MATHEMATIK-WETTBEWERB 2014/2015 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

AUFGABENGRUPPE A - PFLICHTAUFGABEN 04.12.2014

P1. Beim Weihnachtsbasar verkauft die Klasse 8c Waffeln. Jede kostet gleich viel. Gib bei a) und b) jeweils die fehlenden Werte an. Finde für c) ein neues Zahlenpaar.

		a)	b)	c)
Anzahl Waffeln	4	6		
Preis (€)	5		3,75	

P2. a) Nach einer Medienstudie aus dem Jahr 2012 besitzen 44 % der 1200 befragten Jugendlichen ein Smartphone. Wie viele Jugendliche sind das?

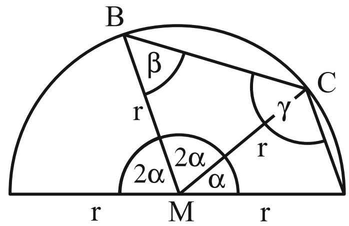
b) Bei den 12- bis 13-jährigen Befragten stieg die Anzahl der Smartphone-Besitzer von 84 im Jahr 2011 auf 210 im Jahr 2012 an. Um wie viel Prozent hat sich diese Anzahl erhöht?

P3. In zwei Kisten A und B befinden sich insgesamt 48 Kugeln. Es ist nicht bekannt, wie viele genau in jeder Kiste liegen. Pawel und Elina wissen, dass in Kiste A 12 Kugeln weniger liegen als in Kiste B. Pawel stellt zur Berechnung der Anzahl der Kugeln die Gleichung $x - 12 + x = 48$ auf und erhält $x = 30$. Elina bildet den Ansatz $x + 12 + x = 48$.

a) Berechne x in Elinas Ansatz.

b) Beide Ansätze sind richtig. Erläutere die unterschiedlichen Ergebnisse.

c) Wie viele Kugeln müsste man aus Kiste A in Kiste B umlegen, damit in Kiste B doppelt so viele Kugeln sind wie in Kiste A?



P4. In der nebenstehenden Figur liegen die Punkte B und C auf dem Halbkreis um Mittelpunkt M mit Radius r.

a) Begründe, dass $\alpha = 36°$ beträgt.

b) Bestimme die Größe der Winkel β und γ.

P5. Kilian knüpft Ketten aus bunten Gummiringen. Aus seiner Kiste mit 33 schwarzen, 14 roten und 9 gelben Ringen möchte er zufällig Gummiringe herausgreifen.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der erste Ring nicht gelb?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist der erste Ring gelb, der zweite schwarz und der dritte wieder gelb?

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

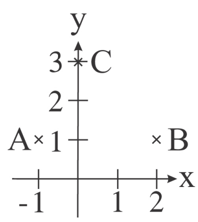
P6. Auf einem Ponyhof soll ein Sack Karotten gleichmäßig auf Ponys verteilt werden. Bei 6 Ponys würde jedes 20 Karotten erhalten.

a) Die gleiche Menge Karotten soll auf 8 Ponys verteilt werden. Wie viele erhält jedes Pony?

b) Für wie viele Ponys würde der Inhalt von zwei solchen Säcken reichen, wenn jedes Pony 10 Karotten bekommt?

P7. Berechne jeweils den Wert des Terms für $k = -3$ und $m = 0{,}6$.

a) $m - k$ b) $k \cdot (-k) + m$ c) $m : k - k : m$



P8. In einem Koordinatensystem (1 LE $\hat{=}$ 1 cm) sind die Punkte $A(-1|1)$, $B(2|1)$ und $C(0|3)$ gegeben.

a) Spiegelt man A an der y-Achse, so erhält man A'. Gib die Koordinaten von A' an.

b) Begründe, dass der Flächeninhalt des Dreiecks ABC dreimal so groß ist wie der von $A'BC$.

AUFGABENGRUPPE A - WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der höchsten Punktzahl berücksichtigt.

W1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

a) $3 \cdot (-2x + 5) = 15 - (-6 + 3x)$

b) $(8x + 3) \cdot 3x - 10x = (6x + 5) \cdot (9 + 4x) + 30$

c) $9x^2 - 8x - 33 \geq (3x + 3) \cdot (3x - 3)$

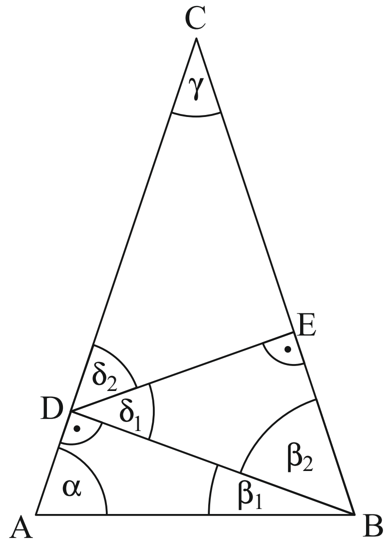
d) $27 = (3x - 3) \cdot (x - 1)$

W2. a) Konstruiere das Dreieck ABC mit $c = |AB| = 4{,}5$ cm, $\beta = 108°$ und der Höhe $h_c = 5{,}9$ cm.

b) Konstruiere das Dreieck ABC mit $b = |AC| = 5{,}3$ cm, $\alpha = 78°$ und der Winkelhalbierenden $w_\gamma = 5{,}8$ cm.

c) Konstruiere das Dreieck ABC mit $a = b = 5{,}6$ cm und der Seitenhalbierenden $s_b = 4{,}1$ cm.

W3. In der nebenstehenden Abbildung wird das Dreieck ABC mittels der Strecken $\overline{BD}$ (senkrecht auf $\overline{AC}$) und $\overline{DE}$ (senkrecht auf $\overline{BC}$) in drei Teildreiecke zerlegt.



a) Das Dreieck ABC ist gleichschenklig mit Basis $c = \overline{AB}$ und Basiswinkel $\alpha = 70°$. Berechne die Größen der Winkel β_1, β_2, δ_1, δ_2 und γ.

b) In einem anderen gleichschenkligen Dreieck ABC mit Basis $c = \overline{AB}$ ist der Winkel α nun frei wählbar.

(1) Gib jeweils einen Term, der nur von α abhängt, für γ, δ_2, δ_1, β_1 und β_2 an.

(2) Berechne α, wenn $\delta_1 = \delta_2$ ist.

(3) Wie muss $\alpha < 90°$ gewählt werden, damit eine solche Zerlegung in drei Teildreiecke *nicht* möglich ist?

c) In einem anderen Dreieck ABC ist der Flächeninhalt von Teildreieck ABD doppelt so groß wie der von Teildreieck DBE und der von Teildreieck DBE genauso groß wie der von Teildreieck DEC. Wie groß sind dann α, β $(= \beta_1 + \beta_2)$ und γ?

W4. a) Franz fährt Fahrrad. Die ersten 15 km fährt er mit einer Geschwindigkeit von 20 km/h, danach fährt er 2 Stunden lang mit 18 km/h.

(1) Welchen Weg hat er insgesamt zurückgelegt?

(2) Wie lange war er insgesamt unterwegs? Gib die Zeit in Minuten an.

b) Berechne für die folgenden Sachverhalte jeweils die durchschnittliche Geschwindigkeit für die gesamte Strecke in km/h.

(1) Anton legt 2 km in 30 Minuten zu Fuß zurück, dann 1 km in 10 Minuten.

(2) Birte schwimmt 15 Minuten lang mit 2 km/h, dann 5 Minuten lang mit 1,2 km/h.

(3) Constantin rudert 400 m flussaufwärts und bewegt sich dabei mit einer Geschwindigkeit von 2 km/h. Dann fährt er flussabwärts und legt die gleiche Strecke mit 8 km/h zurück.

W5. Einer Statistik zufolge haben in Deutschland etwa 70 % der Jugendlichen ein Handy.

a) Auf einer Straße werden zufällig zwei Jugendliche ausgewählt.

(1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit haben beide ein Handy?

(2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat genau einer der beiden ein Handy (der andere jedoch keines)?

b) Auf einer Straße werden zufällig drei Jugendliche ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat mindestens einer ein Handy?

c) In der Klasse 8b besitzen 20 von 28 Schülern ein Handy.

(1) Zwei Schüler aus der Klasse 8b werden zufällig ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat genau einer der beiden ein Handy?

(2) Mia aus der 8b wird ausgewählt. Mia besitzt kein Handy. Weiterhin wurden zwei ihrer Klassenkameradinnen ausgewählt. Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat keines der Mädchen ein Handy?

(3) In die Klasse 8b werden neue Schüler aufgenommen. Der Mathematiklehrer freut sich: „Jetzt entsprechen unsere Wahrscheinlichkeiten genau denen der Statistik! “ Wie viele Schüler mit bzw. ohne Handy können hinzugekommen sein? Gib eine Möglichkeit an.

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

MATHEMATIK-WETTBEWERB 2014/2015 DES LANDES HESSEN 1. RUNDE

AUFGABENGRUPPE B - PFLICHTAUFGABEN 04.12.2014

P1. a) Berechne: (1) $(1{,}1 - 0{,}7) \cdot 5$ (2) $-12 + 4 : 2$

b) Bestimme die Mitte zwischen den zwei Zahlen -8 und $2{,}4$.

P2. Im Dreieck ABC gilt: $c = 5$ cm, $\alpha = 42°$ und $\gamma = 58°$.

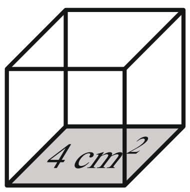
a) Berechne die Größe des Winkels β.

b) Zeichne das Dreieck ABC und beschrifte die Eckpunkte.

P3. Berechne die fehlenden Werte.

	a)	b)	c)
x	6	-3	
y	8,5	-2	5
$2x + 2y$			0

P4. Ins Mainstadion passen 80 000 Zuschauer. Bei internationalen Fußballspielen werden keine Stehplatzkarten verkauft. Deshalb gibt es 20 % weniger Plätze. Wie viele Karten können bei internationalen Spielen verkauft werden?

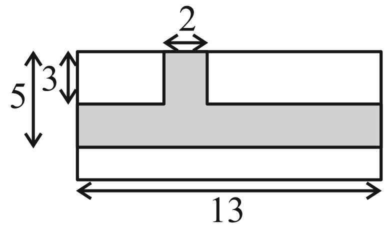
P5. 

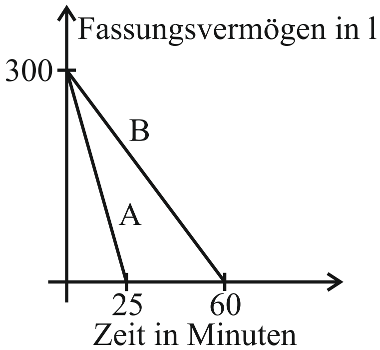
a) Berechne die Größe der Oberfläche des Würfels in cm^2.

b) Bestimme die Länge einer Kante des Würfels in cm.

c) Berechne das Volumen des Würfels in cm^3.

P6. Berechne den Flächeninhalt der grauen Fläche (Angaben in der Abbildung in cm).



P7. 

Das Diagramm zeigt dem Abpumpvorgang zweier Tanks A und B.

a) Welcher Tank wird mit der stärkeren Pumpe entleert?

b) Berechne, wie viel Liter pro Minute aus Tank A gepumpt werden.

P8. Eine Sportlerin schwimmt eine Strecke von 3,5 km. Sie startet um 6:45 Uhr und benötigt im Durchschnitt 12 Minuten für einen Kilometer.

a) Wie viele Minuten benötigt sie für die Strecke?

b) Um wie viel Uhr erreicht sie das Ende der Strecke?

c) Berechne die Geschwindigkeit in Kilometer pro Stunde.

AUFGABENGRUPPE B - WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der höchsten Punktzahl berücksichtigt.

W1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.

a) $17x = 75 - 8x$

b) $7{,}9x + 8{,}2 - 2{,}5x = -3{,}6x + 26{,}2$

c) $2 \cdot (6x - 3) = -4 \cdot (x - 2{,}5)$

d) $x = x^2$

W2. E-Bikes (Elektrofahrräder) erfreuen sich zunehmender Beliebtheit.

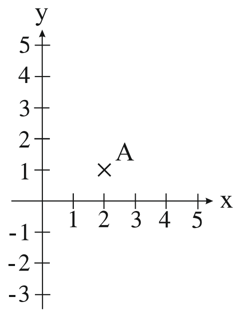
a) Normale E-Bikes fahren mit Motorunterstützung bis zu 25 km/h. Neu auf dem Markt sind Super-E-Bikes, die bis zu 80 % schneller fahren. Berechne deren Höchstgeschwindigkeit.

b) Ende des Jahres 2012 gab es in Deutschland 1,2 Mio. E-Bikes, davon wurden 360 000 im Jahr 2012 gekauft. Berechne den Prozentsatz der E-Bikes, die im Jahr 2012 gekauft wurden.

c) Die Stromkosten belaufen sich auf 32 Cent für 100 gefahrene Kilometer. Reinhard hat sich ein E-Bike für 3100 € gekauft und ist bereits 3650 km gefahren. Berechne seine bisherigen Gesamtkosten.

d) Reinhard kann den Akku seines E-Bikes bis zu 900-mal neu aufladen. Eine Akkuladung reicht für 40 km. Durch Nutzung der Bremsenergie wird die Reichweite um 12 % erhöht. Der Händler wirbt damit, dass man dann mit dem Fahrrad „einmal um die Welt“ radeln kann (40 000 km). Überprüfe durch Rechnung, ob die Werbung stimmt.

W3. In einem Koordinatensystem (1 Einheit = 1 cm) sind die Punkte $A(2|1)$, $B(4|1)$ und $D(0|5)$ eines Parallelogramms $ABCD$ gegeben.



a) Zeichne das Koordinatensystem und trage die Punkte A, B und D ein. Trage den Punkt C ein und verbinde zu einem Parallelogramm. Gib die Koordinaten von C an.

b) Spiegele das Parallelogramm $ABCD$ an der Geraden durch A und B. Gib die Koordinaten von C' und D' an. Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks $D'AD$.

c) Bestimme den Anteil, den der Flächeninhalt des Dreiecks $D'AD$ am Flächeninhalt des Fünfecks $D'C'BCD$ hat.

d) Begründe, dass das Dreieck $D'AD$ halb so groß ist wie das Dreieck $D'BD$.

W4. Supercocktail ist eine Maschine, die auf Knopfdruck Fruchtcocktails mischt.

a) Bei der Firma *Meierfeier* muss man für die Anlieferung pauschal 60 € zahlen und für jeden Cocktail 2,50 €.

(1) Auf Katrins Hochzeit werden 65 Cocktails getrunken.
Welchen Betrag muss sie an *Meierfeier* insgesamt zahlen?

(2) Isabells Mutter mietet die Maschine für ihren vierzigsten Geburtstag. Sie hat dafür 150 € eingeplant. Wie viele Cocktails können ihre Gäste dann trinken?

b) Horst kauft sich für 10500 € eine solche Maschine. Die Kosten will er innerhalb eines Jahres wieder einnehmen. Bei einem Preis von 2,50 € je Fruchtcocktail macht er 1 € Gewinn. Er geht davon aus, die Maschine 10 Mal pro Monat zu vermieten.

(1) Wie viele Cocktails müssten im Durchschnitt pro Vermietung zubereitet werden?

(2) Es zeigt sich, dass pro Vermietung im Durchschnitt 75 Cocktails zubereitet werden. Wie lange würde es dauern, bis Horst die Anschaffungskosten eingenommen hat?

(3) Um die Rückzahlung des Anschaffungspreises im ersten Jahr doch noch zu schaffen, plant Horst nach einem halben Jahr neu. Berechne seinen bisherigen Gewinn aus den ersten 6 Monaten. Was muss ein Cocktail nach der Neuplanung in der zweiten Jahreshälfte mindestens kosten?

W5. Das Besondere am heutigen Datum 04.12.2014 ist, dass die Ziffern 0, 1, 2 und 4 sowohl in der Jahreszahl als auch bei Tag und Monat genau einmal auftauchen.

a) Nenne alle Tage dieses Jahres, an denen das ebenso war.

b) In welchem Jahr vor 2014 war es letztmalig so, dass diese Ziffern genau einmal auftauchten?

c) In welchem Jahr besteht die Jahreszahl das nächste Mal aus diesen Ziffern 0, 1, 2 und 4?

d) Berechne die Zeitspanne zwischen 2014 und dem größten Jahr, das aus diesen Ziffern besteht.

e) Wie viele Jahreszahlen, in denen die Ziffern 0, 1, 2 und 4 genau einmal auftauchen, gibt es insgesamt ab dem Jahr 1000? Nenne die frühesten 6 Jahreszahlen.

f) Wie viele Tage gibt es in diesem Jahrtausend, an denen die Ziffern 0, 1, 2 und 4 sowohl in der Jahreszahl als auch bei Tag und Monat genau einmal auftauchen?

AUFGABENGRUPPE C - PFLICHTAUFGABEN 04.12.2014

P1. Berechne.

a) $23{,}8 - 5{,}4$

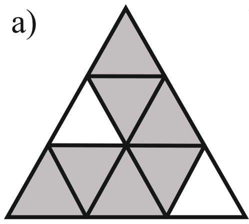
b) $0{,}75 \cdot 7$

c) $18 : 0{,}6$

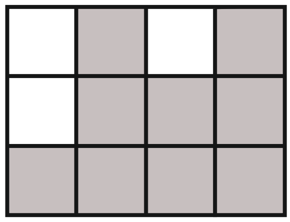
P2. Bauer Müller verkauft 10 Eier für 2,40 €. Im Hofladen von Bauer Heiner kosten 6 Eier 1,50 €. Bei welchem Bauer ist ein Ei günstiger? Begründe deine Antwort durch eine Rechnung.

P3. Welcher Anteil der Figur ist jeweils grau gefärbt? Schreibe als Bruch und kürze wenn möglich!

a)



b)



P4. Im Wald einer Gemeinde werden 15 % der Fläche mit Nadelbäumen bepflanzt. Dies ist eine Fläche von 90 ha (Hektar). Berechne, wie groß die gesamte Waldfläche ist.

P5. In der Tabelle ist der Notenspiegel der 20 Schüler der Klasse 8c aufgeführt. Berechne den Notendurchschnitt.

Note	1	2	3	4	5	6
Anzahl	2	4	8	3	2	1

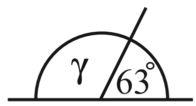
P6. Leon fährt mit seinen Freunden in den Skiurlaub in das 500 km entfernte Kempten. Für die Hin- und Rückfahrt mieten sie sich einen Kleinbus. Für das Ausleihen des Kleinbusses müssen sie eine einmalige Gebühr von 300 € und für jeden gefahrenen Kilometer 0,60 € bezahlen. Berechne die Gesamtkosten, die nur für die Hin- und Rückfahrt des Kleinbusses entstehen.

P7. a) Zeichne folgende Winkel auf dein Reinschriftpapier und markiere den Winkel.

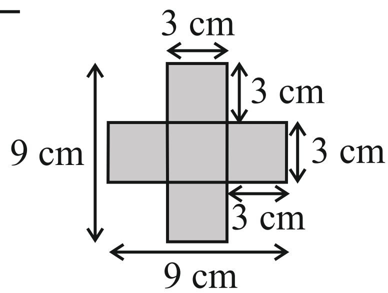
(1) $\alpha = 57°$

(2) $\beta = 270°$

b) Berechne den Winkel γ in der Abbildung.



P8. Berechne den Flächeninhalt der abgebildeten grauen Figur.



AUFGABENGRUPPE C - WAHLAUFGABEN

Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden 2 der folgenden 5 Aufgaben gewertet. Werden mehr als 2 Aufgaben bearbeitet, so werden die beiden mit der höchsten Punktzahl berücksichtigt.

W1. a) Zeichne in ein Koordinatensystem (1 Einheit $\hat{=}$ 1 cm) die Gerade g durch die Punkte $A(5|-2)$ und $B(1|2)$.

b) Zeichne die Gerade h, die durch die Punkte $C(0|6)$ und $D(-4|-2)$ verläuft.

c) Die Geraden g und h schneiden sich im Punkt S.
Gib die Koordinaten des Schnittpunktes S an.

d) Spiegele den Punkt S an der x-Achse und bezeichne den Bildpunkt mit S'.
Gib die Koordinaten des Bildpunktes S' an.

e) (1) Verbinde die Punkte A, S und S' zum Dreieck ASS'.

(2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks ASS'.

W2. Die Lernwerkstatt *Maler und Lackierer* der Wolframschule renoviert einen Teil des Schulgebäudes.

a) In einem Flur sollen zwei Wände gestrichen werden. Sie sind jeweils 15 m lang und 3,50 m hoch. Für alle Türen, die nicht gestrichen werden, müssen insgesamt 12 m^2 abgezogen werden. Berechne die Größe der zu streichenden Fläche.

b) Luisa und Tom informieren sich für die Lernwerkstatt über Farben. Im Baumarkt finden sie zwei Angebote:
Angebot 1: Farbe Schneeweiß im 5-Liter-Eimer für 14 €
Angebot 2: Farbe Gletscherweiß im 12,5-Liter-Eimer zu 33 €
Bei welchem Angebot ist ein Liter Farbe günstiger? Berechne und notiere einen Antwortsatz.

c) Luisa und Tom haben Farbe gekauft. Von dieser Farbe reichen 2,4 Liter für 12 m^2. Berechne, wie viel m^2 sie mit einem 12,5-Liter-Eimer streichen können.

d) Für die gesamten Renovierungsarbeiten rechnen die 4 Schülerinnen und 8 Schüler der Lernwerkstatt mit je 6 Arbeitsstunden. Zu Beginn der Arbeiten wurden 3 Schüler krank. Berechne, wie lange die Schülerinnen und Schüler der Lernwerkstatt jetzt brauchen werden.

W3. Auf einem Weihnachtsmarkt gibt es 60 Gastronomiestände, 30 Süßwarenstände, 6 Stände für Weihnachtsbäume und 104 Verkaufsstände für Weihnachtsartikel.

a) Berechne, wie viel Prozent der Stände Gastronomiestände sind.

b) 40 % der Süßwarenstände verkaufen Schokoladenfrüchte. Berechne, wie viele Süßwarenstände das sind.

c) Am letzten Tag des Weihnachtsmarktes kamen 5400 Personen. Das waren 4 % der gesamten Besucherzahl. Berechne, wie viele Personen insgesamt den Weihnachtsmarkt besuchten.

d) Stelle die Aufteilung der Stände des Weihnachtsmarktes in einem Säulendiagramm dar (1 cm entspricht 10 Ständen). Beschrifte die Säulen sinnvoll.

W4. a) Bestimme x.

(1) $6x + 12 = 84$

(2) $12x - 16 = 8x + 44$

(3) $2{,}4x + 1{,}8 - 0{,}7x - 2{,}5 = 4{,}4$

b) Ein Bauunternehmer verlangt für die Anlieferung eines Containers eine einmalige Gebühr von 78 €. Für jeden Tag, den der Container ausgeliehen wird, müssen zusätzlich 12 € bezahlt werden.

(1) Der Container wird 5 Tage ausgeliehen. Berechne die Kosten.

(2) Gib einen Term zur Berechnung der Kosten nach x Tagen an.

W5. Eine Freilichtbühne hat insgesamt 510 Sitzplätze, die von 1 bis 510 nummeriert sind. In der ersten Reihe befinden sich 24 Sitzplätze. In jeder weiteren Reihe kommen jeweils 6 weitere Sitzplätze hinzu. Die Nummerierung ist fortlaufend und beginnt in der ersten Reihe.

a) Gib an, wie viele Sitzplätze es in der 4. Reihe gibt.

b) In welcher Reihe gibt es genau 66 Sitzplätze?

c) Berechne, wie viele Sitzreihen die gesamte Freilichtbühne hat.

d) Bei schlechtem Wetter bleiben die letzten beiden Reihen der Freilichtbühne unbesetzt, da sich über diesen Reihen kein Regenschutz befindet. Berechne, wie viele Personen bei schlechtem Wetter die Freilichtbühne höchstens besuchen können. Nutze dein Ergebnis von Teilaufgabe c).

e) Jana sitzt auf Platz Nummer 210.

(1) Gib an, in welcher Reihe sich Janas Platz befindet.

(2) Gib die kleinste und die höchste Sitzplatznummer in dieser Reihe an.