

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE A

1. a) $\mathbb{L} = \{\dots; -1; 0; 1; 2; 3\}$, denn
 $x^4 + 4 > 0$ gilt immer,
 somit $(x - 4) < 0$
 $x < 4$
- b) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1\}$, denn
 $(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 16) - (x^4 - 16) < 0$
 $(x^2 - 4) \cdot [(x^2 + 16) - (x^2 + 4)] < 0$
 $(x^2 - 4) \cdot 12 < 0$
 $x^2 < 4$
- c) $\mathbb{L} = \{\dots; -14; -13; -1; 0; 1; 13; 14; \dots\}$, denn
 $(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 300) < 4 \cdot (x^2 + 4) \cdot (x^2 - 4) - (x^4 - 16)$
 $(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 300) < 4 \cdot (x^4 - 16) - (x^4 - 16)$
 $(x^2 - 4) \cdot (x^2 + 300) < 3 \cdot (x^4 - 16)$
 $(x^2 - 4) \cdot [(x^2 + 300) - 3 \cdot (x^2 + 4)] < 0$
 $(x^2 - 4) \cdot [-2x^2 + 288] < 0$
 Fall 1:
 $x^2 - 4 < 0$ und $-2x^2 + 288 > 0$
 $x^2 < 4$ und $144 > x^2$
 $\mathbb{L}_1 = \{-1; 0; 1\}$
 Fall 2:
 $x^2 - 4 > 0$ und $-2x^2 + 288 < 0$
 $x^2 > 4$ und $144 < x^2$
 $\mathbb{L}_2 = \{\dots; -14; -13; 13; 14; \dots\}$

2. a) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC :
 Parallelstreifen im Abstand von h_c und Abtragen von Winkel β
 führt auf B und C .
 Antragen der Mittelsenkrechte m_{BC}
 Antragen von r_u an B (oder C) schneidet
 m_{BC} im Umkreismittelpunkt M
 Zeichnen des Umkreises.
 Schnittpunkt des freien Schenkels mit dem
 Umkreis ergibt A .
- b) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC :
 Parallelstreifen im Abstand von h_c und Abtragen von Winkel β
 führt auf B und C .
 Schnittpunkt der beiden Parallelstreifen zu den beiden Schenkeln
 von β im Abstand von r_i (alternativ: ein Parallelstreifen und w_β)
 liefert den Mittelpunkt M des Inkreises.
 Zeichnen des Inkreises.
 Thaleskreis über \overline{MC} schneidet den Inkreis in D
 (alternativ: Verdoppelung des Winkels $\sphericalangle MCB$)
 Verlängerung von \overline{CD} (alternativ: freier

Schenkel von $\sphericalangle MCB$) schneidet freien Schenkel von β in A .

c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks ABC :

Berechnung von α und β mit LGS

$$(\alpha - \beta = 14^\circ, \alpha + \beta = 102^\circ \Rightarrow \alpha = 58^\circ, \beta = 44^\circ)$$

Konstruktion nach WSW

alternativ:

Zeichnen von \overline{AC} und Abtragen des Winkels $\alpha - \beta = 14^\circ$ in A

Antragen von γ schneidet freien Schenkel in D .

Kreis um D mit Radius $|DA|$ schneidet freien

Schenkel von γ in B .

3. a) $A_{ACD} = A_{ACP}$ (gleiche Grundseite \overline{AC} und gleiche Höhe)

$$A_{ABCD} = A_{ABC} + A_{ACD} = A_{ABC} + A_{ACP} = A_{ABP}$$

b) (1) $A_{ABC'} = A_{ABC}$ (gleiche Grundseite \overline{AB} und gleiche Höhe)

$$A_{APC'} = A_{APD} \text{ (gleiche Grundseite } \overline{AP} \text{ und } \overline{AP} \parallel \overline{C'D}\text{)}$$

$$A_{ABC} = A_{ABC'} = A_{ABP} + A_{APC'} = A_{ABP} + A_{APD} = A_{DBP}$$

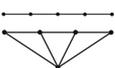
(2) Parallele zu \overline{AB} durch C

\overline{AP} (bzw. \overline{BP}) schneidet die Parallele in C'

Parallele zu \overline{PB} (bzw. \overline{PA}) durch C' liefert D auf \overline{AB}

Schraffur des Lösungsdreiecks

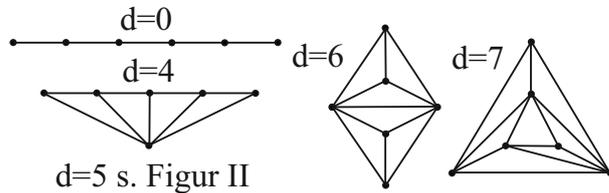
4. a) $n = 5$ und $d = 4$

b) (1) 

(2) 

c) (1) 

(2) d kann 0, 4, 5, 6, 7 sein.



d) (1) $d = n - 2$

(2) $d = 2(n - 3) + 1$

Zu einer Figur mit $n - 1$ Punkten und maximalem d kommen mit Punkt n immer höchstens zwei Dreiecke hinzu, d. h. n hat den Vorfaktor 2.

Weil das erste Dreieck zunächst geschlossen werden muss, muss der Term für $n = 3$ den Wert 1 ergeben.

5. a) (1) $2 : \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot 6 \text{ €} = 15 \text{ €}$

alternativ: Für das Rezept muss man 2,5 kg Erdbeeren 1. Wahl für 15 € kaufen, denn die benötigten 2 kg entsprechen $\frac{4}{5}$ der zu kaufenden Menge.

$$(2 \text{ kg} \cdot \frac{5}{4} = 2,5 \text{ kg}).$$

(2) $2 : \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot 4,50 \text{ €} = 13,50 \text{ €}$

alternativ: Für das Rezept muss man 3 kg Erdbeeren 2. Wahl für 13,50 € kaufen, denn die benötigten 2 kg entsprechen $\frac{2}{3}$ der zu kaufenden Menge.

$$(2 \text{ kg} \cdot \frac{3}{2} = 2,5 \text{ kg}).$$

(3) 5,40 €

$$2 : \left(1 - \frac{1}{5}\right) \cdot x \text{ €} = 13,50 \text{ €}$$

Wenn 2,5 kg Erdbeeren 1. Wahl 13,50 € kosten, dann ergibt sich ein Kilopreis von $13,50 \text{ €} : 2,5 = 13,50 \text{ €} \cdot \frac{2}{5} = 5,40 \text{ €}$.

b)

$$\frac{1}{9}$$

$$2 : (1 - a) \cdot 6 \text{ €} = 13,50 \text{ €}$$

alternativ:

Für 13,50 € bekommt sie $13,50 \text{ €} : 6 \text{ €} = 2,25$ (kg Erdbeeren 1. Wahl).

Da $\frac{2}{2,25} = \frac{8}{9}$ sind, wurden $\frac{1}{9}$ weggeputzt. $\left(\frac{2,25 - 2}{2,25} = \frac{1}{9}\right)$

c)

z. B. (10%|0%), (19%|10%), (28%|20%)
(oder (20%|11,111%), (100%|100%))(je 1,0)

$$6 \cdot (1 - r_1) \cdot 2 : (1 - \frac{1}{5}) = 4,5 \cdot (1 - r_2) \cdot 2 : (1 - \frac{1}{3})$$

$$r_1 = 0,1 + 0,9r_2 \text{ (alternativ: } r_2 = \frac{1}{9}(10r_1 - 1))$$

		Test ergibt		
		erste Wahl	zweite Wahl	Summe
Jeans ist	einwandfrei	8820	180	9000
	fehlerhaft	50	950	1000
	Summe	8870	1130	10 000

6. a)

b)

Dies ist der Anteil an allen produzierten Jeans, die sowohl fehlerhaft sind als auch als zweite Wahl erkannt werden.

c)

9950

8820 + 180 + 950 (oder alternativ: 9000 + 1130 - 180)

d) (1)

$p_A < p_B$, Pauls Behauptung ist korrekt.

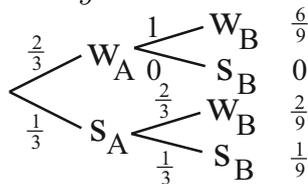
$$p_A = P(\text{fehlerhafte Jeans im A-Store}) = \frac{50}{8870}$$

$$p_B = P(\text{einwandfreie Jeans im B-Store}) = \frac{180}{1130}$$

(2) Pauls Behauptung stimmt auch in diesem Fall: $\frac{50}{8600} < \frac{450}{1400}$.

		Test ergibt		
		erste Wahl	zweite Wahl	Summe
Jeans ist	einwandfrei	8550	450	9000
	fehlerhaft	50	950	1000
	Summe	8600	1400	10 000

7. a) (1) $P(\text{„2. Kugel weiß“}) = \frac{8}{9}$



Baumdiagramm:

(2) $P(\text{„WW oder SS“}) = \frac{7}{9}$

$$(3) P_{W_B}(S_A) = \frac{2}{9} = \frac{1}{4}$$

b) (1) $P(WW) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} \left(= \frac{2}{3} \right)$

$$(2) P_{WW}(A) = \frac{6}{4} = \frac{1}{4}$$

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE B

1. a) (1) $\mathbb{L} = \{-1; 0; 1; \dots\}$
 $8x^2 + 12x - 4x^2 > 4x^2 - 16$
 $4x^2 + 12x > 4x^2 - 16$
 $12x > -16$
 $x > -\frac{16}{12}$
 $x > -1\frac{1}{3}$
- (2) $\mathbb{L} = \{ \}$
 $5 - 2015 + x^2 = x^2 + 10x + 25$
 $-2010 = 10x + 25$
 $-2035 = 10x$
 $-203,5 = x$
- b) (1) $y = -403$
(2) richtiges Zahlenpaar, z. B. $x = 806, y = 403$ (oder $x = 1, y = 404$)
(3) richtiges Zahlenpaar, z. B. $x = -1, y = -404$

2. a) Koordinatensystem mit Dreieck ABC
- b) (1) Einzeichnen von Punkt E
 Spiegeln des Punktes E
- (2) 15 cm^2
 $A_{AEB} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 5$
- (3) $B'(5|5)$
 Einzeichnen der Spiegelachse im 45° -Winkel zum Ursprung
- (4) Die Aussage stimmt mit richtiger Begründung, z. B.
 $A_{ABC} : A_{AEB'} = 7,5 \text{ cm}^2 : 12,5 \text{ cm}^2 = 3 : 5 = 60 \%$
 (alternativ: Verhältnisse der Höhen)
- c) $\sphericalangle EAE' = 60^\circ, \sphericalangle BEA = 90^\circ, \sphericalangle AE'B = 90^\circ,$
 $\sphericalangle E'BE = 120^\circ$

3. a) Dreieck ABC mit Beschriftung
 Parallelstreifen mit $4,5 \text{ cm}$
 Antragen von α
 Berechnen von $\gamma = 70^\circ$
 Antragen von γ
- b) Dreieck ABC mit Beschriftung
 Zeichnen der Seite c und Antragen von α
 Zeichnen der Winkelhalbierenden
- c) (1) Dreieck ABC mit Beschriftung
 Zeichnen von c und Kreisbogen um A mit $r = 6 \text{ cm}$
 und Kreisbogen um B mit $r = 5 \text{ cm}$
- (2) Zeichnen des Inkreises
 Konstruktion zweier Winkelhalbierenden

-
4. a) 142
 $52\,000 : 365$
142,4...
- b) 46 857
49 200 entsprechen 105 %.
 $49\,200 \cdot 100 : 105$
46 857,1...
- c) 6 %
 $2800 : 49\,200$
5,6... %
- d) (1) 12 300
49 200 entsprechen 100 %.
 $49\,200 : 4$
- (2) 16 400
49 200 entsprechen 100 %.
24 600 entsprechen 50 %.
 $24\,600 : 3 \cdot 2$
-

5. a) (1) $\frac{5}{10} \left(= \frac{1}{2} \right)$
(2) $\frac{4}{10} \left(= \frac{2}{5} \right)$
(3) $\frac{2}{10} \left(= \frac{1}{5} \right)$
- b) (1.1) $\frac{4}{10} \cdot \frac{1}{2} \left(= \frac{1}{5} \right)$
(1.2) $\frac{6}{10} \cdot \frac{6}{10} \left(= \frac{9}{25} \right)$
(1.3) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \left(= \frac{1}{2} \right)$
- (2) richtiges Ereignis
z. B. einmal schraffiertes Feld, einmal unshraffiertes Feld
-

6. a) 65
 $5\,300\,000\,000 : 81\,000\,000$
65,4...
- b) 10 000 Plastiktüten
 $365 \cdot 24 \cdot 60$ Minuten = 525 600 Minuten
 $5\,300\,000\,000 : 525\,600$
 $53\,000\,000 : 5256 = 10\,083,7...$
- c) 1767-mal
5,3 Mrd \cdot 30 cm
159 Mrd cm
 $159\,000\,000\,000$ cm = $1\,590\,000\,000$ m = $1\,590\,000$ km
 $1\,590\,000$ km : 900 km = 1766,6...
- d) 3 Tüten je Einwohner
17 von 340
5 %
 $0,05 \cdot 65 = 3,25$
-

7. a) (1) Möglichkeit 1: 270 Maschen
 $15 \cdot 18$
Möglichkeit 2: 396 Maschen

$$22 \cdot 18$$

(2) zu Möglichkeit 1: 528 Reihen

$$22 \cdot 24$$

zu Möglichkeit 2: 360 Reihen

$$15 \cdot 24$$

b) (1) 1320 g

$$15 \cdot 22$$

$$330 \cdot 4$$

(2) 27 Knäuel

$$1320 \text{ g} : 50 \text{ g}$$

26,4 Knäuel

c) richtige Länge und Breite des Schals, z.B. $10 \text{ cm} \times 125 \text{ cm}$

$$50 \text{ g} : 4 \text{ g}$$

d) Begründung

$$\text{z. B. } \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{25}{36}$$

$$1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$$

LÖSUNGEN

AUFGABENGRUPPE C

1. a) (1) $x = -2$
 $11x + 22 = 0$
 $11x = -22$
 (2) $x = -31$
 $8 - 6x = -7x - 21 - 2$
 $8 - 6x = -7x - 23$
 $-6x = -7x - 31$
 (3) $x = 5$
 $\frac{1}{5}x + 1 = 2$
 $\frac{1}{5}x = 1$
 b) $a = (U - 2b) : 2$
 $2 \cdot a = U - 2 \cdot b$

2. a) 100 % entsprechen 175 Schülern.
 48 % entsprechen 84 Schülern.
 1 % entspricht 1,75 Schülern.
 b) (1) $\frac{3}{12} \left(= \frac{1}{4} \right)$
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}$
 $= \frac{4 + 3 + 2}{12}$
 $= \frac{9}{12}$
 (2) Streifendiagramm mit Beschriftung
 c) (1) 65 (englische) Meilen
 15 Minuten entsprechen 13 (englischen) Meilen.
 (2) 84 Kilometer pro Stunde
 $52 : 0,621$
 $= 83,7359 \dots$

3. a) 15 % entsprechen $6,6 \text{ cm}^2$.
 100 % entsprechen 44 cm^2 .
 1 % entspricht $0,44 \text{ cm}^2$.
 b) 9 cm^2 entsprechen $56,25 \%$.
 $25 \text{ cm}^2 - 16 \text{ cm}^2 = 9 \text{ cm}^2$.
 16 cm^2 entsprechen 100% .
 1 cm^2 entspricht $6,25 \%$.
 c) $b = 8,4 \text{ cm}$
 100 % entsprechen 24 cm^2 .
 1 % entspricht $0,24 \text{ cm}^2$.
 5 % entsprechen $1,2 \text{ cm}^2$.
 Fläche zweites Rechteck: $A = 25,2 \text{ cm}^2$
 $b = 25,2 \text{ cm}^2 : 3 \text{ cm}$

4. a) Hinweise zur Konstruktion des Fünfecks $ABCDE$ mit Beschriftung:

z. B. Zeichnen der Strecke \overline{AB} mit $a = 5 \text{ cm}$
 Parallele zu \overline{AB} im Abstand von $h = 2,5 \text{ cm}$
 Antragen von α
 D als Schnittpunkt des freien Schenkels von α und der Parallele
 Antragen von $\beta = \alpha$
 C als Schnittpunkt des freien Schenkels von β und der Parallele
 Kreisbogen um C mit dem Radius $r = 6,4 \text{ cm}$
 Kreisbogen um D mit dem Radius $r = 6,4 \text{ cm}$
 Bezeichnung des Schnittpunktes mit E und
 Verbinden zum Fünfeck $ABCDE$

b)

$$\overline{DC} = 10 \text{ cm}$$

$$A_{\text{Fünfeck } ABCED} = 38,75 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Dreieck } DCE} = 10 \text{ cm} \cdot 4 \text{ cm} : 2$$

$$A_{\text{Dreieck } DCE} = 40 \text{ cm}^2 : 2$$

$$A_{\text{Dreieck } DCE} = 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Trapez } ABCD} = (5 \text{ cm} + 10 \text{ cm}) \cdot 2,5 \text{ cm} : 2$$

$$A_{\text{Trapez } ABCD} = 37,5 \text{ cm}^2 : 2$$

$$A_{\text{Trapez } ABCD} = 18,75 \text{ cm}^2$$

5. a) $187,5 \text{ kg}$
 $V_{\text{Würfel}} = 25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm}$
 $V_{\text{Würfel}} = 625 \text{ cm}^2 \cdot 25 \text{ cm}$
 $V_{\text{Würfel}} = 15\,625 \text{ cm}^3$
 $15\,625 \text{ cm}^3 \cdot 10 = 156\,250 \text{ cm}^3$
 $156\,250 \text{ cm}^3 \cdot 1,2 \text{ g/cm}^3$
 $187\,500 \text{ g}$

b) (1) Länge: $5 \cdot 25 \text{ cm} = 125 \text{ cm}$
 Breite: $4 \cdot 25 \text{ cm} = 100 \text{ cm}$
 Höhe: $3 \cdot 25 \text{ cm} = 75 \text{ cm}$

(2) 50 Würfel müssen ergänzt werden.
 Anzahl Würfel Quader: $4 \cdot 5 \cdot 3$
 60 Würfel
 60 Würfel – 10 Würfel

6. a) 6000 m
 $8 \text{ cm} \cdot 75\,000$
 $600\,000 \text{ cm}$

b) 20 cm
 $5 \text{ km} = 5000 \text{ m}$
 $5000 \text{ m} = 500\,000 \text{ cm}$
 $500\,000 \text{ cm} : 25\,000$

c) Hinweise zur Konstruktion des Dreiecks mit Beschriftung der Eckpunkte:
 Zeichnen der Seite \overline{AB}
 Antragen des Winkels
 Abtragen der Seite \overline{AC}
 Strecke \overline{BC} : $4,275 \text{ km}$ (genauerer Wert: $\approx 4,259$)
 Messen der Strecke \overline{BC} : $5,7 \text{ cm}$ (genauerer Wert: $\approx 5,679$)
 $5,7 \text{ cm} \cdot 75\,000$
 $427\,500 \text{ cm}$ (genauerer Wert: $\approx 425\,918,13$)

7. a) (1) $h(\spadesuit) = \frac{27}{40}$

$h(\heartsuit) = \frac{54}{80}$

(2) $h(\clubsuit) = 32,5 \%$

z. B.

80 entsprechen 100 %.

2 entsprechen 2,5 %.

26 entsprechen 32,5 %.

b) (1) 2500

$P(\spadesuit) = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{4} \cdot 10\,000$

(2) $(\spadesuit, \heartsuit); (\spadesuit, \clubsuit); (\heartsuit, \spadesuit); (\clubsuit, \spadesuit)$

(3) $P(\spadesuit, \heartsuit) = \frac{9}{16}$

$P(\spadesuit, \heartsuit) = \frac{3}{4} \cdot \frac{3}{4}$
