein Rechteck ABCD mit den Mittellinien  $m_a=4,4$  cm und  $m_b=6,8$  cm.



b) ein Parallelogramm ABCDmit |AB|=a=6,5 cm,  $\delta=113^{\circ}$  und einem Umfang U=22 cm.

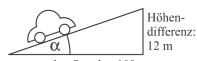


c) ein Trapez ABCD  $(\overline{AB}||\overline{CD})$  mit |AB|=a=6 cm, |CD|=c=4 cm und  $\alpha=64^\circ$  sowie einem Flächeninhalt von 17,5 cm². (Trapezfläche:  $A_{\rm Trapez}=\frac{a+c}{2}\cdot h$ )



5. Ein Auto fährt eine Bergstraße hinauf. Am Anfang der Straße steht das abgebildete Verkehrsschild (12 %Steigung). Dies bedeutet, dass auf 100 m waagerechter Strecke ein Höhenunterschied von 12 m überwunden wird.





waagerechte Strecke: 100 m

1200 Lose!

30 % Gewinnchance

5 % Hauptgewinne unter allen Losen

unter den Hauptgewinnen 6 Supergewinne

Jedes 4. Los ein Kleingewinn!

- a) Berechne den Höhenunterschied für 500 m ebene Strecke bei 15 % Steigung.
- b) Berechne die Steigung in Prozent, wenn die ebene Strecke 250 m und die Höhendifferenz 35 m betragen.
- c) Die steilste Straße der Welt befindet sich in der Stadt Dunedin (Neuseeland). Sie hat eine Steigung von 35 %. Zeichne ein maßstabsgerechtes Dreieck und bestimme durch Messen den Steigungswinkel  $\alpha$ .
- d) Welche Angabe müsste im Verkehrsschild stehen, wenn der Steigungswinkel  $\alpha = 30^{\circ}$  beträgt? Zeichne ein maßstabsgerechtes Dreieck.
- e) Marcel behauptet: "100 % Steigung bedeutet senkrecht nach oben." Stimmt das? Begründe deine Antwort.
- 6. Sarah kommt an einer Losbude vorbei. Davor steht das abgebildete Schild. Sarah zieht als Erste aus einem vollen Lostopf.
  - a) (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Sarah einen Kleingewinn?
    - (2) Wie viele Gewinnlose gibt es insgesamt?
    - (3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zieht Sarah einen Supergewinn?
  - b) Sarah überlegt sich für ihre Geburtstagsparty auch ein Glücksspiel. Sie möchte ein Glücksrad bauen. Das Feld für den Hauptgewinn hat eine Gewinnwahrscheinlichkeit von  $\frac{1}{12}$ . Kleingewinne sind 25 % der Felder und der Rest sind Nieten. Zeichne das Glücksrad mit den Gewinnwahrscheinlichkeiten. Beschrifte die Felder mit N für Niete, H für Hauptgewinn und K
- 7. Bei einem Fußballturnier der achten Jahrgangsstufe spielten Mannschaften aus 5 Klassen gegeneinander. Jede Mannschaft spielte genau einmal gegen jede andere. Für einen Sieg gab es drei Punkte, für ein Unentschieden einen Punkt und bei einer Niederlage null Punkte.

für Kleingewinn.

		Anzahl der Spiele		
Klasse	Punkte	gewonnen	unentschieden	verloren
8a		2	1	1
8b	3		0	
8c			1	2
8d	3	0		
8e			1	

- a) Wie viele Spiele fanden statt?
- b) Übertrage die Tabelle und vervollständige sie.
- c) Nenne eine Mannschaft, gegen die die 8c verloren hat.