MATHEMATIK-WETTBEWERB 2012/2013 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE A – PFLICHTAUFGABEN

P1. a) 16
b) 11
c) -16

P2. a) 5 %
b) 70 %

P3. a) x ist das Taschengeld (in €), das Jonas (pro Woche) bekommt.
(oder Vergleichbares)
b) $x = 10$ € (oder $x = 10$)
c) 24 € entsprechen 240 %.
alternativ: 14 € entsprechen 140 %.

P4. $\delta = 82°$
$\beta = 41°$
$\alpha = 57°$

P5. a) $U = 4x + 2y$ (oder auch ein anderer richtiger Term,
z. B. $x + x + x + x + y + y$)
b) $x = 4$ cm, denn:
$A = 2x^2$ (oder z. B. $A = x^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot x$)

P6. a) $\mathrm{p} = \frac{4}{6} \left(= \frac{2}{3}\right)$
b) $\mathrm{p} = 2 \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{6} \left(= \frac{4}{9}\right)$

P7.

		a)	b)	c)
Anzahl der Stiefel	28	**7**	105	**z. B. 2**
Anzahl der Taler pro Stiefel	15	60	**4**	**210**

P8. (1), (4), (6)

LÖSUNGEN/BEWERTUNGEN AUFGABENGRUPPE A – WAHLAUFGABEN

W1. a) $\mathbb{L} = \{1\}$ oder $x = 1$, denn:
$48 - 12x = 8x + 5 + 23$
$48 - 12x = 8x + 28$
$20 = 20x$

b) $\mathbb{L} = \{2\}$ oder $x = 2$, denn:

$$\begin{aligned} 6x^2 - 42x + 30x &= 21x + 6x^2 - 42 - 12x \\ -42x + 30x &= 21x - 42 - 12x \\ -12x &= 9x - 42 \\ 42 &= 21x \text{ (oder } -21x = -42) \end{aligned}$$

c) $\mathbb{L} = \{3; 4; 5; \ldots\}$, denn:

$$\begin{aligned} 4{,}5x - 21 &< 6{,}5x - 39 + 14 \\ 4{,}5x - 21 &< 6{,}5x - 25 \\ -2x &< -4 \\ 2 &< x \end{aligned}$$

d) $\mathbb{L} = \{-4; 4\}$, denn:

$x^2 - 1 = 15$

W2. a) Hinweise zur Konstruktion der beiden möglichen Dreiecke:
Seite c und Antragen von α
Vorhergehendes und Kreis um B mit $a = 4$ cm

b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Parallelstreifen der Breite h_c und Antragen von α
Antragen von γ in C

c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Parallelstreifen der Breite h_c und Antragen von α liefert C.
Kreis um C mit $r = s_c$ schneidet AB in M.
Verdopplung von AM
(Punktspiegelung von A an M)

W3. a) (1) $C(4|3)$, $D(0|3)$ (d. h. Rechteck)

(2) z. B. $E(5|3)$, $F(1|3)$ (d. h. Parallelogramm)

(3) z. B. $G(3|4)$, $H(1|4)$ (oder $G'(6|2)$, $H'(-2|2)$ oder $G''(3|3)$, $H''(0|4)$)
(d. h. Trapez oder Drachenviereck)

b) (1) 12 cm^2

(2) $B'(-4|0)$
Einzeichnen von B'

(3) $A'(0|3)$
Zeichnen des Vierecks $A'BPB'$

(4) Flächeninhalt bleibt gleich.
z. B.: Die Flächeninhalte der Dreiecke $B'BP$ und $B'BA'$
bleiben jeweils gleich, also auch deren Differenz.

W4. a) 1 500 000, denn:
900 000 entspricht 60 %.
900 000 : 0,6

b) 750 000, denn:
900 000 entspricht 120 %.
900 000 : 1,2

c) 50 %, denn:
750 000 : 1 500 000

d) 30 %, denn:
65 % von 1 500 000
975 000

975 000 : 750 000 = 1,3 (alternativ: 0,65 : 0,5 = 1,3)
alternativ:
Von 50 % auf 60 % entspricht einer Erhöhung um 20 %,
von 50 % auf 65 % entspricht einer Erhöhung um 30 %.

W5. a) (1) $p = 0{,}7^3$ (= 0,343)
(2) $0{,}7^2 \cdot 0{,}3$ (= 0,147)
(3) $0{,}3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3 + 0{,}7 \cdot 0{,}3 \cdot 0{,}7$ (= 0,21)
(4) $0{,}3^3 + 3 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}3^2$ (= 0,216)
b) p = 0,4, denn:
$(1-p) \cdot (1-p) = 0{,}36$
$1 - p = 0{,}6$

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE B – PFLICHTAUFGABEN

P1. a) 1,75
b) −13
c) $\frac{1}{2}$ (oder 0,5)

P2. a) Konstruktion des Dreiecks ABC und Beschriftung
b) Höhe auf Seite b

P3. a) 150 km
b) 110 €, denn
50 km kosten 55 € (oder 1 km kostet 1,10 €
oder ähnliches Zwischenergebnis).

P4. $\alpha = 72°$
$\beta = 110°$
$\gamma = 142°$

P5. a) (2), (4), (5)
b) (3), (5)
c) (5)

P6. 652,60 €, denn:
34,30 € · 12
411,60 €

P7.

	Würfel (1)	Würfel (2)
a [cm]	3	**6**
V [cm^3]	**27**	216
O [cm^2]	**54**	216

P8. a) 4
b) 36 %, denn:
richtiger Ansatz, z.B. $\frac{9}{25}$

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE B – WAHLAUFGABEN

W1. a) (1) $\mathbb{L} = \{7\}$ oder $x = 7$, denn:
$3x = 21$
(2) $\mathbb{L} = \{3\}$ oder $x = 3$, denn:

$$21x - 42 - 15 + 5x = 42 - 7x$$
$$26x - 57 = 42 - 7x$$
$$33x = 99$$

3) $\mathbb{L} = \{1; 2; 3\}$, denn:
$4 > x$ für $x > 0$

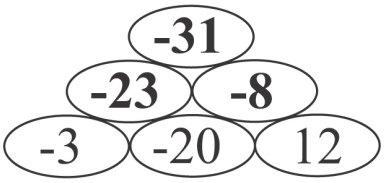
b) „Ja, er hat Recht.“ und korrekte Proben mit beiden Zahlen

W2.
a) Koordinatensystem mit Dreieck ABC
b) Parallele g
c) Bilddreieck mit Beschriftung
d) (1) $A = 4$ cm^2
(2) $A = 20$ cm^2
e) 25 %, denn:
8 cm^2 entsprechen 100 %
alternativ:
Grundseitenvergrößerung um 25 % bei konstanter Höhe
entspricht Flächenvergrößerung um 25 %

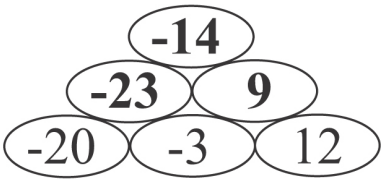
W3.
a) (1) 450
(2) 140
(3) -32, denn:
$128 - 160$
(4) 20 (oder 20 %), denn:
42 von 210
b) 16 (oder 16 %), denn:
70 von 450
$15{,}\overline{5}$ %
c) Renate hat Recht (mit Begründung).
Ansatz für (Überschlags-)Rechnung (z. B. Verlag A weniger als 2 €, aber C mehr als 2 € Kosten pro Download)

W4.
a) (1) Konstruktion des Dreiecks mit richtiger Beschriftung
(2) 13,5 cm^2, denn:
z. B. 4,5 cm $\cdot$ 6 cm : 2
Wird der Flächeninhalt mit Hilfe der eingezeichneten und richtig gemessenen Höhe h_b (= 3,6 cm, $\pm$1 mm Toleranz) ermittelt, so ist dies zu akzeptieren.
b) (1) Rechteck mit richtigen Seitenlängen
(z. B. $a = 4$ cm, $b = 6$ cm)
(2) Dreieck mit richtiger Grundseite und Höhe
(z. B. $c = 6$ cm, $h_c = 8$ cm)
(3) Trapez mit $a + c = 12$ cm (Parallelogramm wird akzeptiert)
c) Höhe des Hauses: 8 cm, denn:
a^2 = 16 cm^2
24 cm^2 $-$ 16 cm^2 = 8 cm^2
Höhe des Daches: 4 cm

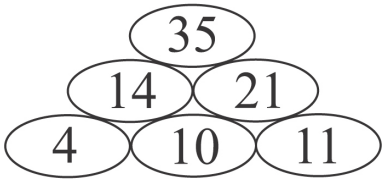
W5.
a)

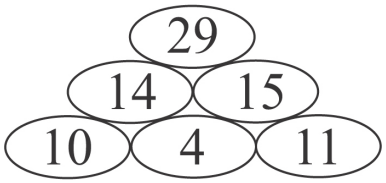


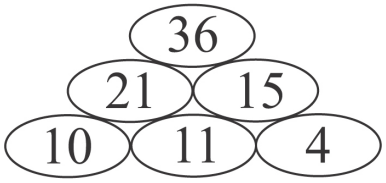
b) -14, denn:



c) Endsummen: 35; 29; 36

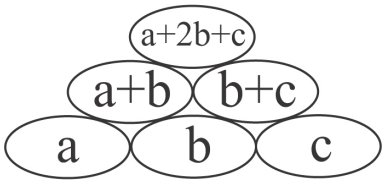




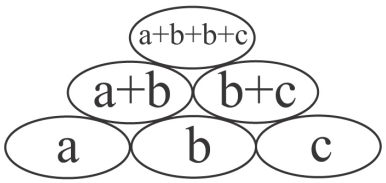


(spiegelsymmetrisch, d. h. die Mauern für 11 - 10 - 4,
11 - 4 - 10 und 4 - 11 - 10 sind natürlich auch möglich)

d)



oder



e) b = 2, denn:
$5 + 2b + 8 = 17$

f) zwei Lösungen für a und c mit $a+c = -30$
(z. B. $a = -12$, $c = -18$ und $a = 12$, $c = -42$)

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE C – PFLICHTAUFGABEN

P1.
a) 0,6
b) 16
c) 6

P2.
a) Erweiterung auf insgesamt 24 Kästchen
b) Erweiterung auf insgesamt 10 Kästchen
c) Erweiterung auf insgesamt 30 Kästchen
(Die Form der Figur ist jeweils unerheblich.)

P3. a) 15 % entsprechen 1140 Besuchern, denn:
100 % entsprechen 7600 Besuchern.
1 % entspricht 76 Besuchern
(oder anderer entsprechender Zwischenschritt).

P4.

Anzahl der Bagger	2	4	**6**	8
Anzahl der Stunden	**18**	9	6	**4,5**

P5. $\alpha = 70°$
$\beta = 54°$
$\gamma = 56°$

P6. a) Breite: $b = 8$ cm
b) $U = 40$ cm
z. B. $2 \cdot 12$ cm $+ 2 \cdot 8$ cm

P7. 13.47 Uhr, denn:
2h 15 min = 135 min
richtige Addition der Zeiten (267 min)

P8. (Angaben ohne Einheit werden auch akzeptiert)
a) $V = 640$ cm^3
b) $a = 5$ cm, denn:
250 cm^3 : 10 cm (oder ein anderer richtiger Ansatz)

LÖSUNGEN AUFGABENGRUPPE C – WAHLAUFGABEN

W1. a) (1) $x = 6$, denn:
$7x = 42$

(2) $x = -5$, denn:
$3x + 16 = -9 - 2x$
$5x + 16 = -9$
$5x = -25$

(3) $x = -1$, denn:
$6x - 2 = -8x - 16$
$14x - 2 = -16$
$14x = -14$

b) $14x$, denn:
$4x + 2x + x + x + 2x + x + x + 2x$

W2. a) (1) Orangensaft: 40 % entsprechen 8 Liter.
Wintertee: 35 % entsprechen 7 Liter.
Multivitaminsaft: 20 Liter − 8 Liter − 7 Liter = 5 Liter
alternativ: 25 % entsprechen 5 Liter.
Ansatz, z. B.
100 % entsprechen 20 Liter, 1 % entspricht 0,2 Liter.

(2) z. B. Feld Orangensaft (4 cm)
Feld Wintertee (3,5 cm)
korrekte Länge des Streifendiagramms
vollständige Beschriftung
(Die Anordnung der Felder ist unerheblich.)

b) 102 €, denn:
z. B. 20 Liter : 0,2 Liter = 100
$100 \cdot 1{,}20$ €
120 €

W3. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Zeichnen der Seite c

Antragen des Winkels α (oder β)

b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC:
Länge einer Seite: 4 cm
Zeichnen der Seite c (oder Seite b oder Seite a)
Vorhergehendes und Kreis um A mit dem Radius 4 cm
(oder um B)
(Die Konstruktion über die Innenwinkel (60°)
wird ebenfalls akzeptiert.)

c) (1) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC
Zeichnen der Seite a und Antragen des Winkels γ
Zeichnen der Seite b

(2) $\beta = 48°$

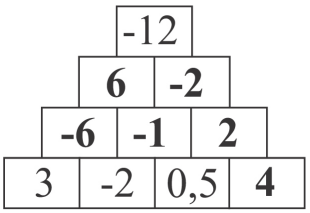
W4. a) (1) 45 %, denn:
100 % − 20 % − 35 %

(2) 100 % entsprechen 400 Kindern, denn:
35 % entsprechen 140 Kindern.
1 % entspricht 4 Kindern.

(3) Katze: 126°
Hund: 162°
Sonstige: 72°, denn:
100 % entsprechen 360°.
1 % entspricht 3,6°.

b) 32 Kinder entsprechen 20 denn:
160 Kinder entsprechen 100 %.
1 Kind entspricht 0,625 %.

W5. a)

	(−28)	+	**(+34)**	=	(+ 6)	
	+		+		+	
	(+56)	+	(−76)	=	**(−20)**	
	+		+		+	
	(−10)	+	(+18)	=	**(+8)**	
+						
	(+18)	+	**(−24)**	=	(−6)	

b)