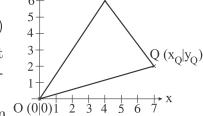
AUFGABENGRUPPE A

06.03.2013

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.
 - a) $(x+5)^2 \cdot (x-3) = 0$
 - b) $(x+5) \cdot (x-3) > 0$
 - c) $(x+5)^2 \cdot (x^2+x-4) = (x+5)^3$
 - d) $(x+5)^4 \ge 81$
- 2. a) (1) Konstruiere ein Dreieck ABC mit c=9,2 cm, $\alpha=99^\circ$ und $\beta=30^\circ$ sowie den Inkreis dieses Dreiecks.
 - (2) Verbindet man den Mittelpunkt M des Inkreises des Dreiecks ABC mit den Ecken A, B und C, so entstehen bei M drei Winkel α' , β' und γ' . Berechne α' , β' und γ' .
 - (3) Der Inkreis berührt die Seite c des Dreiecks in F_c , die Seite b in F_b und die Seite a in F_a . Zeige, dass die Dreiecke AF_cM und AMF_b kongruent sind. Nenne die beiden weiteren kongruenten Dreieckspaare.
 - (4) Berechne die Größe des Winkels $\not \subset F_bMF_c$.
 - b) Konstruiere an einen Kreis mit Radius r=2 cm zwei Tangenten, die einen Winkel von 55° einschließen.
- 3. a) Bestimme für P(4|6) und Q(7|2) den Flächeninhalt A des Dreiecks OQP.
 - b) Zeige, dass für jedes Dreieck OQP gilt: $A = \frac{1}{2}(x_Q \cdot y_P x_P \cdot y_Q)$
 - c) Zeichne in ein Koordinatensystem (1 LE $\stackrel{\triangle}{=}$ 1 cm) den Punkt Q'(6|3). Der Flächeninhalt des Dreiecks OQ'P' soll 18 cm² betragen.



 $P(x_p|y_p)$

- (1) Gib zwei Möglichkeiten für die Koordinaten des fehlenden Punktes P' an.
- (2) Beschreibe die Lage aller möglichen Punkte P'.
- d) Bei den Punkten P und Q werden sowohl die Werte der x- wie auch der y-Koordinate verdoppelt, sodass die Punkte P'' und Q'' entstehen. Wie verhält sich der Flächeninhalt des Dreiecks OQ''P'' zu dem des Dreiecks OQP?
- 4. Manchmal werden Produkte dadurch teurer, dass Hersteller weniger in die Verpackung füllen.
 - a) Der Preis für eine Packung Schokoriegel bleibt gleich.
 - (1) Wie viel Prozent beträgt die Preiserhöhung pro Riegel, wenn statt ursprünglich 20 Riegeln nur noch 16 Riegel in einer Packung enthalten sind?
 - (2) Die Packung einer anderen Sorte Schokoriegel enthält neuerdings 3 Riegel weniger als vorher, was einer Preiserhöhung von 20 % entspricht. Wie viele Riegel waren ursprünglich in einer Packung?
 - b) Ein anderer Hersteller packt jetzt statt 24 Riegeln nur noch 18 Riegel in eine Packung. Gleichzeitig verringert sich der Packungspreis. Dennoch entspricht dies einer Preiserhöhung pro Riegel von 20 %. Um wie viel Prozent verringert sich der Packungspreis?
 - c) In einer Packung befanden sich ursprünglich 25 Riegel. Durch Verringern der Anzahl der Riegel pro Packung und gleichzeitiges Erhöhen des Packungspreises ergibt sich eine Preiserhöhung um 50 % pro Riegel. Gib für die neue Packung zwei verschiedene Möglichkeiten für die Anzahl der Riegel und die prozentuale Preiserhöhung an.

5. a) Eine Zahlenfolge natürlicher Zahlen wird durch folgende Bildungsvorschrift erzeugt:

$$a_0 \xrightarrow{\cdot 3} a_1 \xrightarrow{+2} a_2 \xrightarrow{\cdot 3} a_3 \xrightarrow{+2} a_4 \dots$$

- (1) Notiere die Glieder a_1 bis a_6 der Folge mit der Startzahl $a_0=2$.
- (2) Ermittle die Startzahl a_0 , wenn gilt: $a_7 = 159$.
- (3) Für welche Startzahlen (außer 224) kommt 224 als Folgenglied vor?
- (4) Zeige, dass für die Folgenglieder a_1 , a_3 , a_5 , a_7 usw. gilt: $a_{p+2} a_p = 3 \cdot (a_p a_{p-2})$
- b) Die Bildungsvorschrift wird verallgemeinert zu:

$$a_0 \xrightarrow{\cdot m} a_1 \xrightarrow{+s} a_2 \xrightarrow{\cdot m} a_3 \xrightarrow{+s} a_4 \dots$$

- (1) Welche Bedingungen müssen a_0 , m und s erfüllen, damit nur ein einziges Folgenglied ungerade ist?
- (2) Welche Bedingungen müssen a_0 , m und s erfüllen, damit alle Folgenglieder ungerade sind?
- 6. In der Fußball- und Handballabteilung der C-Jugend eines Vereins sind insgesamt 36 Jugendliche aktiv, 25 spielen Fußball und 19 Handball.
 - a) Wie viele Jugendliche spielen sowohl Fußball als auch Handball?
 - b) Wie viele Fußballer spielen nicht Handball?
 - c) Als eine neue Volleyballabteilung gegründet wird, entschließen sich 11 der Vereinsmitglieder, zusätzlich auch noch Volleyball zu spielen. Darunter sind 7 Fußballer und 5 Handballer. Es finden sich außerdem auch noch 9 weitere Jugendliche, die der Volleyballabteilung neu beitreten, aber keine weiteren Sportarten betreiben.
 - (1) Wie viele Sportler spielen nun ausschließlich Handball?
 - (2) Wie viel Prozent der Volleyballer spielen Fußball?
 - (3) Fritz spielt Fußball. Mit welcher Wahrscheinlichkeit spielt er nicht Volleyball?
 - (4) Gibt es Jugendliche, die alle drei Sportarten betreiben? Wenn ja, wie viele?
- 7. Käsewürfel, Trauben und Mini-Würstchen werden auf pfeilförmige Spieße gesteckt, und zwar jeweils 4 Teile auf einen Spieß, z. B. Käse Traube Würstchen Käse oder auch Traube Traube Traube.
 - a) Die Reihenfolge der Zutaten auf dem Spieß spielt keine Rolle.
 - (1) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt, es, wenn alle drei Zutaten verwendet werden müssen?
 - (2) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn maximal zwei Zutaten der gleichen Sorte vorkommen dürfen?
 - (3) Wie viele Möglichkeiten gibt es, wenn in jedem Fall Käsewürfel verwendet werden sollen?
 - b) Dieselben Zutaten in verschiedener Reihenfolge auf dem Spieß gelten als verschiedene Möglichkeiten.
 - (1) Wie viele verschiedene Spieße sind möglich?
 - (2) Wie viele verschiedene Möglichkeiten gibt es für Spieße mit genau zwei Käsewürfeln?

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

AUFGABENGRUPPE B

06.03.2013

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.
 - a) $4 \cdot (2x+3) = -2 \cdot (3x-27)$
- b) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{4} = \frac{9}{4}$ c) $\frac{9}{x^2} = 1$

- d) Zahlenrätsel:
 - (1) Bildet man die Differenz aus einer Zahl und 2, so erhält man die Summe aus dem Vierfachen der Zahl und 34. Stelle eine Gleichung auf und löse sie.
 - (2) Formuliere ein entsprechendes Zahlenrätsel zur folgenden Gleichung: $\frac{x}{2} + 3 = 54$
- 2. Das nebenstehende Bild zeigt einen großen Würfel, der aus 8 kleinen Würfeln mit einer Kantenlänge von 1 cm zusammengesetzt worden ist. Die Oberfläche des großen Würfels wurde grau angestrichen.



- a) Jetzt soll aus mehreren kleinen Würfeln (Kantenlänge 1 cm) ein großer Würfel mit 4 cm Kantenlänge gebaut werden. Erneut wird nur die Oberfläche grau angestrichen, d. h. es gibt auch kleine Würfel ohne graue Farbe.
 - (1) Wie viele kleine Würfel benötigt man für den großen Würfel?
 - (2) Wie viele kleine Würfel haben
 - (2.1) drei gefärbte Seitenflächen,
- (2.4) keine gefärbte Seitenfläche,
- (2.2) genau zwei gefärbte Seitenflächen,
- (2.5) mehr als drei gefärbte Seitenflächen?
- (2.3) genau eine gefärbte Seitenfläche,
- b) Welche Kantenlänge hat ein großer Würfel, bei dem (1) 27 (2) 1000000kleine Würfel keine gefärbte Seitenfläche haben?
- c) Ein großer Würfel hat die Kantenlänge n cm. Erstelle in Abhängigkeit von n jeweils eine Formel zur Berechnung
 - (1) der Gesamtzahl der kleinen Würfel.
 - (2) der Anzahl der nicht gefärbten Würfel.
- 3. Konstruiere wie angegeben. Beschrifte nach der Konstruktion die Eckpunkte der Figuren.
 - a) Konstruiere das Dreieck ABC mit |AB| = c = 5 cm, |AC| = b = 6.5 cm, $\beta = 62^{\circ}$.
 - b) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit |AB| = a = 5 cm, $\alpha = 55^{\circ}$ und Diagonale |AC| = e = 8 cm.
 - c) (1) Konstruiere ein Quadrat mit 5 cm langen Diagonalen.
 - (2) Berechne den Flächeninhalt des Quadrats ohne zu messen.
 - (3) Ein Quadrat hat einen Flächeninhalt von 200 cm². Bestimme die Längen seiner Diagonalen.
- 4. In einer hessischen Stadt wird das wohl teuerste Stück Radweg gebaut. Der 550 m lange Weg kostet 990 000 €.
 - a) Berechne die Kosten des Radweges pro Meter.
 - b) Der neue Weg wird 2,50 m breit und asphaltiert. Die Asphaltdecke wird 3 cm dick.
 - (1) Wie groß wird die Fläche, die asphaltiert werden muss?
 - (2) Wie viel m³ Asphalt werden dafür benötigt?
 - c) Das Land Hessen übernimmt 524 700 €. Die restlichen Kosten muss die Stadt übernehmen. Wie viel Prozent der Gesamtkosten muss die Stadt bezahlen?
 - d) Ein gewöhnlicher Radweg kostet pro Meter 250 €.
 - (1) Wie viel Meter eines solchen Radweges könnte man von den 990 000 € bauen?
 - (2) Wie viel Prozent teurer ist der Radweg in der hessischen Stadt?

- 5. In einer Fernsehsendung kann man Millionär werden, indem man 15 Fragen richtig beantwortet. Die Tabelle zeigt die jeweiligen Gewinnsummen.
 - a) Wie oft verdoppelt sich die Gewinnsumme?
 - b) Beantwortet man z. B. Frage 7 richtig, erhöht sich der Gewinn um 1000 Euro, das sind hier 100~%. Welche Frage muss richtig beantwortet werden,
 - (1) um den kleinsten Gewinnsprung in Euro zu erzielen?
 - (2) um den prozentual kleinsten Gewinnsprung zu erzielen? Gib an, um wie viel Prozent sich der Gewinn erhöht.
 - c) Bei Frage 14 handelt es sich um den prozentual höchsten Gewinnsprung. Um wie viel Prozent erhöht sich die Gewinnsumme?
 - d) Die wievielte Frage muss man korrekt beantworten, damit sich der Gewinn auf das 1 $\frac{2}{3}$ fache erhöht?
 - e) Tobias überlegt, wie hoch die Höchstsumme wäre, wenn mit 50 € begonnen und sich die Gewinnsumme bei jeder Frage verdoppeln würde. Berechne unter diesen Bedingungen den Höchstgewinn.

5	500
6	1000
7	2000
8	4000
9	8000
10	16 000
11	32000
12	64 000
13	125000
14	500 000
15	1 000 000

Gewinn-

summe (€)

50

100

200

300

Frage

1

2

3

4

- 6. a) Zeichne in ein Koordinatensystem (1 cm $\stackrel{\triangle}{=}$ 1 Einheit) das Quadrat ABCD mit A(0|0), B(4|0), C(4|4) und D(0|4).
 - b) Markiere den Mittelpunkt E der Seite BC und den Mittelpunkt F der Seite CD. Zeichne die durch E und F verlaufende Gerade g.
 - (1) An welchen Stellen schneidet die Gerade g die Koordinatenachsen? Nenne den Schnittpunkt mit der x-Achse G_1 und den Schnittpunkt mit der y-Achse G_2 .
 - (2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks AG_1G_2 .
 - (3) Berechne den Flächeninhalt der Figur ABEFD.
 - c) In einer entsprechenden Figur schneidet die Gerade h die Strecke CD erneut in F und die Strecke BC in P. Der Flächeninhalt des Dreiecks PCF beträgt 1 cm².
 - (1) Gib die Koordinaten des Punktes P an.
 - (2) Bestimme den Flächeninhalt des Dreieckes, das durch die Gerade h und die beiden Koordinatenachsen gebildet wird.
- 7. Autokennzeichen in Irland sind nach einem bestimmten Muster aufgebaut. Zum Beispiel besagt das Kennzeichen 10 D 1205, dass das Auto im Jahr 2010 im Bezirk Dublin als 1205-tes Auto zugelassen wurde.
 - a) Ein Auto hat das Kennzeichen 95 CE 265.
 - (1) In welchem Jahr wurde das Auto zugelassen?
 - (2) Wie viele Autos wurden in diesem Jahr zuvor zugelassen?
 - b) Ein roter Mini wurde vor 13 Jahren als 1111-tes Auto in Dublin zugelassen. Notiere das Kennzeichen.
 - c) Am 6. März 2013 sieht John ein Auto mit dem Kennzeichen 12 D 3100. Seit wie vielen Monaten kann das Auto zugelassen sein? Gib alle Möglichkeiten an.
 - d) Die Zahl für die zugelassenen Autos kann höchstens fünfstellig sein. Wie viele Autos können in einem Jahr im Bezirk Dublin höchstens zugelassen werden?
 - e) Der Bezirk kann durch einen Buchstaben (A-Z) oder durch eine Kombination aus zwei Buchstaben (z. B. D oder XY oder DD) angegeben werden.
 - (1) Wie viele Bezirke könnten mit einem Buchstaben benannt werden?
 - (2) Wie viele Möglichkeiten gibt es insgesamt, um die Bezirke zu benennen?
 - (3) Wegen der Vielzahl von Bezirken wird überlegt, eine Kombination aus bis zu drei Buchstaben einzuführen. Gib einen Term an, mit dem man die Gesamtzahl der möglichen Bezirke berechnen kann. Du musst den Term nicht berechnen.

AUFGABENGRUPPE C

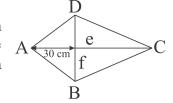
06.03.2013

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. a) Berechne x.
 - (1) 10x 14 6x = 26 2x 10
 - (2) $8 \cdot (2x 5) + 7 = 3x + 6$
 - b) Malte hat sich bei Pizza-Blitz Pizza und Salat bestellt. Er zahlt doppelt so viel für die Pizza wie für den Salat. Zusätzlich muss er für das Liefern 2 € bezahlen. Insgesamt bezahlt er 12,50 €. Berechne den Preis für die Pizza.
- 2. Die Klasse 8H feiert ein Klassenfest und möchte Fassbrause kaufen. In der Klasse sind insgesamt 24 Schülerinnen und Schüler. Im Getränkemarkt Durstig kosten 6 Flaschen Fassbrause 6,30 €.
 - a) Übertrage die Tabelle und fülle sie aus!

Flaschen	6	4	10		
Preis (€)	6,30			5,25	2,10

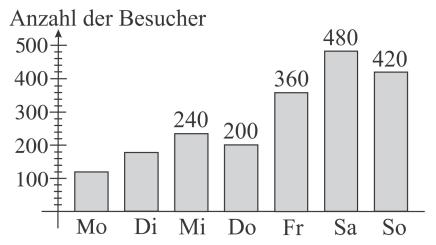
- b) Für das Klassenfest werden pro Person 5 € eingesammelt. Zwei Drittel des eingesammelten Geldes soll für die Fassbrause ausgegeben werden. Berechne, wie viele Flaschen Fassbrause die Klasse kaufen kann. Runde sinnvoll.
- c) Getränkemarkt Schluck bietet die gleichen Flaschen Fassbrause 20 % günstiger an. Berechne den Preis einer Flasche Fassbrause. Formuliere einen Antwortsatz.
- 3. Tim möchte einen Drachen bauen. Er zeichnet zuerst eine Skizze von seinem Drachen. Die Diagonalen des Drachenvierecks sollen |AC|=e=95 cm und |BD|=f=80 cm lang sein. Die Spitze A ist 30 cm vom Schnittpunkt der Diagonalen entfernt.



- a) Zeichne das Drachenviereck ABCD in einem geeigneten Maßstab und benenne die Eckpunkte.
- b) (1) Miss die Seitenlängen des Drachenvierecks in deiner Zeichnung.
 - (2) Die Seiten und Diagonalen des Drachen möchte Tim aus leichten Holzleisten anfertigen. Berechne die benötigte Gesamtlänge der Holzleisten und gib sie in Metern an.
- c) Tim möchte seinen Drachen mit einem Synthetikstoff bespannen. Berechne, wie viel m^2 Stoff mindestens benötigt werden. (Tipp: 1 m^2 entspricht 10 000 cm².)
- 4. In Bad Arolsen werden in einer Ausstellung Kunstwerke aus Marmor gezeigt. Beispielsweise steht neben dem Götterboten Hermes ein Versandpaket, in dem ein Marmorquader steckt.
 - a) Der Marmorquader muss 35 cm lang, 34 cm breit und 14 cm hoch sein, damit er in das Versandpaket passt.
 - (1) Berechne das Volumen des Marmorquaders.
 - (2) Die Versandfirma nimmt nur Pakete bis 25 kg zum Versand an. Überprüfe durch Rechnung, ob der Marmorquader verschickt werden kann. (Beachte: 1 cm³ Marmor wiegt 3 g)
 - (3) Gib das Volumen des Marmorquaders in Kubikmeter an. (Tipp: $1~{\rm m}^3=1~000~000~{\rm cm}^3$) Runde dein Ergebnis auf die zweite Stelle nach dem Komma.
 - (4) Ein Kubikmeter Marmor aus Carrara (Italien) kostet 1500 €. Berechne, wie viel der Künstler für sein Material zahlen musste. (Nutze für die Rechnung das gerundete Ergebnis von (3).)
 - b) Im Jahr 1999 wurden 1 Million Tonnen Marmor in Carrara verarbeitet. Drei Viertel davon wurden ins Ausland verkauft. Berechne diese Menge.

- 5. In den Sommerferien fährt Jenny mit ihren Eltern für drei Wochen in die USA.
 - a) Sie möchte als Taschengeld Euro (€) in US-Dollar (\$) wechseln. Für 1 € erhält man 1,25 \$.
 - (1) Berechne, wie viel \$ sie für 250 € bekommt.
 - (2) Von einer anderen USA-Reise hat sie noch 50 \$ übrig. Gib diesen Betrag in € an.
 - b) In den USA wird die Temperatur in Grad Fahrenheit (F) angeben. Die Temperatur in Grad Celsius (°C) erhält sie, indem sie von der Fahrenheit-Temperatur die Zahl 32 subtrahiert und dann das Ergebnis durch 1,8 dividiert (C = (F 32) : 1,8). Berechne, wie viel Grad Celsius einer Temperatur von 68 Grad Fahrenheit entspricht.
 - c) Die geplante Reiseroute mit dem Mietwagen ist 1863 Meilen lang. Ein Kilometer entspricht 0,621 Meilen. Berechne die Länge der Reiseroute in km.
 - d) New York hat eine Zeitverschiebung von 6 Stunden, das heißt, wenn es in Deutschland 10 Uhr vormittags ist, ist es in New York erst 4 Uhr morgens. Jenny fliegt von Frankfurt am Main mit einem Direktflug nach New York. Der Flug dauert 8 Stunden und 50 Minuten. Sie fliegt um 14:10 Uhr ab. Gib an, wie spät es in New York bei der Landung ist.
- 6. Das nebenstehende Säulendiagramm zeigt die Anzahl der Besucher eines Kinos in der ersten Septemberwoche 2012.

Insgesamt waren es in dieser Woche 2000 Besucher.



- a) (1) Lies die Anzahl der Kinobesucher am Montag ab.
 - (2) Berechne, wie viel Prozent der Besucher in der ersten Septemberwoche am Samstag ins Kino kamen.
- b) In der zweiten Septemberwoche stiegen die Einnahmen durch Eintrittsgelder um 35 % an. Das entsprach 5600 € Mehreinnahmen. Jeder Sitzplatz kostet gleich viel.
 - (1) Gib die Anzahl der Besucher an, die in der zweiten Septemberwoche das Kino besuchten.
 - (2) Berechne das Eintrittsgeld pro Person.
- c) Im Jahr 2012 besuchte die Hälfte der Kinobesucher die Abend- bzw. die Spätvorstellung. $\frac{2}{5}$ der Kinobesucher gingen in die günstige Nachmittagsvorstellung. Die restlichen Kinobesucher kamen in die Sondervorstellungen am Vormittag.
 - Gib den Anteil der Personen an, die die Sondervorstellungen besuchten.
- 7. Ein Glücksrad mit 20 gleich großen Feldern ist mit den Zahlen 1 bis 20 beschriftet.
 - a) Gib die Wahrscheinlichkeit an, eine 2 zu drehen.
 - b) Gib die Wahrscheinlichkeit an, eine gerade Zahl zu drehen.
 - c) Gib die Wahrscheinlichkeit an, eine Zahl kleiner als 6 zu drehen.
 - d) Gib die Wahrscheinlichkeit an, keine 5 zu drehen.
 - e) Die Felder des Glücksrades sollen zusätzlich angemalt werden.
 - (1) Wie viele Felder müssen rot angemalt werden, damit die Wahrscheinlichkeit, ein rotes Feld zu drehen, 35~% beträgt.
 - (2) Die Wahrscheinlichkeit, ein blaues Feld zu drehen, soll 32 % betragen. Ist dies möglich? Begründe deine Antwort.