AUFGABENGRUPPE A 07.03.2012

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   a) $(x+1)^3 + 8 = 0$

   b) $3 \cdot (x-7) \cdot (7x^2 - 63) = 0$

   c) $(x-3)^4 < 16$

   d) $(x^2 + 6x + 9) \cdot (x^2 - 9) \geq 0$

2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $\gamma = 90°$, dem Umkreisradius $r_u = 5$ cm und der Höhe $h_c = 3$ cm.

   b) Zeichne um einen Punkt M zwei Kreise k_1 und k_2 mit den Radien $r_1 = 4$ cm und $r_2 = 5,5$ cm. Trage an k_1 eine Sehne $\overline{EF}$ mit der Länge 6 cm über Punkt M liegend an. Es sollen nun zwei rechtwinklige Dreiecke ABC bzw. $A'B'C'$ mit dem Umkreis k_2 konstruiert werden:

   (1) Beim Dreieck ABC mit der längsten Seite $\overline{AB}$ liegt E auf $\overline{AB}$ und F auf $\overline{BC}$.

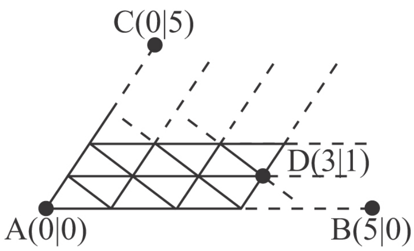
   (2) Beim Dreieck $A'B'C'$ mit der längsten Seite $\overline{A'B'}$ liegt E auf $\overline{A'C'}$ und F auf $\overline{B'C'}$.

3. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $c = 12$ cm, $b = 10,5$ cm, $a = 9$ cm.

   (2) Jede der Dreiecksseiten wird in 5 gleiche Teile geteilt. Führe diese Teilung durch. Verbinde nun die Teilpunkte parallel zu den Dreiecksseiten, bis lauter kongruente Dreiecke entstanden sind.
   Die Eckpunkte werden nun mit $A(0|0)$, $B(5|0)$ und $C(0|5)$ bezeichnet (siehe Abbildung).

   (3) Welchen prozentualen Anteil hat das Trapez $KLMN$ mit den Koordinaten $K(0|1)$, $L(4|1)$, $M(3|2)$ und $N(0|2)$ an der Gesamtfläche des Dreiecks ABC?

   (4) Der Punkt $D(3|1)$ wird mit den Eckpunkten A, B und C verbunden. Das Dreieck ABC wird so in drei Teildreiecke unterteilt. Zeichne diese Teildreiecke ein und berechne ihren jeweiligen prozentualen Anteil an der Gesamtfläche.



   b) Im Dreieck ABC aus a) (1) ist ein Punkt Z gesucht, der dann mit A, B und C verbunden wird, sodass die Teildreiecke ABZ, BCZ und CAZ entstehen. Die Flächeninhalte dieser drei Teildreiecke sollen sich wie 1 : 2 : 3 verhalten. Konstruiere hierzu das Dreieck ABC erneut, wähle eine geeignete Teilung der Seiten und trage einen möglichen Punkt Z ein.

4. a) Jana und Leon laufen auf einer 400 m-Bahn. Sie starten gleichzeitig nebeneinander an der Startlinie. Beide laufen gleichbleibend mit ihrem jeweiligen Tempo. Nachdem Jana eine Runde gelaufen ist, hat Leon einen Vorsprung von 50 m. Leon holt Jana nach 16 Minuten am Startpunkt wieder ein.

   (1) Wie viele Runden ist Leon gelaufen?

   (2) Berechne die Laufgeschwindigkeit von Jana. Gib das Ergebnis in $\frac{\text{m}}{\text{min}}$ an.

   (3) Janas Mutter läuft zusammen mit Janas kleiner Schwester gleichzeitig mit Jana auch vom Startpunkt los, aber in die entgegengesetzte Richtung. Sie legen dabei pro Minute 50 m zurück. Welche Strecke haben die beiden zurückgelegt, wenn sie Jana treffen?

   b) Jonas und Laura trainieren auf einem Rundweg im Stadtwald. Sie starten gleichzeitig am Startpunkt. Laura läuft pro Minute 200 m, Jonas fährt mit dem Fahrrad und legt dabei 450 m pro Minute zurück. Wie viele Runden mehr ist Jonas mindestens gefahren als Laura gelaufen, wenn sie gleichzeitig wieder den Startpunkt erreichen?

5. Die nebenstehende Grafik gibt an, wie viel von dem insgesamt erzeugten Obst und Gemüse durch Verluste bei Ernte, Vertrieb oder Verbraucher nicht verzehrt werden. Durchschnittlich verzehrt eine Person 176 kg Obst und Gemüse pro Jahr .

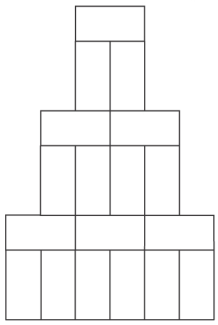
Verlust durch:			Verzehr
Ernte	Vertrieb	Verbraucher	
20 %	16 %	20 %	

a) (1) Wie viel Prozent des erzeugten Obstes und Gemüses werden insgesamt nicht verzehrt?
   (2) Wie viel kg Obst und Gemüse müssen für eine Person in einem Jahr erzeugt werden?

b) (1) Wie viel kg Obst und Gemüse werden durchschnittlich von einer Person im Jahr eingekauft?
   (2) In der Zeitung ist zu lesen, dass mehr als 30 % der vom Verbraucher gekauften Menge an Obst und Gemüse nicht verzehrt werden. Stimmt das? Begründe durch Rechnung.

c) Obst und Gemüse haben an der Menge aller vom Verbraucher weggeworfenen Lebensmittel einen Anteil von $\frac{2}{3}$.
   (1) Wie viel kg Lebensmittel werden insgesamt durch den Verbraucher weggeworfen?
   (2) Die Hälfte des weggeworfenen Obstes und Gemüses ist noch essbar. Wie würde sich der oben genannte Anteil von $\frac{2}{3}$ verändern, wenn man somit die Menge des durch den Verbraucher weggeworfenen Obstes und Gemüses halbieren würde?

6. Mit Rechtecken wird die abgebildete Figur gelegt.



	Reihe	Anzahl der Rechtecke wenn: n ungerade	n gerade
Term:	n		
	1	1	
	2		2
	3	2	
	4		4
	5	3	
	6		6

a) Übertrage die Tabelle und führe sie fort von $n = 7$ bis $n = 12$. Gib in der obersten Zeile jeweils einen Term für die Anzahl der Rechtecke in der Reihe n an. Unterscheide dabei gerade und ungerade Werte von n.

b) Welche Reihen enthalten 30 Rechtecke?

c) In einer Reihe sind 45 Rechtecke. Wie viele sind es in der darunter liegenden Reihe?

d) In welcher Reihe liegen 50 Rechtecke mehr als in der darunter liegenden?

e) In welcher Reihe n liegen a Rechtecke mehr als in der darunter liegenden? Gib hierfür einen Term an und vereinfache ihn so weit wie möglich.

7. An Flughäfen wurden verschiedene Modelle von Körperscannern zur Sicherheitskontrolle getestet. Gibt ein Körperscanner Alarm, erfolgt eine Nachkontrolle von Hand (sonst nicht).

a) Modell A gab in 75 % aller Fälle Alarm. Bei 80 % der Nachkontrollen gab es jedoch nichts zu beanstanden.
   (1) Wie viel Prozent aller Personen wurden ohne Beanstandung nachkontrolliert?
   (2) Ein Ehepaar wird kontrolliert. Bestimme die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es wegen einer Nachkontrolle aufgehalten wird.

b) Modell B schlug in 70 % aller Fälle Alarm. Insgesamt wurden 56 % aller Personen ohne Beanstandung nachkontrolliert. Bei wie viel Prozent aller Personen war der Alarm berechtigt?

c) Obwohl Modell C verwendet wurde, blieb die Wahrscheinlichkeit für eine Nachkontrolle ohne Beanstandung bei 80 %. Allerdings wurden nur noch 48 % aller Personen ohne Beanstandung nachkontrolliert. Mit welcher Wahrscheinlichkeit gab der Körperscanner Alarm?

d) Durch Ausziehen von Jacken wurden nur noch $\frac{1}{3}$ der Personen ohne Beanstandung nachkontrolliert. Dabei verändern sich sowohl die Wahrscheinlichkeit für einen Alarm als auch die für eine Nachkontrolle ohne Beanstandung. Gib für beide Wahrscheinlichkeiten eine Möglichkeit an.

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE B **07.03.2012**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

   a) $2 \cdot (x-7) + 5 \cdot (2x-2) = 0$

   b) $(x-1) \cdot (2x+3) = 2x^2 - 8$

   c) $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \geq -1$

   d) Stelle eine Gleichung auf und berechne die Länge der Quadratseite:
   Verlängert man eine Seite eines Quadrates um 7 cm, so ist der Flächeninhalt des entstehenden Rechtecks um 77 cm^2 größer als der Flächeninhalt des Quadrates.

2. In einem Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm) sind die Punkte $A(-5|0)$ und $B(5|-4)$ eines Dreiecks ABC gegeben.

   a) Trage die Punkte A und B in das Koordinatensystem ein.

   b) Der Mittelpunkt der Seite $\overline{BC} = a$ hat die Koordinaten $M_a(3|0)$. Trage den Punkt C ein, notiere die Koordinaten von C und zeichne das Dreieck ABC.

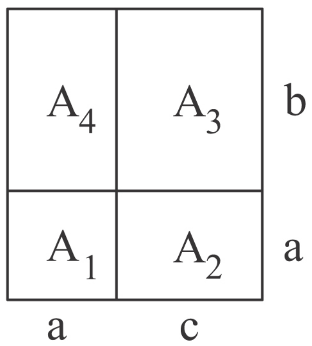
   c) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

   d) Zeichne das Dreieck, das die Seitenmitten M_a, M_b und M_c als Eckpunkte hat. Notiere die Koordinaten der Eckpunkte.

   e) Betrachte das Dreieck $M_aM_bM_c$. Wie viel Prozent der Fläche des Dreiecks ABC nimmt es ein?

   f) Das Dreieck ABC soll so gedreht werden, dass dieses Ursprungsdreieck zusammen mit dem gedrehten Dreieck ein Viereck ergibt. Der Flächeninhalt des Vierecks soll doppelt so groß sein wie der des Ursprungsdreiecks. Gib einen Drehpunkt und die Größe des Drehwinkels an.

3. Der Flächeninhalt der Gesamtfigur wird mit A bezeichnet.
   Die Seitenlängen sind immer ganzzahlig.

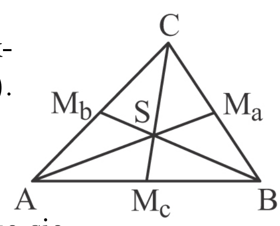


   a) (1) Berechne A, wenn $a = 3$ cm, $b = 4$ cm und $c = 5$ cm.
   (2) Berechne A, wenn $a = 4$ cm, $b = 3$ cm und $A_3 = 27$ cm^2.

   b) A_3 ist 18 cm^2 und A_4 ist 6 cm^2 groß. Finde Werte für a, b und c, von denen a der kleinste und c der größte ist.

   c) Es sind nun $A_1 = 64$ cm^2 und $A = 340$ cm^2. Wie lang können b und c sein? Gib die beiden Lösungspaare an.

4. Die Seitenhalbierende in einem Dreieck ist die Strecke zwischen einem Eckpunkt und dem Mittelpunkt der gegenüber liegenden Seite (z. B. $s_a = \overline{AM_a}$).



   a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $c = \overline{AB} = 4$ cm, $\alpha = 110°$ und der Seitenhalbierenden s_b der Seite b mit $s_b = 5$ cm.
   (2) Zeichne die beiden fehlenden Seitenhalbierenden ein und beschrifte sie.

   b) Die Seitenhalbierenden schneiden sich in einem Punkt, dem „Schwerpunkt" (S). Der Punkt S teilt jede Seitenhalbierende im Verhältnis $\frac{1}{3} : \frac{2}{3}$, d.h. die Strecke $\overline{AS}$ ist doppelt so lang wie die Strecke $\overline{SM_a}$. Konstruiere das Dreieck ABC mit $c = 8$ cm, $s_a = 7,5$ cm, $s_b = 6$ cm.

   c) In einem anderen Dreieck ABC sind alle drei Seitenhalbierenden gleich lang. Bestimme die Größe (1) des Winkels $\alpha = \sphericalangle BAC$ (2) des Winkels $\varepsilon = \sphericalangle ASB$

5. Durch die weltweite Wirtschaftskrise wurde der Suezkanal im Jahr 2009 nur noch von 16 800 Schiffen durchfahren. Das war ein Rückgang von 20 % gegenüber dem Jahr zuvor. 32 % der Schiffe, die den Kanal 2009 durchfuhren, waren Öltanker. Im Jahr 2009 betrug die durchschnittliche Gebühr für eine Fahrt durch den Kanal 260 000 US-Dollar. Im Jahr 2010 stieg die Anzahl der durchfahrenden Schiffe um 15 % im Vergleich zum Vorjahr an, die Gebühren wurden um 5 % erhöht.

   a) Wie viele Schiffe, die 2009 den Kanal durchfuhren, waren Öltanker?

   b) Wie hoch waren 2009 die Gesamteinnahmen (Gebühren für die Durchfahrt)?

   c) Um wie viel Prozent stiegen die Einnahmen im Jahr 2010 gegenüber 2009?

   d) Wie viele Schiffe durchfuhren den Kanal im Jahr 2008?

   e) Um wie viel Prozent hat sich die Anzahl der durchfahrenden Schiffe von 2008 bis 2010 verringert?

6. a) Nico besitzt ein quaderförmiges Aquarium (120 cm lang, 30 cm breit, 40 cm hoch). Neulich las er im Internet, dass für einen ausgewachsenen Fisch gilt: Pro 0,5 cm Fischlänge sind bei artgerechter Haltung 2 Liter Wasser notwendig. Nico hat 5 Pinzettfische (Länge jeweils 2,5 cm), 2 Guppies (je 3 cm) und 2 Diskusfische (je 5 cm).

   (1) Zeige durch Rechnung, dass Nico seine Fische artgerecht hält.
   (Hilfe: 1 Liter = 1 dm^3 = 1000 cm^3)

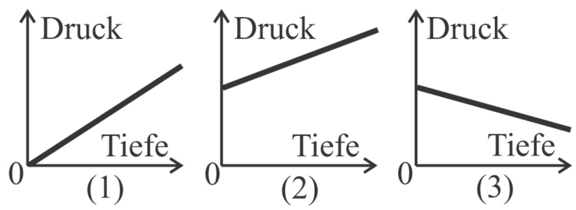
   (2) Nico möchte noch mindestens zwei ausgewachsene Fische der schon vorhandenen Sorten zukaufen und seine Fische weiterhin artgerecht halten. Nenne alle Möglichkeiten.

   b) Kevin hat in der Tauchschule die Faustregel gelernt: An der Wasseroberfläche herrscht ein Druck von 1 bar und unter Wasser steigt der Druck alle 10 m um 1 bar an.

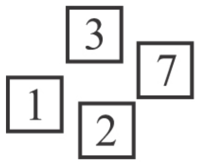
   (1) Er taucht 8 m tief. Berechne den Gesamtdruck in 8 m Tiefe.

   (2) Der Tauchlehrer tauchte schon bei einem Gesamtdruck von 5,3 bar. Wie tief war er da?

   (3) Welches der nebenstehenden Diagramme stellt den Zusammenhang Tiefe - Druck dar?



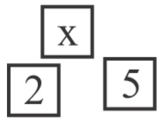
7. a) Du hast nebenstehende Ziffernkarten zur Verfügung und legst vierstellige Zahlen.



   (1) Wie hoch ist die Differenz zwischen der größten und der kleinsten vierstelligen Zahl?

   (2) Wie viele verschiedene vierstellige Zahlen kannst du daraus bilden?

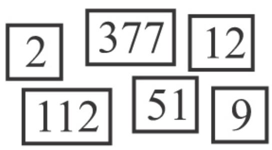
   b) Du hast nebenstehende Ziffernkarten zur Verfügung und legst dreistellige Zahlen. Für x soll eine Ziffer gewählt werden, sodass



   (1) die Differenz zwischen der größten und der kleinsten dreistelligen Zahl möglichst groß ist. Gib diese Differenz an.

   (2) die Differenz zwischen der größten und der kleinsten Zahl möglichst klein ist. Es gibt mehrere Möglichkeiten, nenne sie alle.

   c) Du hast nebenstehende Karten zur Verfügung und legst mehrstellige Zahlen.



   (1) Wie viele vierstellige Zahlen kannst du mit jeweils zwei Karten legen?

   (2) Gib die zweitgrößte zwölfstellige Zahl an.

   (3) Bei wie vielen zwölfstelligen Zahlen folgt auf die 7 eine 1?

AUFGABENGRUPPE C **07.03.2012**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Bestimme x.

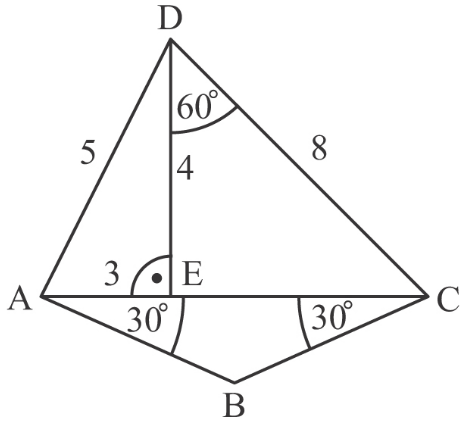
   a) $7x - 5x + 28 = 34 - 6x - 4x$

   b) $2 \cdot (6x - 5) = 6 - x - 3 + 3x$

   c) $8 \cdot (2x - 0,5) - (4,5x + 15) = 0,5x - 52$

2. a) Konstruiere die nebenstehende Figur mit den angegebenen Maßen (E liegt auf $\overline{AC}$). Alle Längenangaben sind in cm. Beschrifte die Eckpunkte.

   b) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks AED.



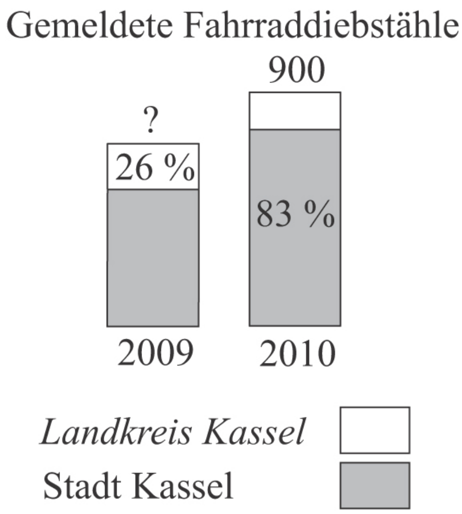
3. Eine Zeitung berichtet, dass in der Stadt Kassel und im *Landkreis Kassel* im Jahr 2010 insgesamt 900 Fahrraddiebstähle gemeldet wurden (siehe nebenstehendes Diagramm).

   a) Gib an, wie viel Prozent der Fahrraddiebstähle im Jahr 2010 im *Landkreis Kassel* gemeldet wurden.

   b) Berechne jeweils die Anzahl der als gestohlen gemeldeten Fahrräder für die Stadt Kassel und den *Landkreis Kassel* im Jahr 2010.

   c) (1) Im Jahr 2009 gab es im *Landkreis Kassel* 182 gemeldete Fälle von Fahrraddiebstahl. Berechne die Gesamtzahl der gemeldeten Fahrraddiebstähle.

      (2) Um wie viel Prozent hat sich die Anzahl der gemeldeten Fahrraddiebstähle von 2009 nach 2010 gesteigert? Runde auf ganze Prozent.



4. Im November 2011 kosteten 50 g Gold 1500 €.

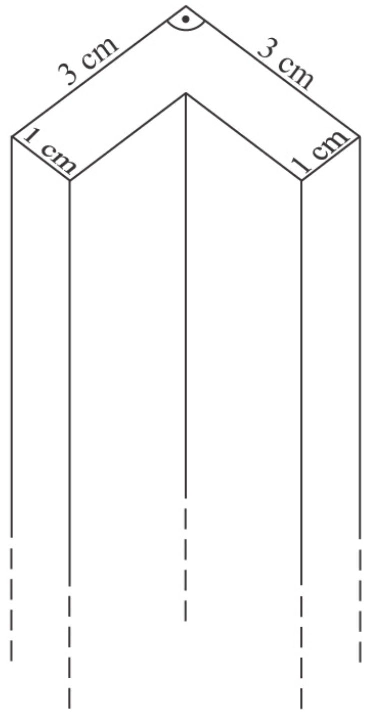
   a) Eine Goldmünze wiegt 31,1 g. Berechne den Preis.

   b) Im Dezember 2011 stieg der Goldpreis gegenüber November 2011 um 20 %. Berechne, wie teuer 50 g Gold im Dezember 2011 waren.

   c) Um den Goldpreis weltweit vergleichbar zu machen, wird dieser in amerikanischen Dollar (US \$) angegeben. Im November 2011 musste man für 1 US \$ 0,75 € bezahlen. Berechne den Preis für 50 g Gold in US \$.

   d) Eine Tippgemeinschaft hat Gold im Wert von 20 000 € gewonnen. Da die 4 Mitglieder unterschiedliche Geldbeträge eingezahlt haben, soll der Gewinn nun folgendermaßen verteilt werden: Irene erhält 25 % vom Gewinn, Uschi erhält $\frac{2}{5}$ des Gewinns, Christiane erhält $\frac{1}{8}$ des Gewinns und Elke bekommt den Rest. Berechne, für wie viel € jede Person Gold bekommt.

5. Frau Jäger möchte die 20 Winkeleisen ihres Gartenzaunes streichen. Sie ragen jeweils 1 m aus der Erde heraus. Das Winkeleisen hat die abgebildete Form.



   a) Berechne die Fläche eines Winkeleisens, die sie streichen muss. Betrachte dazu zuerst die Deckfläche und dann die Seitenflächen.

   b) Sie will Rostschutzfarbe für alle 20 Winkeleisen kaufen. Eine Dose reicht für 1,3 m^2. Gib an, wie viel Dosen sie kaufen muss.

   c) Der Garten von Frau Jäger ist rechteckig und an drei Seiten vollständig eingezäunt. Wie breit und wie lang kann der Garten sein, wenn alle 20 Winkeleisen gleichmäßig verteilt im Abstand von 2 m stehen? Gib eine Möglichkeit an. Achte darauf, dass in jeder Ecke sowie an der Hauswand ein Winkeleisen steht. Fertige eine Skizze der rechteckigen Gartenfläche mit den Winkeleisen an.

6. Die Klasse 8a hat eine Mathematikarbeit zurück bekommen.
In der folgenden Tabelle siehst du den Notenspiegel.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl der Schüler	2	4	6	5	6	2

   a) Berechne den Notendurchschnitt.
   b) Stelle den Notenspiegel in einem Säulendiagramm dar (1 Schüler entspricht 1 cm) und beschrifte es.
   c) Berechne, wie viel Prozent der Arbeiten schlechter als mit der Note 4 bewertet wurden.

7. Eric denkt sich ein System für Geheimzahlen aus.
Er überlegt sich folgende Zeichen und Regeln:
Regel 1: Jedes Zeichen darf höchstens zweimal vorkommen.
Regel 2: Das Zeichen mit dem größten Wert beginnt.
Regel 3: Die Werte der Zeichen werden addiert.

1 = ♡
·3
3 = △
·3
9 = □
·3
27 = ○
·3
81 = ◇

Bsp. 17 = □ △ △ ♡ ♡ = 9 + 3 + 3 + 1 + 1

   a) Gib an, welche Zahlen durch die folgenden Zeichenfolgen dargestellt sind.
      (1) □ □ △ △
      (2) ◇ ○ ○ □ △ △
   b) Stelle die folgenden Zahlen mit Hilfe der Zeichen dar.
      (1) 40
      (2) 105
   c) Gib das Doppelte von ○ ○ □ in Zeichen an.
   d) Schreibe mit den Zeichen den Vorgänger und den Nachfolger von □ △ △
   e) Wie heißt die größte Zahl, die man mit allen Zeichen bilden kann? Gib sie sowohl in Ziffern als auch in Zeichen an.
   f) Erweitere das Zeichensystem unter Einhaltung der Regeln so, dass du die Zahl 245 darstellen kannst, und notiere sie in Zeichen.