

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE A

1. a)  $\mathbb{L} = \{-5; 0; 5\}$ , denn:  
 $x = 0$  oder  $x = \pm 5$  oder  $x = 5$
- b)  $\mathbb{L} = \{1; 2; 3; 4\}$ , denn:  
 $x > 0$  und  $125 - x^3 > 0$  oder  $x < 0$  und  $125 - x^3 < 0$   
 $x > 0$  und  $x < 5$  oder  $x < 0$  und  $x > 5$   
 $0 < x < 5$
- c)  $\mathbb{L} = \{ \dots; -4; -3, -2; 2; 3 \}$ , denn:  
 Fall 1:  $(x^2 - 3)(x - 3) = x - 3$   
 $x = 3$  oder  $x^2 = 4$   
 $x = 3$  oder  $x = 2$  oder  $x = -2$   
 Fall 2:  $(x^2 - 3)(x - 3) < x - 3$   
 $x > 3$  und  $x^2 < 4$  oder  $x < 3$  und  $x^2 > 4$   
 $x > 3$  und  $-2 < x < 2$  oder  $x < 3$  und  $(x > 2$  oder  $x < -2)$   
 $x < -2$
- d)  $\mathbb{L} = \{-3\}$  oder  $x = -3$ , denn:  
 Fall 1:  $(x^3 + 18)^2 = 81$   
 $x^3 + 18 = \pm 9$   
 $x^3 = -9$  oder  $x^3 = -27$   
 $x = -3$   
 Fall 2:  $(x^3 + 18)^2 < 81$   
 $x^3 + 18 < 9$  und  $x^3 + 18 > -9$   
 $x^3 < -9$  und  $x^3 > -27$   
 $x < -2$  und  $x > -3$

2. a) (1) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks:  
 Zeichnen von  $c$  und Antragen von  $\alpha$  in  $A$   
 Schnittpunkt der Parallelen zu beiden  
 Schenkeln im Abstand 2 cm bzw. einer Parallelen mit  $w_\alpha$  ist  $M$ .  
 Zeichnen des Kreises  $k$  um  $M$  mit  $r = 2$  cm  
 Thaleskreis über  $\overline{MB}$  schneidet  $k$  in  $A_1$ .  
 alternativ: Orthogonale von  $M$  auf  $\overline{AB}$  schneidet  $\overline{AB}$  in  $C_1$ .  
 Kreis um  $B$  mit Radius  $|BC_1|$   
 schneidet  $k$  in  $A_1$  (oder: Verdopplung von  $\frac{\beta}{2}$ ).  
 Verlängerung von  $\overline{BA_1}$  schneidet freien Schenkel in  $C$ .
- (2) Hinweise zur Konstruktion eines Dreiecks:  
 Parallelen im Abstand  $h_c = 5$  cm und Parallele zu  $c$   
 im Abstand  $r = 1,5$  cm.  
 Kreis um  $C$  mit Radius  $w_\gamma = 7$  cm  
 schneidet  $c$  in  $W_1$ .  
 $\overline{CW_1}$  schneidet innere Parallele in  $M$ .  
 Inkreis um  $M$  mit Radius  $r = 1,5$  cm  
 Thaleskreis über  $\overline{CM}$   
 schneidet  $k$  in  $A_1$  und  $B_1$ .  
 Verlängerung von  $\overline{CB_1}$  und  $\overline{CA_1}$   
 schneidet  $c$  in  $A$  und  $B$ .
- b) Berechnung und Konstruktion des Dreiecks (mit Inkreis)  
 $a = |BC| = |C_1B| + (b - |AC_1|) = 4 \text{ cm} + (7 \text{ cm} - 5 \text{ cm}) =$

$$4 \text{ cm} + 2 \text{ cm} = 6 \text{ cm}$$

Konstruktion des Dreiecks (SSS)

Konstruktion des Inkreises

---

3. a)  $\sphericalangle HH_bC = \sphericalangle CH_aH = 90^\circ$ ,  
somit  $\sphericalangle H_aHH_b + \gamma = 180^\circ$ ,  
d. h.  $CH_bHH_a$  ist ein Sehnenviereck.  
alternativ: doppelter Thaleskreis mit Durchmesser  $\overline{CH}$
- b)  $H_b$  liegt auf dem Thaleskreis über  $\overline{AB}$ .  
Somit ist  $|H_cH_b| = |AH_c|$  und damit (Basiswinkelsatz)  $\sphericalangle H_cAH_b = \sphericalangle AH_bH_c = \alpha$   
Winkelsumme in Dreieck  $AH_cH_b$ :  $\sphericalangle H_bH_cA = 180^\circ - 2\alpha = \gamma$   
Nebenwinkelsatz:  $\sphericalangle BH_cH_b = 180^\circ - (180^\circ - 2\alpha) = 2\alpha$   
 $\sphericalangle H_cH_bB = (180^\circ - 2\alpha) : 2 = 90^\circ - \alpha = \gamma : 2$   
(alternativ: Thaleskreis über  $\overline{AB}$ )  
 $H_b$  liegt auf dem Thaleskreis über  $\overline{HC}$ .  
Somit ist  $|H_bM| = |MC|$  und damit (Basiswinkelsatz)  $\sphericalangle MH_bC =$   
 $\gamma : 2 = 90^\circ - \alpha$  d. h.  $\sphericalangle HH_bM = \alpha$   
 $\sphericalangle H_cH_bM = \sphericalangle H_cH_bB + \sphericalangle HH_bM = 90^\circ - \alpha + \alpha = 90^\circ$
- c) Da  $\sphericalangle H_cH_bM = 90^\circ$  ist, hat das Viereck  $H_cH_aMH_b$  einen rechten Winkel. Wenn ein Viereck eine Raute ist und einen rechten Winkel besitzt, ist es ein Quadrat.  
 $\gamma = 45^\circ$   
aus b):  $\sphericalangle HH_bM = \alpha$  und  $|MH_b| = |MH_a|$  (Thaleskreis über  $\overline{HC}$ ),  
somit  $\sphericalangle H_bMH = 180^\circ - 2\alpha = \gamma$   
 $\sphericalangle H_bMH_a = 2\gamma = 90^\circ$
- d)  $\gamma = 60^\circ$   
Für  $\overline{AH}$  senkrecht auf  $\overline{H_bH_c}$  muss  $\overline{H_bM}$  parallel zu  $\overline{AH}$  sein.  
Dann ist  $\sphericalangle AHH_c = \gamma$  (Stufenwinkel zu  $\sphericalangle H_bMH$ )  
 $= \sphericalangle H_aHC$  (Scheitelwinkel)  
Winkelsumme im Dreieck  $H_aHC$ :  $\gamma + \gamma : 2 = 90^\circ$
- 

4. a) -26  
b) Nein: Die Differenz von 2 zu 99 beträgt 97, zu -99 beträgt sie 101.  
Beide Zahlen sind weder durch 3, durch 4 noch durch 5 teilbar.  
Man kann aber nur in 3, 4 oder 5 Schritten auf eines der Gewinnfelder gelangen.  
c) z. B. -39 (Veränderungszahlen sind -20; -15; -12)  
(alle Vielfachen von 60 sind mögliche Differenzen)  
d) Die Differenz einer ungeraden Zahl zu 99 bzw. -99 ist stets eine gerade Zahl. Weil 198 (= 99 - (-99)) nicht durch 4 teilbar ist, ist immer genau eine der beiden Differenzen durch 4 teilbar.  
e) -10; -8; -2; 2; 8; 10  
f) Man bildet die Differenz aus der Startzahl und 99 bzw. -99.  
Ist mindestens eine der beiden Differenzen durch 3, 4 oder 5 teilbar, so kann Spieler B gewinnen.
- 

5. a) (1)  $\frac{1}{q}$   
(2)  $\frac{3}{5}q + \frac{2}{5}$   
 $\frac{3a}{5b} + \frac{2b}{5b}$   
 $\frac{3a}{5b} + \frac{2}{5}$   
(3)  $(q-2)^2$  (oder  $q^2 - 4q + 4$ )

$$(4) \frac{(a-2b)^2}{b^2} \left( \frac{a-2b}{b} \right)^2 \left( \text{oder} \frac{1}{1 + \left(\frac{1}{q}\right)^2} \right)$$

$$\frac{1}{a^2 + b^2}$$

$$\frac{a^2}{1}$$

$$1 + \frac{1}{b^2}$$

$$\frac{1}{1 + \left(\frac{b}{a}\right)^2}$$

b)

$$q = 2,4$$

$$0,25a + 4,5b = 1,5a + 1,5b$$

$$3b = 1,25a$$

$$\frac{a}{b} = \frac{3}{1,25}$$

6. a)

11 mal

(Zur Info: Nach  $n$  Umdrehungen des Minutenzeigers und der verstrichenen Zeit  $t$  gibt es eine Überdeckung, wenn der Winkel des Stunden- und Minutenzeigers übereinstimmen:

$$30t = 360t - 360n \Leftrightarrow t = \frac{12}{11}n$$

$$\text{damit z. B. } n = 1 \Rightarrow t = \frac{12}{11} \text{ h} \hat{=} 01 : 05 : 27 \frac{3}{11} \text{ Uhr}$$

$$n = 11 \Rightarrow t = \frac{132}{11} \text{ h} \hat{=} 12 : 00 : 00 \text{ Uhr}$$

b)

$$\frac{12}{11} \text{ h}$$

c)

bei 43 (genauer Wert  $43 \frac{7}{11}$ ) Sekunden

$$6 \cdot \frac{12}{11} \text{ h} = \frac{72}{11} \text{ h nach 0 Uhr}$$

$$= 6 : 32 \frac{8}{11} \text{ Uhr} = 6 : 32 : \frac{480}{11} \text{ Uhr} = 6 : 32 : 43 \frac{7}{11} \text{ Uhr}$$

d)

04:05 Uhr  $27 \frac{3}{11}$  Sekunden

$$3 \cdot \frac{12}{11} + \frac{3}{4} \cdot \frac{12}{11} \text{ (nach 0 Uhr)}$$

$$= \frac{36}{11} + \frac{9}{11} = \frac{45}{11} = 4 \frac{1}{11}$$

$$04 : \frac{60}{11} \text{ Uhr} = 04 : 05 : \frac{5}{11} \text{ Uhr} = 04 : 05 : \frac{300}{11} \text{ Uhr}$$

$$= 04 : 05 : 27 \frac{3}{11} \text{ Uhr}$$

e)

$78^\circ$

$$\text{Minutenzeiger: } 216^\circ \left( \frac{36}{60} \cdot 360 \right)$$

$$\text{Stundenzeiger: } 138^\circ \left( 120 + \frac{36}{60} \cdot \frac{360}{12} \right)$$

7. a)

$$1 \cdot \frac{1}{30} \cdot \frac{1}{30}$$

b) (1)

$$0,9^{30} + 0,9^{29} \cdot 0,1 \cdot 30$$

(2)

$$1 - 0,9^{30}$$

c)

In I wird die Wahrscheinlichkeit dafür berechnet, dass bei angenommenen 31 Reservierungen mit 3,8 % iger Wahrscheinlichkeit jemand kein Fahrrad bekommt.

Bei II wird für 32 angenommene Reservierungen berechnet, dass man mit einer Wahrscheinlichkeit von 15,6 % nicht alle Ausleihwünsche erfüllen kann. Der erste Summand gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass alle 32 Personen kommen, der zweite Summand, dass eine Person nicht kommt.

fehlender Summand:  $0,9^{32} \cdot 0,1 \cdot 33$

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE B

1. a)  $\square = -8$ , denn:  
 $2 \cdot 3^2 - 3 \cdot 3 + \square = 1$   
 $9 + \square = 1$
- b)  $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1; \dots\}$ , denn:  
 $4x^2 + 20x + 25 - (4x^2 - 25) > 25$   
 $4x^2 + 20x + 25 - 4x^2 + 25 > 25$   
 $20x + 50 > 25$   
 $x > -1,25$
- c)  $x = -1$ , denn:  
 $(x - 1)(x + 1) = x^2 + x$   
 $x^2 - 1 = x^2 + x$

2. a) richtig eingezeichnete Figur und  $C(6|3)$
- b)  $A = 36 \text{ cm}^2$   
 $A = (6 \text{ cm} + 12 \text{ cm}) : 2 \cdot 4 \text{ cm}$  (oder entsprechende Ansätze)
- c)  $A = 18 \text{ cm}^2$   
 $A = 9 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} : 2$  (oder  $A = 4 \cdot (4,5 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} : 2)$ )
- d) (1) Länge der Seite  $\overline{AB}$ : 88 cm  
 Diagonalen der Raute: 4 cm und 50 cm  
 Der Flächeninhalt der Raute ist halb so groß wie der Flächeninhalt des Trapezes.  
 Seite  $\overline{AB} + \text{Seite } \overline{CD} = 100 \text{ cm}$
- (2) richtige Begründung  
 z.B.: Da die Höhe 4 cm und die Seite  $\overline{CD}$  12 cm lang sind, müsste die Seite  $\overline{AB}$  0 cm lang sein.  
 Dann wäre aber  $A = B$  und somit kein Trapez, sondern nur noch ein Dreieck vorhanden.

3. a)  $49 \text{ m} + 21 \text{ m} = 70 \text{ m}$   
 $B = 4900 : 100 = 49 \text{ m}$   
 $R = 7 \cdot 3 = 21 \text{ m}$
- b) 80 km/h  
 $24 = x : 10 \cdot 3$   
 $8 = x : 10$   
 alternativ:  $240 = x \cdot 3$
- c) 30 km/h (auch durch Ausprobieren)  
 $\frac{x}{10} \cdot 3 = \frac{x^2}{100}$   
 $\frac{300}{10} = x$
- d) 40 m  
 $x^2 : 100 = 25$   
 $x^2 = 2500$   
 $x = 50$   
 $R = 50 : 10 \cdot 3$   
 $R = 15$
- e)  $R$

4. a) (1) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks:

Zeichnen der Seite  $b$  und Antragen von Winkel  $\alpha$

(2) Umkreis

b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks

Zeichnen der Seite  $b$  mit  $\alpha : 2 = 25^\circ$

Antragen von  $w_\alpha = 6,5$  cm

c) (1)  $\alpha = 72^\circ$ ;  $\beta = 108^\circ$  mit Rechenweg ( $\alpha = 360^\circ : 5$ ;  $\beta = 180^\circ - \alpha$ )

$\alpha = 72^\circ$  oder  $\beta = 108^\circ$

(2)  $I_6 = 720^\circ (= 6 \cdot (180^\circ - 60^\circ))$

$I_{10} = 1440^\circ (= 10 \cdot (180^\circ - 36^\circ))$

(3)  $n = 15$

$2340^\circ = n \cdot (180^\circ - 360^\circ : n)$

$2340^\circ = 180^\circ \cdot n - 360^\circ$

$2700^\circ = 180^\circ \cdot n$

alternativ:

$2340^\circ + 360^\circ = 2700^\circ$

$2700^\circ : 180^\circ = 15$

---

5. a) Nein (mit richtiger Begründung)

Begründung, z.B.: Doppelt so viele Schweine würden nur eine Vermehrungsrate von 100 % bedeuten.

b) (1) z. B. 12 : 10

(2) z. B. 180 : 150 oder 192 : 160

(3) 90 Wildschweine sind männlich.

Ansatz z. B.  $165 = x + 1,2 x$  (oder 165 entsprechen 2,2 Teilen)

c) (1) 2200 ha bis 11 000 ha

mindestens:  $55 : 2,5 \cdot 100$

höchstens:  $55 : 0,5 \cdot 100$

(2) 99 Wildschweine

180 % von 55 oder ähnlicher Ansatz

---

6. a) (1) 6,12 Liter

$3,4 \cdot 180 : 100$

(2) 870 km

$40 : 4,6 \cdot 100 (\approx 869,57)$

(3) Es verbraucht 35 % mehr innerorts.

$4,6 - 3,4 = 1,2$

3,4 entsprechen 100 %.

$1,2 : 3,4 \cdot 100$

$\approx 35,29$

b) 21 %

$37,72 : 8,2$

$4,6 - 3,8 = 0,8$

$0,8 : 3,8 \cdot 100 (\approx 21,05)$

c) 4,2 Liter pro 100 km

$4,6 + 4,6 + 3,4 = 12,6$

$12,6 : 3$

---

7. a)  $\frac{16}{20}$

$8 + 5 + 4 + 3 = 20$

$20 - 4 = 16$

b) (1.1)  $\frac{5}{20} \cdot \frac{3}{19}$

$\frac{5}{20}$  oder  $\frac{3}{19}$  oder richtige Nenner

(1.2) Nein (mit richtiger Begründung)

z. B.: Begründung mit Kommutativgesetz oder durch Rechnung

(2)  $2 \cdot \frac{8}{20} \cdot \frac{3}{19}$

(3)  $\frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19}$

$\frac{4}{20}$  oder  $\frac{3}{19}$  oder richtige Nenner

(4)  $\frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19}$

(5)  $1 - \left( \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} + \frac{5}{20} \cdot \frac{4}{19} + \frac{4}{20} \cdot \frac{3}{19} + \frac{3}{20} \cdot \frac{2}{19} \right)$

---

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1)  $x = -6$ , denn:  
 $4,2x - 2 = -14 + 2,2x$   
 $2x = -12$
- (2)  $x = 1$ , denn:  
 $7x - 8 = 15 + 2x - 3x - 15$   
 $7x - 8 = -x$   
 $8x - 8 = 0$   
 $8x = 8$
- b) Benjamin erhält 21 €. Anna erhält 18 €. Carolin erhält 9 €. Rechnung, z. B.  $48 \text{ €} - 14 \cdot 1,50 \text{ €} = 27 \text{ €}$

2. a) (1) 2250 € entsprechen 15 %, denn:  
 15 000 € entsprechen 100 %.  
 750 € entsprechen 5 %.
- (2)  $4000 \text{ €} - 200 \text{ €} = 3800 \text{ €}$ , denn:  
 $2500 \text{ €} + 1500 \text{ €} = 4000 \text{ €}$   
 5 % Abzug, da zwei Pakete 2  
 100 % entsprechen 4000 €.  
 5 % entsprechen 200 €.
- (3)  $15\,000 \text{ €} - 2250 \text{ €} + 3800 \text{ €} = 16\,550 \text{ €}$
- b) 1,60 € pro Liter Benzin, denn:  
 90 % entsprechen 1,44 €.  
 10 % entsprechen 0,16 €.

3. a) Punkte  $A, B, C$  im Koordinatensystem
- b) Eintragung der Punkte  $A'$  und  $B'$   
 $A'(-3,5|1,5)$   
 $B'(0|3)$
- c) Eintragung des Fünfecks  $ABCB'A'$
- d) (1) z. B. ein Trapez und ein Dreieck  
 (2) Gesamtfläche:  $26,25 \text{ cm}^2$   
 Teilflächen z. B. Dreieck:  $A = 10,5 \text{ cm}^2$   
 $6 \text{ cm} \cdot 3,5 \text{ cm} : 2$   
 Trapez:  $A = 15,75 \text{ cm}^2$   
 $(3 \text{ cm} + 6 \text{ cm}) : 2 \cdot 3,5 \text{ cm}$

4. a) Masse: 5,688 g, denn:  
 Quader:  $V_Q = 20 \text{ mm} \cdot 3 \text{ mm} \cdot 8 \text{ mm}$   
 $V_Q = 480 \text{ mm}^3$   
 Prisma:  $V_P = V_Q : 2 = 480 \text{ mm}^3 : 2$  3  
 $V_P = 240 \text{ mm}^3$   
 (oder: Berechnung über Prisma)  
 Gesamtvolumen:  $V = 720 \text{ mm}^3$   
 $V = 0,720 \text{ cm}^3$   
 Masse:  $m = 0,720 \text{ cm}^3 \cdot 7,9 \text{ g/cm}^3$

- b) 5 Rohlinge, denn:  
Würfel:  $V_W = 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm} \cdot 2 \text{ cm}$   
 $V_W = 8 \text{ cm}^3$   
Masse:  $8 \text{ cm}^3 \cdot 10,5 \text{ g/cm}^3$   
84 g  
Anzahl:  $450 \text{ g} : 84 \text{ g} \approx 5,357$
- 

5. a) (1) Originallänge = 13,05 m, denn:  
Länge =  $15 \text{ cm} \cdot 87$   
Länge = 1305 cm  
(2) Länge des Modells: 12,8 cm, denn:  
 $28,16 \text{ m} = 2816 \text{ cm}$   
 $2816 \text{ cm} : 220$
- b) Jan hat Recht, denn der Maßstab des Spielzeugautos ist 1 : 24.  
 $30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$   
 $7,2 \text{ m} : 0,30 \text{ m}$   
Maßstab: 1: 24
- c) nach 6 Minuten, denn:  
Gesucht ist das kleinste gemeinsame Vielfache von 45, 60 und 40.  
 $V_{45} = \{45; 90; 135; 180; 225; 270; 315; 360; 405; \dots\}$   
 $V_{60} = \{60; 120; 180; 240; 300; 360; 420; \dots\}$   
 $V_{40} = \{40; 80; 120; 160; 200; 240; 280; 320; 360; \dots\}$   
 $kgV(40, 45, 60) = 360$   
 $360 : 60$
- 

6. a) 0,9 km entsprechen 6 min.  
9 km entsprechen 1 h = 60 min
- b) 9 min entsprechen 1,8 km.  
1 h = 60 min entsprechen 12 km.  
1 min entspricht 0,2 km.
- c) (1) vollständiges Koordinatensystem  
richtiges Einzeichnen der Ursprungsgeraden (z. B. durch (1|12))  
(2) 42 km ( $\pm 1 \text{ km}$  Toleranz)
- d) (1) 8 PKW  
Parkfläche: Länge =  $52 \text{ m} - 12 \text{ m}$   
Länge = 40 m  
Anzahl in der Länge:  $40 \text{ m} : 5 \text{ m}$   
(2) 32 PKW  
Breite =  $13 \text{ m} - 5 \text{ m}$   
Breite = 8 m  
Anzahl in der Breite:  $8 \text{ m} : 2 \text{ m} = 4 \text{ PKW}$
-

7. a) 6 Möglichkeiten

Baustein	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl	Anzahl
2-er	1	11	6	1	6	1
5-er	1	1	1	3	3	5
10-er	2	0	1	1	0	0

b)

Baustein	Anz. Baust.	Anz. Baust.	Anz. Baust.	Anz. Baust.
<b>3</b> - er	0	8	6	<b>3</b>
<b>8</b> - er	5	2	1	3
<b>7</b> - er	0	0	<b>2</b>	<b>1</b>
			(zur Info: $6 \cdot 3 + 1 \cdot 8 = 26$ $40 - 26 = 14$ )	(zur Info: $3 \cdot 8 = 24$ $40 - 24 = 16$ $16 = 3 \cdot 3 + 7$ $16 = 1 \cdot 3 + 13$ $16 = 2 \cdot 3 + 10$ $16 = 4 \cdot 3 + 4$ $16 = 5 \cdot 3 + 2$ )