AUFGABENGRUPPE A **22.05.2013**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$. Notiere auch deinen Lösungsweg (durch Rechnung oder in Worten).

   a) $x^3 \cdot (x^4 - 625) \cdot (x-5)^4 = 0$

   b) $x \cdot (x^4 + 1) \cdot (125 - x^3) > 0$

   c) $(x^2 - 3) \cdot (x - 3) \leq x - 3$

   d) $(x^3 + 18)^2 \leq 81$

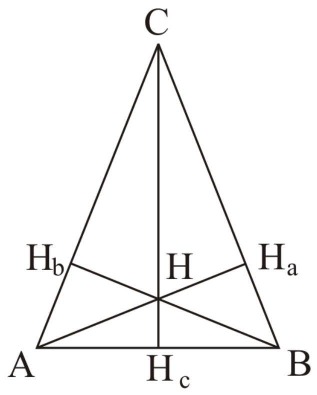
2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit seinem Inkreis (Mittelpunkt M, Radius r). Fehlende Berührpunkte mit dem Inkreis müssen konstruiert werden.

   (1) $c = 12$ cm; $\alpha = 30°$; $r = 2$ cm.

   (2) $h_C = 5$ cm; $r = 1{,}5$ cm; $w_\gamma = 7$ cm.

   b) Der Inkreis berührt Seite a im Punkt A_1, b in B_1, c in C_1. Ferner ist $|AC_1| = 5$ cm; $|C_1B| = 4$ cm; $b = 7$ cm. Berechne die Länge der Seite $a = |BC|$ und konstruiere das Dreieck ABC mit Inkreis.

3. Das Dreieck ABC ist gleichschenklig ($|AC| = |BC|$) und spitzwinklig ($\gamma < 90°$). Die Höhen des Dreiecks ABC schneiden die Dreiecksseiten in H_a, H_b bzw. H_c und haben den gemeinsamen Schnittpunkt H.



   a) Zeige: Die Punkte C, H_b, H, H_a liegen auf einem Kreis (mit Mittelpunkt M).

   b) Zeige: $\sphericalangle H_cH_bM = 90°$

   c) Zeige: Wenn das Viereck $H_cH_aMH_b$ eine Raute ist, dann ist es ein Quadrat. Wie groß ist in diesem Fall der Winkel γ?

   d) $\overline{AH}$ steht senkrecht auf $\overline{H_bH_c}$. Wie groß ist nun der Winkel γ?

4. Ein Spiel funktioniert folgendermaßen: Spieler A gibt eine Startzahl vor. Spieler B muss nun eine Veränderungszahl wählen. Dann addiert Spieler B (beginnend mit der Startzahl) von Feld zu Feld die Veränderungszahl. Kommt Spieler B in Feld (4), (5) oder (6) auf +99 oder −99, so hat er gewonnen, andernfalls Spieler A. In sämtlichen Spielfeldern sind nur ganze Zahlen zulässig.
Beispiele:

Startzahl	Veränderungszahl	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	Sieger
19	16	19	35	51	67	83	99	Spieler B
−9	−30	−9	−39	−69	−99			Spieler B
5	23	5	28	51	74	97	120	Spieler A

   a) Wie hätte Spieler B im letzten Beispiel die Veränderungszahl wählen müssen, um zu gewinnen?

   b) Kann Spieler B gewinnen, wenn A die Startzahl 2 vorgibt? Begründe.

   c) Gib eine Startzahl an, bei der Spieler B sowohl in Feld (4), als auch in (5) als auch in (6) auf −99 kommen kann. Notiere auch die zugehörigen Veränderungszahlen.

   d) Begründe, dass es keine ungeraden Startzahlen gibt, mit denen Spieler A immer gewinnt.

   e) Nenne alle Startzahlen von −10 bis 10, bei denen immer Spieler A gewinnt.

   f) Gib eine Regel an, mit der man für beliebige Startzahlen entscheiden kann, ob es für Spieler B möglich ist zu gewinnen.

5. Es gelte $\frac{a}{b} = q$.

   a) Drücke die folgenden Terme nur mit Hilfe von q aus.

      (1) $\frac{b}{a}$

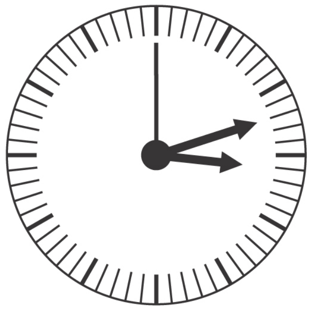
      (2) $\frac{3a + 2b}{5b}$

      (3) $\frac{a^2 - 4ab + 4b^2}{b^2}$

      (4) $\frac{a^2}{a^2 + b^2}$

   b) Berechne q, wenn gilt: $0{,}25a + 4{,}5b = 1{,}5(a + b)$

6. Bei der abgebildeten Uhr bewegen sich die Stunden-, Minuten- und Sekundenzeiger jeweils gleichmäßig, d.h. z.B. der Sekundenzeiger springt nicht von Sekunde zu Sekunde, sondern bewegt sich mit einer gleich bleibenden Geschwindigkeit.



03:12:00 Uhr

   a) Wie oft sind zwischen 0 Uhr und 12 Uhr Stunden- und Minutenzeiger übereinander, wenn man 12 Uhr mitrechnet, aber 0 Uhr nicht?

   b) Wie lange (in Stunden) dauert es von einem Zeitpunkt, an dem die Stunden- und Minutenzeiger übereinander sind bis zum nächsten Zeitpunkt?

   c) Auf welche Sekunde zeigt der Sekundenzeiger wenn sich nach 6 Uhr Stunden- und Minutenzeiger zum ersten Mal genau überdecken?

   d) Zu welchem Zeitpunkt bilden nach 4 Uhr die Stunden- und Minutenzeiger zum ersten Mal einen rechten Winkel? Gib die Uhrzeit sekundengenau an.

   e) Welchen Winkel bilden die Stunden- und Minutenzeiger um 04:36 Uhr?

7. In einem Feriencamp kann man sich Mountainbikes tageweise ausleihen. Diese müssen vorab reserviert werden. Es sind 30 Mountainbikes vorhanden.

   a) Tim wird an drei Tagen jeweils ein Mountainbike zufällig zugeteilt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erhält er jedes Mal dasselbe Mountainbike?

   Erfahrungsgemäß werden 10 % der Reservierungen nicht in Anspruch genommen.

   b) Für einen Sonntag sind alle 30 Mountainbikes reserviert. Notiere einen Term für die Wahrscheinlichkeit,

      (1) dass höchstens eine der 30 Reservierungen nicht in Anspruch genommen wird.

      (2) dass an diesem Tag mindestens ein Mountainbike nicht zum Einsatz kommt.

   c) Damit weniger Mountainbikes ungenutzt herumstehen, überlegt der Verleiher, mehr als 30 Reservierungen anzunehmen. Hierzu notiert er folgende Rechnungen:

      I $0{,}9^{31} \approx 3{,}8$ %

      II $0{,}9^{32} + 0{,}9^{31} \cdot 0{,}1 \cdot 32 \approx 15{,}6$ %

      III $0{,}9^{33} +$ ________________ $+ 0{,}9^{31} \cdot 0{,}1^2 \cdot 33 \cdot 32 : 2 \approx 34{,}6$ %

      Erläutere die Rechnungen I und II bezogen auf das Problem; gehe bei II. auf beide Summanden ein. Ergänze in III den fehlenden Summanden.

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE B **22.05.2013**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Für $x = 3$ und mit dem richtigen Zahlenwert für $\square$ ist die folgende Gleichung eine wahre Aussage: $2x^2 - 3x + \square = 1$
   Berechne den Zahlenwert für $\square$.

   b) Gib die Lösungsmenge in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.
   $(2x + 5)^2 - [(2x - 5)(2x + 5)] > 25$

   c) Stelle eine Gleichung für das folgende Zahlenrätsel auf und löse es.
   Multipliziert man den Vorgänger und den Nachfolger einer Zahl x, so erhält man das Quadrat der Zahl x vermehrt um x.

2. a) Zeichne in ein Koordinatensystem (Einheit: 1 cm) die Punkte $A(-3|-1)$; $B(3|-1)$ und $D(-6|3)$. Ergänze C so, dass ein achsensymmetrisches Trapez $ABCD$ mit $AB||CD$ entsteht. Notiere die Koordinaten von C.

   b) Berechne den Flächeninhalt des Trapezes $ABCD$.

   c) Die Mittelpunkte der Trapezseiten bilden eine Raute. Bestimme deren Flächeninhalt.

   d) In einer entsprechenden Figur bleiben die Koordinaten der Punkte C und D unverändert, nur die x-Koordinaten der Punkte A und B werden verändert.
   (1) Wie lang ist die Seite $\overline{AB}$ des Trapezes, wenn der Flächeninhalt der Raute 100 cm^2 beträgt?
   (2) Warum muss der Flächeninhalt des Trapezes größer als 24 cm^2 sein?

3. Um den Anhalteweg eines Autos abzuschätzen, lernt man in der Fahrschule nebenstehende Formeln. Addiert man zum Reaktionsweg R (in m) den Bremsweg B (in m), erhält man den Anhalteweg (A).

   $R = \frac{x}{10} \cdot 3 \qquad B = \frac{x^2}{100}$
   $x =$ Geschwindigkeit in km/h

   a) Berechne den Anhalteweg für eine Geschwindigkeit von 70 km/h.

   b) Der Reaktionsweg beträgt 24 m. Berechne die Geschwindigkeit des Autos.

   c) Bei welcher Geschwindigkeit (größer Null) sind Reaktions- und Bremsweg eines fahrenden Autos gleich groß?

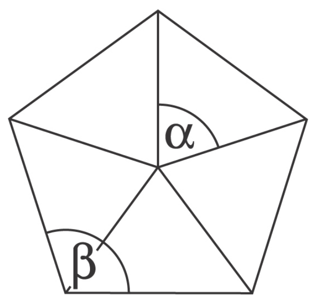
   d) Der Bremsweg ist 25 m lang. Berechne den Anhalteweg.

   e) Welche der drei Aussagen ist richtig? Notiere den Lösungsbuchstaben.
   Wenn sich die Geschwindigkeit verdoppelt, verdoppelt sich auch der
   A Anhalteweg B Bremsweg R Reaktionsweg

4. a) (1) Konstruiere das Dreieck ABC mit $a = |BC| = 7$ cm, $\alpha = 42°$, $b = |AC| = 5{,}5$ cm.
   (2) Konstruiere den Umkreis des Dreiecks ABC.

   b) Konstruiere das Dreieck ABC mit $b = |AC| = 6$ cm, der Winkelhalbierenden $w_\alpha = 6{,}5$ cm und $\alpha = 50°$.

   c) Die Abbildung zeigt ein regelmäßiges Fünfeck.



   (1) Berechne die Größe der Winkel α und β. Notiere deinen Rechenweg.
   (2) Für ein regelmäßiges Fünfeck berechnet man die Innenwinkelsumme mit der Formel $I_5 = 5 \cdot \beta$. Bestimme jeweils die Innenwinkelsumme eines Sechsecks I_6 und eines Zehnecks I_{10}.
   (3) Die Innenwinkelsumme eines n-Ecks I_n beträgt 2340°. Bestimme n.

5. Die Vermehrungsrate von Wildschweinen ist in deutschen Wäldern stark vom Nahrungsangebot abhängig. Ohne Berücksichtigung von zum Beispiel Jagd und Verkehrsunfällen steigt die Anzahl der Tiere in futterreichen Jahren um 200 %, in normalen um 130 % und in futterarmen um 80 %.

   a) Maren behauptet: „Am Ende eines futterreichen Jahres gibt es doppelt so viele Wildschweine wie zu Jahresbeginn.“ Hat sie Recht? Begründe!

   b) Um die Vermehrung in einem vertretbaren Rahmen zu halten, soll das Zahlverhältnis der männlichen zu den weiblichen Tieren 1,2 zu 1 („1,2 : 1“) betragen.

      (1) Gib ein Zahlenbeispiel an, wie viele männliche und weibliche Wildschweine auf einem beliebigen Gebiet leben können, damit dieses Geschlechterverhältnis erfüllt ist.

      (2) Gib ein weiteres Zahlenbeispiel an, bei dem beide Anzahlen im Bereich von 150 bis 200 liegen.

      (3) Gib die Anzahl der männlichen Wildschweine an, wenn es insgesamt 165 Tiere sind.

   c) Im gräflichen Forst „Lilienthal“ leben 55 Wildschweine.

      (1) Auf einem Gebiet von 100 Hektar sollten 0,5 bis 2,5 Wildschweine leben. Wie groß sollte „Lilienthal“ demnach mindestens und höchstens sein?

      (2) Berechne die Anzahl der Wildschweine im gräflichen Forst „Lilienthal“ am Ende eines futterarmen Jahres.

6. Frau Muth hat sich ein neues Auto gekauft. Das Fahrzeug fährt mit Diesel. Es hat einen 40-Liter-Tank. Die Angabe 3,72 l/100 km bedeutet, dass das Auto 3,72 Liter Treibstoff für 100 gefahrene km benötigt. Der Fahrzeughersteller gibt den durchschnittlichen Treibstoffverbrauch so an:

   Verbrauch durchschnittlich ($\frac{1}{3}$ innerorts und $\frac{2}{3}$ außerorts): 3,8 l/100 km
   Verbrauch innerorts: 4,6 l/100 km Verbrauch außerorts: 3,4 l/100 km

   a) Bevor Frau Muth das Auto kauft, stellt sie verschiedene Berechnungen an.

      (1) Berechne, wie viel Liter Diesel für eine 180 km lange Autobahnfahrt (außerorts) benötigt werden.

      (2) Berechne, wie weit man mit einer Tankfüllung in der Stadt (innerorts) fahren kann. Runde auf ganze Kilometer.

      (3) Bei Innerortsfahrten verbraucht das Fahrzeug mehr Treibstoff als bei Außerortsfahrten. Gib den Mehrverbrauch innerorts in % an. Runde auf ganze Prozent. Notiere einen Antwortsatz.

   b) Die Angaben der Fahrzeughersteller zum Kraftstoffverbrauch werden nicht im wirklichen Straßenverkehr ermittelt, sondern auf einem Messstand. Nachdem Frau Muth das Auto gekauft hat, überprüft sie die Angaben des Herstellers. Sie ist 820 km mit dem Auto gefahren. Das Auto hat dabei 37,72 Liter Diesel verbraucht. Berechne, um wie viel Prozent der tatsächliche Verbrauch höher ist als der vom Hersteller angegebene durchschnittliche Verbrauch. Runde auf ganze Prozent.

   c) Herr Siebrecht fährt mit dem gleichen Automodell $\frac{2}{3}$ innerorts und $\frac{1}{3}$ außerorts. Wie hoch müsste dann der durchschnittliche Verbrauch nach den Herstellerangaben sein? Berechne.

7. Pia sammelt 2 €-Münzen verschiedener Länder. In ihrem Stoffbeutel befinden sich 8 Münzen aus Frankreich, 5 Münzen aus Spanien, 4 aus Italien und 3 aus Österreich.

   a) Es wird eine Münze gezogen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit kommt die Münze nicht aus Italien?

   b) Es werden nacheinander zwei Münzen aus dem Beutel genommen und auf den Tisch gelegt. Bestimme jeweils die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis:

      (1.1) Die erste gezogene Münze stammt aus Spanien, die zweite aus Österreich.

      (1.2) Verändert sich die Wahrscheinlichkeit im Vergleich zu (1.1), wenn zuerst die österreichische und danach die spanische Münze gezogen wird? Begründe.

      (2) Eine der beiden Münzen stammt aus Frankreich, die andere aus Österreich.

      (3) Beide Münzen stammen aus Italien.

      (4) Beide Münzen stammen aus demselben Land.

      (5) Beide Münzen stammen aus verschiedenen Ländern.

   (**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE C **22.05.2013**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Berechne x.
   (1) $3x - 2 + 1{,}2x = -8{,}5 + 2{,}2x - 5{,}5$
   (2) $2 \cdot (3{,}5x - 4) = 15 + 2x - 3 \cdot (x + 5)$

   b) Berechne, wie viel Euro (€) Taschengeld jedes der drei Kinder im Monat bekommt.
   Anna (13 Jahre): „Ich bekomme doppelt so viel Taschengeld wie Carolin."
   Benjamin (14 Jahre): „Ich erhalte für jedes meiner Lebensjahre 1,50 €."
   Carolin (12 Jahre): „Dann bekommen wir ja alle zusammen 48 €."

2. Herr Horbach kauft sich im Autohaus „Fahrvergnügen" ein neues Auto. Er entscheidet sich für einen schwarzen „Kinga P3", der in der Grundausstattung 15 000 € kostet.

   a) (1) Herr Horbach bekommt für sein altes Auto vom Autohaus „Fahrvergnügen" 2250 €. Berechne, wie viel Prozent des Kaufpreises er dadurch weniger bar bezahlen muss.

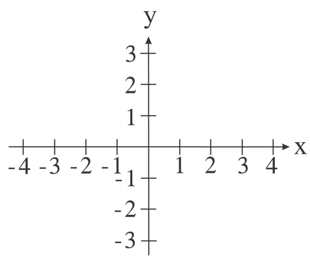
   (2) Für das Auto können zusätzlich verschiedene Sonderausstattungen ausgewählt werden: Beim Kauf von zwei Paketen erhält man auf deren Gesamtpreis 5 % und bei drei Paketen 10 % Preisnachlass. Herr Horbach wählt die Pakete „Sommerspaß" und „Wohlfühloase". Berechne den Endpreis für beide Pakete.

   1. Paket „Sommerspaß" mit Alufelgen und Klimaanlage für 2500 €.
   2. Paket „Wohlfühloase" mit beheizbaren Sitzen und Lederlenkrad für 1500 €.
   3. Paket „Farbtrend" mit lackierten Stoßstangen für 500 €.

   (3) Berechne, wie viel Euro Herr Horbach schließlich an das Autohaus „Fahrvergnügen" bezahlt. Verwende deine Ergebnisse aus (1) und (2).

   b) Beim Abholen seines neuen Autos erhält Herr Horbach einen einmaligen Rabattgutschein zum Tanken bei der gegenüberliegenden Tankstelle. Er bezahlt mit dem Rabattgutschein 1,44 € pro Liter Benzin. Das sind 90 % des aktuellen Benzinpreises. Berechne den aktuellen Benzinpreis.

3. a) Zeichne die Punkte $A(-3{,}5|-1{,}5)$, $B(0|-3)$ und $C(3{,}5|0)$ in ein Koordinatensystem ein (Längeneinheit 1 cm).



   b) Spiegele die Punkte A und B an der x-Achse. Bezeichne die Spiegelpunkte mit A' bzw. B'. Gib die Koordinaten von A' und B' an.

   c) Verbinde die Punkte A, B, C, B' und A' zu dem Fünfeck $ABCB'A'$.

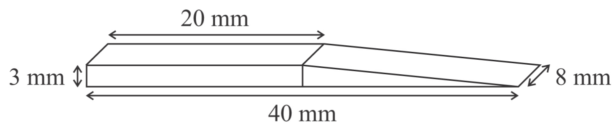
   d) Gesucht ist nun der Flächeninhalt dieses Fünfecks.

   (1) Zerlege dazu das Fünfeck und benenne die Teilfiguren.

   (2) Berechne nun den Flächeninhalt des Fünfecks $ABCB'A'$.

4. Kirsten besucht die AG „Herstellung von Modeschmuck".

   a) Kirsten möchte einen Schmuckanhänger aus Edelstahl herstellen. 1 cm^3 Edelstahl wiegt 7,9 g. Der Rohling für den Schmuckanhänger soll die nebenstehende Form bekommen. Berechne, wie schwer dieser Rohling ist.



   b) Die AG will für den Schulbasar Schlüsselanhänger aus einer Silberlegierung herstellen. 1 cm^3 dieser Silberlegierung wiegt 10,5 g. Die Rohlinge für die Schlüsselanhänger sollen die Form eines Würfels mit einer Kantenlänge von 2 cm haben. Dafür werden 450 g Silberlegierung eingeschmolzen. Berechne, wie viele Rohlinge hergestellt werden können.

5. Modelleisenbahnen werden in unterschiedlichen Maßstäben gebaut. Die bekanntesten Maßstäbe sind nebenstehend aufgeführt. Der Maßstab 1 : 87 bedeutet, dass das Original 87-mal so lang wie das Modell ist.

Name des Maßstabs (Spurweite)	Maßstab
H0	1 : 87
N	1 : 160
Z	1 : 220

a) (1) Das Modell einer Dampflokomotive hat im Maßstab H0 eine Länge von 15 cm. Berechne, wie lang die Dampflokomotive in Wirklichkeit ist. Gib dein Ergebnis in Metern an.

(2) Der Triebwagen eines Zuges ist 28,16 m lang. Berechne die Länge des Triebwagens für das Modell im Maßstab Z. Gib dein Ergebnis in Zentimetern an.

b) Jans kleiner Bruder möchte sein Feuerwehrauto auf Jans Anlage (Maßstab H0) stellen. Das Spielzeugfeuerwehrauto ist 30 cm lang. Im Original hätte das Feuerwehrauto eine Länge von 7,20 m. Jan sagt: „Das geht nicht! Das passt doch gar nicht zum Rest meiner Anlage.“ Hat Jan Recht? Überprüfe und notiere einen Antwortsatz.

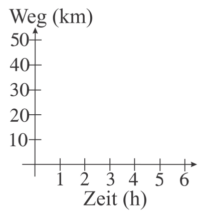
c) Jan hat eine große Modelleisenbahnanlage. Auf dieser Anlage fahren immer drei unterschiedliche Züge, die sich in der Geschwindigkeit und in der zurückgelegten Fahrstrecke voneinander unterscheiden. Zug 1 kommt alle 45 Sekunden am Bahnhof vorbei, Zug 2 alle 60 Sekunden und Zug 3 alle 40 Sekunden. Alle drei Züge starten gleichzeitig am Bahnhof. Nach wie vielen Minuten treffen sich die drei Züge erstmalig wieder gemeinsam am Bahnhof?

6. Die Autofähre „Michael“ fährt von Mittelheim nach Ingelheim mit einer Geschwindigkeit von 9 km/h. Von Rüdesheim nach Bingen fährt die Autofähre „Rheintal“ mit einer Geschwindigkeit von 12 km/h.

a) Berechne, wie lange die Autofähre „Michael“ für die Entfernung von Mittelheim nach Ingelheim (900 m) braucht. Gib dein Ergebnis in Minuten an.

b) Für die Strecke von Rüdesheim nach Bingen braucht die Autofähre „Rheintal“ 9 min. Berechne, wie lang die Strecke ist.

c) Die Autofähre „Rheintal“ fährt zur Inspektion von Rüdesheim nach Koblenz.



(1) Zeichne den Graphen für die Zuordnung Zeit (h) → Weg (km) für die Autofähre „Rheintal“ bei dieser Fahrt.

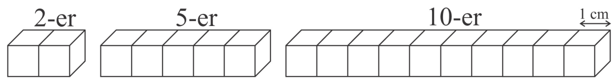
(2) Lies in deinem Graphen ab, welche Strecke die Fähre nach 3,5 h zurückgelegt hat.

d) Das Deck der Autofähre „Michael“ ist 52 m lang und 13 m breit. Für einen PKW-Parkplatz sind dort Rechtecke (Breite 2 m, Länge 5 m) eingezeichnet. Dabei werden vorn und hinten auf dem Deck je 6 m, an der Seite je 2,5 m frei gelassen.

(1) Berechne, wie viele PKW hintereinander Platz haben.

(2) Berechne, wie viele PKW maximal geladen werden dürfen.

7. a) Die 2-er, 5-er und 10-er Bausteine sollen so



aneinandergelegt werden, dass eine Strecke von 27 cm entsteht. Dabei können die einzelnen Bausteine auch mehrfach oder gar nicht verwendet werden. Gib alle Möglichkeiten für die jeweilige Anzahl der verschiedenen Bausteine an (die Reihenfolge spielt keine Rolle).

b) Bei dieser Aufgabe sollen drei andere Bausteine aneinandergelegt werden, die unterschiedlich lang sind (aber alle mindestens 2 cm). Bei jeder Möglichkeit soll eine Strecke von 40 cm entstehen. Übertrage die Tabelle auf dein Reinschriftpapier und fülle die Lücken aus.

Baustein	Anzahl Bausteine	Anzahl Bausteine	Anzahl Bausteine	Anzahl Bausteine
___-er	0	8	6	
___-er	5	2	1	3
___-er	0	0		
Strecke	40 cm	40 cm	40 cm	40 cm