1. a) $\mathbb{L} = \{0; 1; 2; 3\}$, denn:
$x \cdot (3 - x) \geq 0$
Fall 1:
$x \cdot (3 - x) = 0$
$x = 0$ oder $x = 3$
Fall 2:
$x \cdot (3 - x) > 0$
$(x > 0$ und $3 - x > 0)$ oder $(x < 0$ und $3 - x < 0)$
$(x > 0$ und $x < 3)$ oder $(x < 0$ und $x > 3)$
$x = 1$ oder $x = 2$

b) $\mathbb{L} = \{\ldots; -5; -4; -2; -1; 4; 5; 6; \ldots\}$, denn:
Für $x \neq -3$ gilt $(3 + x)^2 > 0$
$(-x > 0$ und $3 - x > 0)$ oder $(-x < 0$ und $3 - x < 0)$
$(x < 0$ und $x < 3)$ oder $(x > 0$ und $x > 3)$
$x < 0$ oder $x > 3$

c) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; 5; 6; \ldots\}$, denn:
$x \cdot (x + 2) \cdot (x - 5) \geq 0$
Fall 1:
$x \cdot (x + 2) \cdot (x - 5) = 0$
$x = 0$ oder $x + 2 = 0$ oder $x - 5 = 0$
$x = 0$ oder $x = -2$ oder $x = 5$
Fall 2:
$x \cdot (x + 2) \cdot (x - 5) > 0$
(1) $x > 0$ und $(x + 2) > 0$ und $(x - 5) > 0$
$x > 0$ und $x > -2$ und $x > 5$
$x > 5$
(2) $x > 0$ und $(x + 2) < 0$ und $(x - 5) < 0$
$x > 0$ und $x < -2$ und $x < 5$
$\mathbb{L} = \{ \ \}$
(3) $x < 0$ und $(x + 2) < 0$ und $(x - 5) > 0$
$x < 0$ und $x < -2$ und $x > 5$
$\mathbb{L} = \{ \ \}$
(4) $x < 0$ und $(x + 2) > 0$ und $(x - 5) < 0$
$x < 0$ und $x > -2$ und $x < 5$
$x = -1$

---

2. a) Hinweise zur Konstruktion von k_3:
Zeichnen von k_1 und k_2
Kreis um M_1 mit $r = r_1 + 2$ cm $= 6$ cm
und Kreis um M_2 mit $r = r_2 + 2$ cm $= 5$ cm.
M_3 als ein Schnittpunkt der beiden Kreise

b) Hinweise zur Konstruktion von k_3:
Zeichnen von k_1 und k_2
Kreis um M_1 mit $r = r_1 - 1,5$ cm $= 3{,}5$ cm
und Kreis um M_2 mit $r = r_2 + 1,5$ cm $= 4{,}5$ cm.
M_3 als ein Schnittpunkt der beiden Kreise

c) Hinweise zur Konstruktion von k_2:
Zeichnen von k_1 und g
Kreis um M_1 mit $r = r_1 + 2$ cm $= 5$ cm

			und Parallele zu g im Abstand 2 cm.
			M_2 als Schnittpunkt von Kreis und Parallele
	d)		Beschreibung der Konstruktion
			Lot auf g durch P
			Abtragen von r_1 nach unten auf diesem Lot liefert Q.
			Mittelsenkrechte von $\overline{M_1Q}$ schneidet
			Gerade durch P und Q in M_2
			Kreis um M_2 mit $\lvert M_2P\rvert = r_2$
3.	a)		Zeichnen der Figur
	b)	(1)	Bei E und D liegen rechte Winkel,
			also liegen E und D auf dem Thaleskreis über $\overline{PC}$.
			Bei F und D liegen rechte Winkel,
			also liegen F und D auf dem Thaleskreis über $\overline{BP}$.
			Bei E und F liegen rechte Winkel (in den Teildreiecken),
			also liegen E und F auf dem Thaleskreis über $\overline{AP}$.
			Damit sind die genannten Vierecke auch Sehnenvierecke.
		(2)	$ABCP$ ist ein Sehnenviereck; damit ist $\sphericalangle APC + \beta = 180°$.
			$FBDP$ ist ein Sehnenviereck; damit ist $\sphericalangle FPD + \beta = 180°$.
			Also gilt: $\sphericalangle APC = \sphericalangle FPD = 180° - \beta$
		(3)	Wenn man den Umkreis des Vierecks $ECDP$ betrachtet, so sind
			$\sphericalangle CPD$ und $\sphericalangle CED$ Peripheriewinkel
			über derselben Sehne $\overline{CD}$, also gleich groß.
			Wenn man den Umkreis des Vierecks $EPAF$ betrachtet, so sind
			$\sphericalangle APF$ und $\sphericalangle AEF$ Peripheriewinkel
			über derselben Sehne $\overline{AF}$, also gleich groß.
		(4)	$\sphericalangle APC + \sphericalangle CPD = \sphericalangle FPD + \sphericalangle APF$, also ist $\sphericalangle CPD = \sphericalangle APF$
			und somit auch $\sphericalangle CED = \sphericalangle AEF$ (mit je einem Schenkel und dem
			Scheitel E auf $\overline{AC}$).
			Da $\sphericalangle CED$ und $\sphericalangle AEF$ Scheitelwinkel sind,
			liegt E auf der Geraden durch F und D (also auf der Strecke $\overline{DF}$).
			alternativ:
			$\sphericalangle DEA + \sphericalangle CED = 180°$, weil AC eine Gerade ist. $\sphericalangle DEA + \sphericalangle AEF = 180°$,
			also liegt E auf der Geraden durch F und D (also auf der Strecke $\overline{DF}$).
4.	a)	(1)	40 Trüffel, denn:
			$12 + 10 = 22$ Trüffel entsprechen $100\ \% - 45\ \% = 55\ \%$.
		(2)	4 Trüffel, denn:
			nach dem Herausnehmen insgesamt 36 Trüffel
		(3)	8 braune Trüffel durch andersfarbige Trüffel ersetzen
			oder 80 andersfarbige Trüffel zu den 40 hinzugeben
			(weitere Möglichkeit: x braune Trüffel herausnehmen ($x \le 8$)
			und dann $80 - 9x$ andersfarbige Trüffel dazulegen)
			neuer Anteil brauner Trüffel: $\frac{12}{40} : 3 = \frac{1}{10}$
	b)		27 rote Trüffel, denn:
			75 Trüffel insgesamt
			z. B. Ansatz: Anzahl aller Trüffel n führt zu $0{,}36n + (0{,}36n + 2) + 19 = n$
	c)		2 der untenstehenden Möglichkeiten (je Möglichkeit 1,5)
			(Es gibt folgende Lösungen als Tripel (rot, braun, weiß):
			(22/10/23); (20/8/22); (18/6/21); (16/4/20); (14/2/19)
			und rein formal auch (12/0/18))
			z. B. Ansatz: $0{,}4n + (0{,}4n - 12) + x = n$ führt zu $x = 0{,}2n + 12$
			Dazu wird verlangt: $0{,}4n < 0{,}2n + 12$, d. h. $n < 60$

5. a) 1; 2; 3; 4; 6

b) (1) 3^4 (= 81)

(2) 3^7 (= 2187)

(3) $2^2 \cdot 3^7$ (= 8748)

c) Strategie (das Produkt sollte möglichst oft den Faktor 3 enthalten)
mit Begründung:
Summanden $s > 4$ lassen sich als $2 + (s-2)$ schreiben
und $2 \cdot (s-2) = 2s - 4 > s$
Somit erhöht sich das Produkt nicht, wenn Summanden größer als 4 sind.
Der Summand 4 oder zweimal der Summand 2 ändern das Produkt nicht.
Der Summand 1 erhöht das Produkt nicht,
verringert aber den Wert eines Faktors.
Da $2 \cdot 2 \cdot 2 < 3 \cdot 3$ ist, folgt, dass der Faktor 3 dem Faktor 2
nach Möglichkeit vorzuziehen ist.

---

6. a) (1) $6! = 720$

(2) $(n+1) \cdot n! = (n+1) \cdot n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1 = (n+1)!$

(3) $\frac{31!}{29!} = \frac{31 \cdot 30 \cdot 29!}{29!} = 31 \cdot 30 = 930$

b) (1) $\binom{31}{29} = \frac{31!}{29! \cdot 2!} = \frac{31 \cdot 30}{2} = 465$

(2) $\frac{\frac{17!}{14! \cdot 3!}}{\frac{16!}{14! \cdot 2!}} = \frac{17! \cdot 2!}{16! \cdot 3!} = \frac{17}{3}$

$$\frac{\binom{n}{k}}{\binom{n-1}{k-1}} = \frac{n}{k}$$

$$\frac{\binom{n}{k}}{\binom{n-1}{k-1}} = \frac{\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!}}{\frac{(n-1)!}{(k-1)! \cdot (n-1-k+1)!}}$$

$$= \frac{n! \cdot (k-1)! \cdot (n-k)!}{k! \cdot (n-k)! \cdot (n-1)!} = \frac{n \cdot (n-1)! \cdot (k-1)!}{k \cdot (k-1)! \cdot (n-1)!} = \frac{n}{k}$$

(3) $$\frac{(n+1)!}{(n+1-k-1)! \cdot (k+1)!} = \frac{n!}{(n-k)! \cdot k!} + \frac{n!}{(n-k-1)! \cdot (k+1)!}$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-k)! \cdot (k+1)!} = \frac{n! \cdot (k+1) + n! \cdot (n-k)}{(n-k)! \cdot (k+1)!}$$

$$\frac{(n+1)!}{(n-k)! \cdot (k+1)!} = \frac{n! \cdot (n+1)}{(n-k)! \cdot (k+1)!}$$

---

7. a) (1) p = $0{,}6^2$ (= 0,36)

(2) p = $0{,}6 \cdot 0{,}4 \cdot 2$ (= 0,48)

(3) p = $0{,}4^3 + 0{,}4^2 \cdot 0{,}6 \cdot 3 + 0{,}4 \cdot 0{,}6^2 \cdot 3$ (= 0,784)
alternativ: p = $1 - 0{,}6^3$ (= 0,784)

b) Patricks Trefferwahrscheinlichkeit beträgt p = 0,5.
Ansatz: p · 2p = 0,5, also p = 0,5.

c) Die maximal mögliche Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{\mathrm{n}}$.
Ansatz: p · np soll möglichst groß werden. Die Trefferwahrscheinlichkeit np
von Christina kann maximal 1 betragen. Dann ist Rolfs Trefferwahrscheinlichkeit
$\frac{1}{\mathrm{n}}$. Insgesamt ergibt sich $\mathrm{p} \cdot \mathrm{np} = \frac{1}{\mathrm{n}} \cdot \mathrm{n} \cdot \frac{1}{\mathrm{n}} = \frac{1}{\mathrm{n}}$

1. a) $\mathbb{L} = \{-3\}$ oder $x = -3$, denn:
   $x^2 + x - 2 = x^2 + 2x + 1$
   b) $\mathbb{L} = \{-2; -1; 0; \ldots\}$, denn:
   $-10x^2 + 25x + 4x - 10 \geq 9x^2 + 6x + 1 - 19x^2 - 57$
   $23x \geq -46$
   $x \geq -2$
   c) $\mathbb{L} = \{-1; 0\}$
   d) $\mathbb{L} = \{-1; 1\}$

---

2. a) 300 000 ha, denn:
   1 980 000 t : 6600 kg/ha
   b) 6204 kg, denn:
   $6600 \mathrel{\hat{=}} 100\ \%$
   $66 \mathrel{\hat{=}} 1\ \%$
   $6204 \mathrel{\hat{=}} 94\ \%$
   c) 6875 kg, denn:
   $96\ \% \mathrel{\hat{=}} 6600$ kg
   $1\ \% \mathrel{\hat{=}} 68{,}75$ kg
   d) (1) $66{,}\overline{6}$ % teurer, denn:
   $100\ \% \mathrel{\hat{=}} 18$ €
   $5{,}\overline{5}\ \% \mathrel{\hat{=}} 1$ €
   $166{,}\overline{6}\ \% \mathrel{\hat{=}} 30$ €
   (2) 40 % günstiger, denn:
   $100\ \% \mathrel{\hat{=}} 30$ €
   $3{,}\overline{3}\ \% \mathrel{\hat{=}} 1$ €
   $60\ \% \mathrel{\hat{=}} 18$ €

---

3. Konstruktion:
   a) Beispiel: 2 gleichlange Diagonalen, die sich im rechten Winkel schneiden und halbieren, dann Ecken verbinden.
   b) Beispiel: 2 gleichlange Diagonalen, die sich nicht im rechten Winkel schneiden, aber halbieren, dann Ecken verbinden.
   c) Beispiel: 2 unterschiedlich lange Diagonalen (eine davon 6 cm lang), die sich unter einem Winkel ungleich 90° schneiden und halbieren, dann Ecken verbinden.
   d) Beispiel: 2 gleichlange Diagonalen, die sich im gleichen Verhältnis schneiden (aber nicht halbieren), dann Ecken verbinden
   e) Beispiel: 2 Diagonalen von einem Eckpunkt zeichnen (Winkel $36° = \frac{540°}{5} : 3$), von den beiden neu entstandenen Eckpunkten jeweils eine weitere Diagonale zeichnen (Winkel 36°), Ecken verbinden
   f) Beispiel: Kreis mit $r = 3$ cm, Radius 6-mal auf Kreislinie abtragen, Ecken verbinden

---

4. a) (1) Beispiel:
   $5 \text{ cm} \cdot 5 \text{ cm} = 25 \text{ cm}^2$
   $2 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 16 \text{ cm}^2$
   $25 \text{ cm}^2 - 16 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$
   (2) Die Seitenlänge müsste kleiner oder gleich 3 sein.
   (3) 25 cm^2
   Beispiel: $8 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} = 64 \text{ cm}$

		$3\text{ cm} \cdot 13\text{ cm} = 39\text{ cm}^2$
		$64\text{ cm}^2 - 39\text{ cm}^2 = 25\text{ cm}^2$
	(4)	Beispiel:
		Wenn man die Quadratseite um n verändert, so verringert sich der Flächeninhalt des entstandenen Rechtecks um n^2.
b)	(1)	$(x+n) \cdot (x-n) = x^2 - n^2$
	(2)	$(x-n)$ muss > 0 sein, also muss x größer sein als n.

5.	a)		Koordinatensystem mit Kreis
	b)	(1.1)	beide Dreiecke korrekt gezeichnet
		(1.2)	$A = 12\text{ cm}^2$
		(2)	$y = -3$
		(3)	$(0\|4)$, $(0\|-4)$
	c)	(1)	$A = 32\text{ cm}^2$
		(2)	$d = 14\text{ cm}$
			$r = 7\text{ cm}$

6.	a)	(1)	13
		(2)	28
	b)		12 Kugeln
			32 Stäbe
	c)		Typ 5
			160 Stäbe
			Anmerkung:

Typ	Anzahl Stäbe	Anzahl Kugeln
1	8	5
2	$8 + 4 \cdot 5 = 28$	$5 + 4 \cdot 2 = 13$
3	$28 + 4 \cdot 8 = 60$	$13 + 4 \cdot 3 = 25$
4	$60 + 4 \cdot 11 = 104$	$25 + 4 \cdot 4 = 41$
5	$104 + 4 \cdot 14 = 160$	$41 + 4 \cdot 5 = 61$

7.	a)	(1)	$\frac{30}{100}$
		(2)	$\frac{20}{100} \cdot \frac{50}{99}$
		(3)	$\frac{20}{100} \cdot \frac{19}{99}$
		(4)	$\frac{20}{100} \cdot \frac{19}{99} \cdot \frac{18}{98} + \frac{30}{100} \cdot \frac{29}{99} \cdot \frac{28}{98} + \frac{50}{100} \cdot \frac{49}{99} \cdot \frac{48}{98}$
	b)	(1)	z. B. H: 11, Z:1, E:38 und H: 14, Z: 1, E: 35
		(2)	$\frac{2}{100} = \frac{1}{50}$ oder $\frac{2}{100}$ von $50 = 1$
			Es geht nicht geringer, denn wenn Eukalyptus vorhanden sein soll, muss mindestens 1 solches Bonbon (also $\frac{1}{50}$) dabei sein.

---

1. a) (1) $x = 4$, denn:
$3x + 2 = 26 - 3x$
$6x = 24$
(2) $x = -3$, denn:
$1,5x - 1 = -4,5 + 0,8 + 0,6x$
$1,5x - 1 = -3,7 + 0,6x$
$0,9x = -2,7$
(3) $x = 18$, denn:
$10 - 3x + 24 - 15x + 40 = 3x + 20 - 18x$
$74 - 18x = 20 - 15x$
$-3x = -54$
b) z. B. $2x + x + (x - 3) = 53$ oder
$x + 0,5x + 0,5x - 3 = 53$ oder
$x + x + 3 + 2(x + 3) = 53$

---

2. a) Händler Isenberg: 4,89 € : 3 = 1,63 €
Händler Cetin: 12,80 € : 8 = 1,60 €
Vergleich: Händler Cetin ist günstiger.
b) 75 Tüten, denn:
$6 \cdot 50$
insgesamt 300 Brötchen
300 : 4
c) 1,92 €, denn:
100 % entsprechen 30 €
1 % entspricht 0,30 €
60 % entsprechen 18 €
30 € + 18 € = 48 €
48 € : 25
d) 40 %
z. B. „Es muss mit unterschiedlichen Grundwerten gerechnet werden.“ (oder durch Rechnung:
2 € · 20 : 100 = 0,40 €
2 € − 0,40 € = 1,60 €
1,60 € · 25 : 100 = 0,40 €
1,60 € − 0,40 € = 1,20 €
1,20 € : 2 € · 100 % = 60 %
100 % − 60 %)

---

3. a) $\beta = \delta = 112°$
z. B. $(360° - 2 \cdot 68°) : 2$
b) (1) $A = 31,5 \text{ cm}^2$
$A = 7 \text{ cm} \cdot 4{,}5 \text{ cm}$
(2) Konstruktion des Parallelogramms (mit Beschriftung):
Seite a mit Winkel α
Höhe h_a
Parallele zu d und Schnittpunkt D
c) Konstruktion des Parallelogramms (mit Beschriftung):
Diagonale e mit Schnittpunkt A
Parallele zur Seite b durch Punkt A

---

4. a) $A_1 = 1120,5 \text{ m}^2$, denn:
$A_1 = 54 \cdot 41{,}5 : 2$
$A_2 = 2273,6 \text{ m}^2$, denn:

z. B. (54 m + 38,8 m) : 2 = 46,4 m
$A_2 = 46,4$ m $\cdot$ 49 m
$A_3 = 756,6$ m^2, denn:
$A_3 = 38,8$ m $\cdot$ 19,5 m

b) $h = 65$ m, denn:
1120,5 m^2 + 2273,6 m^2+ 756,6 m^2= 4150,7 m^2
7725,7 m^2 - 4150,7 m^2 = 3575 m^2
$g = 41,5$ m + 49 m + 19,5 m = 110 m
3575 m^2 $\cdot$ 2 = 7150 m^2
7150 m^2 : 110 m

---

5. a) *Radgut*: 847,78 €, denn:
100 % entsprechen 874 €.
1 % entspricht 8,74 €.
3 % entsprechen 26,22 €.
874 € − 26,22 €
Fahrschnell: 834,20 €, denn:
3 % entsprechen 25,80 €.
1 % entspricht 8,60 €.
100 % entsprechen 860 €.
860 € − 25,80 €

b) 5 %, denn:
920 €− 874 €= 46 €
100 % entsprechen 920 €.
1 % entspricht 9,20 €.
46 € : 9,20 €

---

6. a) (1) umbauter Raum Haus: 525 m^3, denn:
Volumen Erdgeschoss: 2,8 m $\cdot$ 12,5 m $\cdot$ 10 m
= 350 m^3
350 m^3 : 2
umbauter Raum Dachgeschoss: 175 m^3
350 m^3 + 175 m^3

(2) 147 000 €, denn:
525 m^3 $\cdot$ 280 €

b) Grundfläche Erdgeschoss: 200 m^2, denn:
z. B.
243 000 € : 3 = 81 000 €
81 000 € $\cdot$ 2 = 162 000 €
162 000 € : 270 €
162 000 € : 270 € = 600
600 m^3 : 3 m
oder
243 000 € : 270 €
243 000 € : 270 € = 900
900 m^3 : 3 = 300 m^3
300 m^3 $\cdot$ 2 = 600 m^3
600 m^3 : 3 m

---

7. a) (1.1) P(gelb) = $\frac{1}{6}$

(1.2) P(rot) = $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

(2.1) P(blau, blau)= $\frac{1}{9}$, denn:
P(blau) = $\frac{1}{3}$
P(blau, blau) = $\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}$

(2.2) P(rot, grün oder grün, rot) = $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$

P(rot) = $\frac{1}{3}$
P(grün) = $\frac{1}{6}$
P(rot, grün) =$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$
P(grün, rot) =$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{18}$
P(rot, grün oder grün, rot) = $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$

b) Fläche schwarz: 4 mal, denn:
665: 1000 = 0,665 = 66,5 %
66,5 % $\approx \frac{2}{3}$
$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
Fläche weiß: 2-mal