AUFGABENGRUPPE A **05.05.2015**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$. Notiere auch deinen Lösungsweg (durch Rechnung oder in Worten).

   a) $(x^4 + 4) \cdot (x - 4) < 0$

   b) $(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 16) < x^4 - 16$

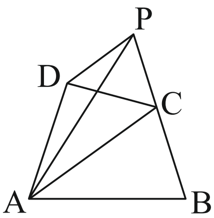
   c) $(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 300) < (4x^2 + 16) \cdot (x^2 - 4) - (x^4 - 16)$

2. a) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $h_c = 4{,}5$ cm, $\beta = 64°$ und Umkreisradius $r_u = 3$ cm.

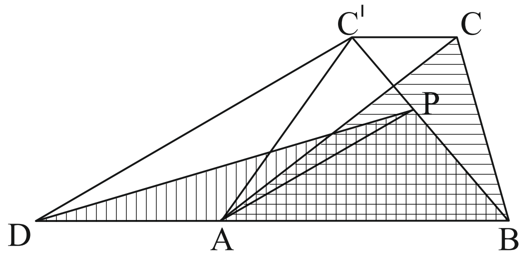
   b) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $h_c = 4{,}5$ cm, $\beta = 64°$ und Inkreisradius $r_i = 1{,}6$ cm.

   c) Konstruiere ein Dreieck ABC aus $\alpha - \beta = 14°$, $b = 4$ cm und $\gamma = 78°$.

3. a) In der nebenstehenden Figur ist $\overline{AC} || \overline{DP}$ und C liegt auf $\overline{BP}$. Zeige: Das allgemeine Viereck $ABCD$ ist flächengleich zum Dreieck ABP.

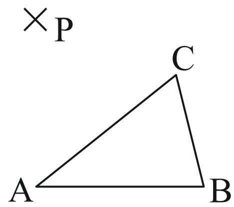


   b) (1)

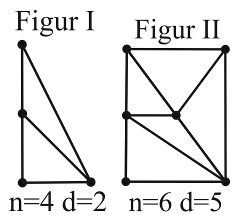


   Gegeben ist ein Punkt P innerhalb eines Dreiecks ABC. Ferner gilt $\overline{CC'} || \overline{AB}$ und $\overline{C'D} || \overline{PA}$ (siehe Abbildung). Zeige, dass die Dreiecke ABC und DBP den gleichen Flächeninhalt besitzen.

   (2) Zeichne ein Dreieck ABC beliebig und ergänze einen Punkt P außerhalb des Dreiecks (s. Skizze). Konstruiere wie in b) (1) einen Punkt D auf AB so, dass die Dreiecke ABC und ADP (oder ABC und BPD) den gleichen Flächeninhalt besitzen.
   Schraffiere dein zu Dreieck ABC flächengleiches Lösungsdreieck.

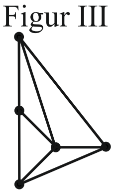


4. Man verbindet n verschiedene Punkte vollständig so, dass sich die Verbindungen nicht schneiden. Je drei Verbindungen bilden eines von insgesamt d Dreiecken (siehe nebenstehende Beispiele).



   a) Bestimme n und d für Figur III.

Figur III



   b) Ergänze die Figur IV durch einen weiteren Punkt so, dass

      (1) kein Dreieck entsteht,

      (2) genau drei Dreiecke entstehen.

Figur IV

   c) (1) Zeichne eine Figur mit $n = 5$ und $d = 5$.

      (2) Es sei $n = 6$. Welche Anzahlen d sind möglich? Zeichne für jede Möglichkeit eine Figur.

   d) Es sei $n \geq 3$. Nicht alle Punkte liegen auf einer Geraden.

      (1) Wie viele Dreiecke entstehen in einer Figur mindestens? Gib einen Term in Abhängigkeit von n an.

      (2) Wie viele Dreiecke entstehen in einer Figur höchstens? Gib einen Term in Abhängigkeit von n an. Begründe.

5. Ein Kilogramm Erdbeeren 1. Wahl kostet 6 €, bei 2. Wahl sind es 4,50 €. Für ein Eisrezept benötigt Tobias 2 kg Erdbeeren. Nach dem Putzen der Erdbeeren hat man erfahrungsgemäß bei der 1. Wahl $\frac{1}{5}$, bei der 2. Wahl $\frac{1}{3}$ weniger.

   a) (1) Wie viel kosten die Erdbeeren 1. Wahl für das Eisrezept?

      (2) Wie viel kosten die Erdbeeren 2. Wahl für das Eisrezept?

      (3) Welchen Kilopreis müssten Erdbeeren 1. Wahl haben, damit sie für das Eisrezept genauso viel kosten wie die Erdbeeren 2. Wahl?

   b) Beatrix war beim Putzen der Erdbeeren 1. Wahl sehr sorgfältig, sodass sie für das Eisrezept Erdbeeren für 13,50 € benötigte. Wie groß ist der Anteil, den sie beim Putzen entfernt hat?

   c) Abends werden auf beide Kilopreise Rabatte gegeben. Dadurch kosten Erdbeeren 1. und 2. Wahl nach dem Putzen gleich viel. Um wie viel Prozent können die Preise für Erdbeeren 1. bzw. 2. Wahl reduziert worden sein? Finde drei Paare.

6. Eine Firma produziert 10 000 Jeans. Davon sind 10 % fehlerhaft. Bei der Klassifizierung werden 5 % der fehlerhaften Jeans irrtümlich als erste Wahl und 2 % der einwandfreien Jeans irrtümlich als zweite Wahl eingestuft.

   a) Übertrage die Tabelle und fülle sie vollständig aus.

		Test ergibt		
Jeans ist		erste Wahl	zweite Wahl	Summe
	einwandfrei			
	fehlerhaft		950	
	Summe			10 000

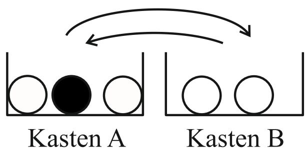
   b) Was besagt der Quotient $\frac{950}{10\,000}$ in diesem Zusammenhang?

   c) Wie viele der insgesamt 10 000 produzierten Jeans sind einwandfrei oder 2. Wahl?

   d) (1) Der Hersteller liefert seine Ware erster Wahl an A-Stores, die zweiter Wahl günstiger an B-Stores. Paul meint, es sei wahrscheinlicher, dass im B-Store eine einwandfreie Jeans liege als im A-Store eine fehlerhafte. Überprüfe seine Behauptung und begründe.

      (2) Bei einem anderen Hersteller, der ebenfalls 90 % einwandfreie Jeans produziert, sind die Anteile der irrtümlich eingestuften Jeans beide gleich, nämlich 5 %. Stimmt Pauls Behauptung für diesen Hersteller? Begründe.

7. Für ein Experiment werden zwei Kästen mit Kugeln aufgestellt (siehe Abbildung).



   a) Kasten A enthält 2 weiße und eine schwarze Kugel, Kasten B zwei weiße Kugeln. Es wird eine Kugel aus Kasten A gezogen und in Kasten B gelegt. Dann wird eine Kugel aus Kasten B gezogen und wieder in Kasten A gelegt.

      (1) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist die aus B gezogene Kugel weiß? Stelle die Situation in einem vollständigen Baumdiagramm dar.

      (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit hat sich die Zusammensetzung in Kasten A nicht verändert?

      (3) Die aus B gezogene Kugel ist weiß. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde beim ersten Zug aus Kasten A die schwarze Kugel gezogen?

   b) Die Kästen sind wie in a) bestückt. Zunächst wird ein Kasten zufällig gewählt und diesem werden dann zwei Kugeln zufällig entnommen.

      (1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass beide weiß sind?

      (2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass sie aus Kasten A stammen, wenn beide weiß sind?

(**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

AUFGABENGRUPPE B **05.05.2015**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$.
   (1) $4x \cdot (2x+3) - 4x^2 > (2x-4) \cdot (2x+4)$
   (2) $5 - (2015 - x^2) = (x+5)^2$

   b) Finde je eine ganze Zahl für x und y, sodass die Gleichung $5x - 5y = 2015$ erfüllt ist. Es gilt:
   (1) Die Zahl x ist gleich null.
   (2) Die Zahlen x und y sind größer als null.
   (3) Die Zahlen x und y sind kleiner als null.

2. In einem Koordinatensystem (1 Einheit $\hat{=}$ 1 cm) sind die Punkte $A(0|0)$, $B(5|3)$ und $C(0|3)$ des Dreiecks ABC gegeben.

   a) Zeichne das Koordinatensystem mit dem Dreieck ABC.

   b) (1) Durch den Punkt B verläuft eine Gerade parallel zur y-Achse und bildet mit der x-Achse einen Schnittpunkt; nenne diesen Schnittpunkt E. Spiegele E an der Geraden AB und bezeichne den Bildpunkt mit E'.
   (2) Berechne den Flächeninhalt des Vierecks $AEBE'$.
   (3) Verschiebe den Punkt B auf der Geraden BE so, dass bei entsprechender Spiegelung der Bildpunkt E' auf der y-Achse liegt. Nenne den verschobenen Punkt B' und gib seine Koordinaten an.
   (4) Lea behauptet: „Der Anteil, den der Flächeninhalt des ursprünglichen Dreiecks ABC am Flächeninhalt des Dreiecks AEB' hat, beträgt 60 %.“ Hat sie Recht? Begründe.

   c) Bei einer entsprechenden Konstruktion wie in Aufgabenteil b) ist das Dreieck AEE' gleichseitig. Gib die Größe der vier Innenwinkel des Vierecks $AEBE'$ an.

3. a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $h_c = 4{,}5$ cm, $\alpha = 67°$ und $\beta = 43°$.

   b) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $c = 6{,}4$ cm, $\alpha = 98°$ und der Winkelhalbierenden $w_\alpha = 3{,}2$ cm.

   c) (1) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $a = 5$ cm, $b = 6$ cm und $c = 7$ cm.
   (2) Zeichne den Inkreis.

4. Die deutsche Luftrettung meldete für das Jahr 2012 bundesweit 49 200 Einsätze. Das bedeutet einen Anstieg von 5 % im Vergleich zum Jahr 2011. Im Jahr 2013 rückten die Rettungshubschrauber 52 000-mal aus. Gib im Weiteren jeweils auf ganze Zahlen gerundete Endergebnisse an.

   a) Berechne die durchschnittliche Anzahl der bundesweiten Einsätze pro Tag im Jahr 2013.

   b) Berechne die Anzahl der Einsätze im gesamten Jahr 2011.

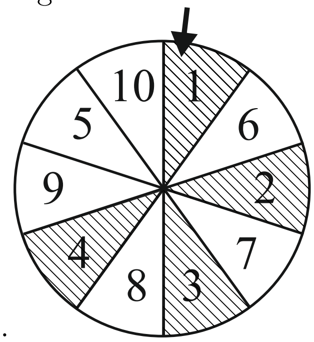
   c) Wie hoch ist die prozentuale Steigerung von 2012 auf 2013?

   d) In der folgenden Tabelle sind die Einsatzursachen für das Jahr 2012 aufgeführt.

Ursache	Anteil in Prozent
Internistische Notfälle	50
Unfälle (Arbeit, Schule, Freizeit, zu Hause)	15
Unfälle im Straßenverkehr	10
Sonstiges	25

   (1) Berechne, wie oft die Luftrettung wegen Unfällen aller Art im Einsatz war.
   (2) Bei zwei Drittel der internistischen Notfälle handelte es sich um Herz-Kreislauf-Erkrankungen. Berechne deren Anzahl.

5. Bei einem Schulfest hat der Jahrgang 8 das nebenstehende Glücksrand aufgestellt.



   a) Das Rad wird einmal gedreht. Gib jeweils die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis an:
      (1) gerade Zahl
      (2) schraffiertes Feld
      (3) schraffiertes Feld mit gerader Zahl
   b) Das Rad wird zweimal gedreht.
      (1) Gib jeweils die Wahrscheinlichkeit für das folgende Ereignis an:
         (1.1) 1. Dreh: schraffiert, 2. Dreh: gerade
         (1.2) nie ein schraffiertes Feld
         (1.3) genau einmal eine gerade Zahl
      (2) Die Wahrscheinlichkeit beträgt $\frac{12}{25}$. Gib ein mögliches Ereignis an.

   (**Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.**)

6. Der Verbrauch von Plastiktüten trägt zur Umweltverschmutzung bei. In Deutschland werden von ca. 81 000 000 Einwohnern jährlich ca. 5 300 000 000 Plastiktüten verbraucht.
   a) Berechne den durchschnittlichen Jahresverbrauch an Plastiktüten je Einwohner. Runde auf eine volle Anzahl von Tüten.
   b) Wie viele Plastiktüten werden im Durchschnitt pro Minute verbraucht? Runde auf Tausender.
   c) Deutschland ist von Nord nach Süd ca. 900 km lang. Berechne, wie oft man Deutschland mit dem Jahresverbrauch an Plastiktüten von Nord nach Süd auslegen könnte. Rechne mit einer Tütenlänge von 30 cm. Runde auf eine volle Anzahl.
   d) Nach Einführung einer Plastiktütensteuer sank in Irland der jährliche Verbrauch je Einwohner von 340 Tüten auf 17 Tüten. Berechne den in Deutschland zu erwartenden jährlichen Verbrauch je Einwohner nach der Einführung einer solchen Steuer bei gleichem prozentualem Rückgang des Verbrauchs. Runde auf eine volle Anzahl von Tüten.

7. Bodo möchte eine Wolldecke stricken und hat dazu mehrere 50 g-Wollknäuel gekauft. Die rechteckige Decke soll 1,50 m breit und 2,20 m lang sein. Die Anzahl der Maschen und Reihen findet Bodo durch eine Maschenprobe heraus. Dazu strickt er eine quadratische Fläche mit der Seitenlänge 10 cm. Er zählt auf diesem Stück 24 Reihen mit je 18 Maschen.
   a) (1) Wie viele Maschen hat eine Reihe der Wolldecke? Gib beide Möglichkeiten an.
      (2) Wie viele Reihen hat dann die Decke jeweils?
   b) Bodos Maschenprobe wiegt 4 g.
      (1) Berechne das Gewicht der Decke.
      (2) Wie viele Knäuel sollte Bodo kaufen?
   c) Bodo strickt aus einem Knäuel einen Schal. Gib Länge und Breite eines möglichen Schals an.
   d) Henni strickt mit anderer Wolle. Ihre Maschenprobe ergibt $\frac{1}{6}$ weniger Reihen aus $\frac{1}{6}$ weniger Maschen. Sie weiß: „Ich muss $\frac{11}{36}$ weniger Maschen stricken als Bodo.“ Begründe.

AUFGABENGRUPPE C **05.05.2015**

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Berechne x.
   (1) $5x + 5 - 3x + 17 + 9x = 0$
   (2) $2 \cdot (4 - 3x) = -7 \cdot (x + 3) - 2$
   (3) $\frac{1}{5} \cdot (x + 5) = 2$

   b) Für die Berechnung des Umfangs eines Rechtecks gilt: $2 \cdot a + 2 \cdot b = U$
   Stelle die Formel so um, dass a allein auf einer Seite der Gleichung steht ($a = \ldots$).

2. Die Schülerinnen und Schüler des Jahrgangs 8 einer Schule haben die Möglichkeit, an einer Sprachreise nach Brighton in England teilzunehmen.

   a) In diesem Schuljahr haben sich 84 Schülerinnen und Schüler für die Englandfahrt angemeldet. Das sind 48 % aller Schülerinnen und Schüler des Jahrgangs 8. Wie viele Schülerinnen und Schüler besuchen insgesamt den Jahrgang 8?

   b) Die Gesamtkosten der Fahrt setzen sich aus mehreren Anteilen zusammen. Ein Drittel des Geldes ist für Fahrtkosten, ein Viertel ist für Unterbringung und ein Sechstel ist für Eintrittsgelder vorgesehen. Der verbleibende Rest ist für Sonderausgaben.
   (1) Wie groß ist der Anteil für Sonderausgaben?
   (2) Stelle die Anteile der Kosten in einem Streifendiagramm dar (die Gesamtkosten entsprechen 12 cm).

   c) Ein Ausflug während der Sprachreise geht nach London. Der Bus braucht für die Strecke 1 Stunde und 15 min. Der Bus fährt mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 52 Meilen pro Stunde.
   (1) Berechne in Meilen, wie weit Brighton und London voneinander entfernt sind.
   (2) Ein Kilometer entspricht 0,621 (englischen) Meilen. Gib die Geschwindigkeit des Busses in Kilometer pro Stunde an. Runde auf volle Kilometer pro Stunde.

3. a) Der Flächeninhalt eines Dreiecks ist 44 cm^2 groß. Der Flächeninhalt eines zweiten Dreiecks ist um 15 % kleiner. Wie viel Quadratzentimeter ist der Flächeninhalt des zweiten Dreiecks kleiner?

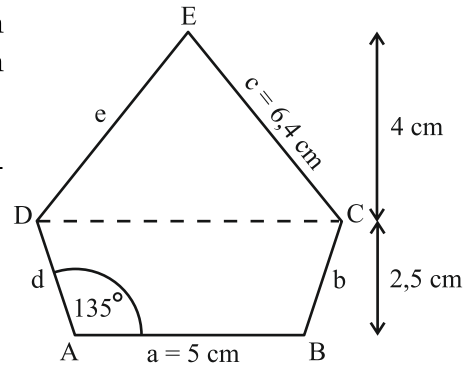
   b) Die Fläche eines Quadrates ist 16 cm^2 groß. Ein zweites Quadrat hat einen Flächeninhalt von 25 cm^2. Berechne, um wie viel Prozent das zweite Quadrat größer ist.

   c) Ein Rechteck hat einen Flächeninhalt $A = 24$ cm^2. Bei einem zweiten Rechteck hat die Seite a eine Länge von 3 cm. Der Flächeninhalt diese zweiten Rechtecks ist 5 % größer als der des ersten. Berechne die Länge der Seite b des zweiten Rechtecks.

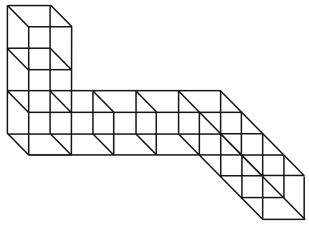
4. Die Abbildung zeigt das Fünfeck $ABCED$. Das Fünfeck ist in ein symmetrisches Trapez $ABCD$ mit $\overline{AB}||\overline{DC}$ und $d = b$ sowie ein gleichschenkliges Dreieck DCE mit $c = e$ zerlegt.

   a) Konstruiere das Fünfeck $ABCED$ mit den angegebenen Maßen und beschrifte die Eckpunkte.

   b) Berechne den Flächeninhalt des Fünfecks $ABCED$.

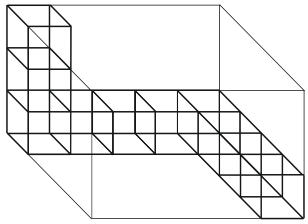


5. Lisa sieht in einem Museum das abgebildete Kunstwerk. Es besteht aus zehn gleich großen, massiven Plexiglaswürfeln. Jeder dieser Plexiglaswürfel hat eine Kantenlänge von 25 cm.



   a) Berechne, wie schwer dieses Kunstwerk ist, wenn 1 cm^3 Plexiglas 1,2 g wiegt. Gib dein Ergebnis in Kilogramm an.

   b) Lisa stellt sich vor, dass man dieses Kunstwerk zu einem Quader ergänzen könnte (siehe Abbildung).



      (1) Gib die Länge, die Breite und die Höhe dieses so entstehenden Quaders in Zentimetern an.

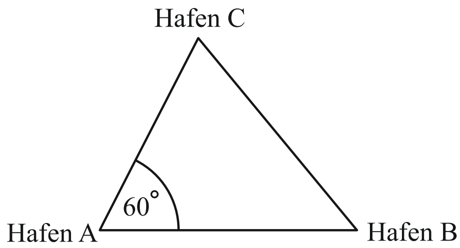
      (2) Gib an, wie viele solcher Plexiglaswürfel ergänzt werden müssen, damit dieser Quader entsteht.

6. Irene und ihre Freundin Uschi fahren mit ihrem Segelboot auf einem See. Irene hat eine Karte im Maßstab 1 : 75 000. Uschi hat eine Karte im Maßstab 1: 25 000.

   a) Auf Irenes Karte sind zwei Anlegestellen 8 cm voneinander entfernt. Berechne, wie viele Meter die Anlegestellen in Wirklichkeit voneinander entfernt sind.

   b) Zwei andere Anlegestellen sind in Wirklichkeit 5 km voneinander entfernt. Berechne, wie viele Zentimeter die Anlegestellen auf Uschis Karte voneinander entfernt sind.

   c) Irene und Uschi machen eine Rundfahrt zu drei Häfen. Um die Entfernungen abzuschätzen, verbindet *Irene* auf ihrer Karte die Häfen miteinander (siehe Abbildung). Auf ihrer Karte ist Hafen A von Hafen B 6,5 cm entfernt, Hafen C ist von Hafen A 4 cm entfernt. Die beiden Strecken $\overline{AB}$ und $\overline{AC}$ schließen einen Winkel von 60° ein. Konstruiere und beschrifte das Dreieck ABC. Wie weit ist Hafen B von Hafen C in Wirklichkeit entfernt? Gib dein Ergebnis in Kilometer an.



7. Jan wirft mehrfach eine Reißzwecke und notiert dabei die beiden möglichen Ergebnisse mit einer Strichliste in einer Tabelle:

Reißzwecke liegt *auf der Seite* 	卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 卌 ||||
Reißzwecke liegt *auf dem Kopf* 	卌 卌 卌 卌 卌 |

   a) (1) Gib die relative Häufigkeit für  als vollständig gekürzten Bruch an.

      (2) Gib die relative Häufigkeit für  in Prozent an.

   b) Mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{3}{4}$ liegt die Reißzwecke auf der Seite.

      (1) Angenommen, Jan wirft die Reißzwecke 10 000-mal.
      Wie oft ist damit zu rechnen, dass die Reißzwecke auf dem Kopf liegt?

      (2) Dana wirft eine Reißzwecke zweimal hintereinander.
      Notiere alle möglichen Ergebnispaare bei diesem Zufallsexperiment.

      (3) Dana wirft erneut eine Reißzwecke zweimal hintereinander.
      Berechne die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Reißzwecke zweimal hintereinander auf der Seite liegt.