

AUFGABENGRUPPE A

02.03.2016

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. a) Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.
 - (1) $(x + 6)^2(x^2 - 64) = 0$
 - (2) $(4x - 8)^2 = 64$
 - (3) $(4x - 64)^2 \leq 144$
 b) Begründe, dass die Lösungsmenge leer ist: $(x^2 + 4)(x - 4)^2 < 0$

2. a) Konstruiere ein Parallelogramm $ABCD$ mit $a = |AB| = 4,8$ cm, $\frac{1}{2}e = \frac{1}{2}|AC| = 3,4$ cm und $\frac{1}{2}f = \frac{1}{2}|BD| = 2,1$ cm.
 b) Konstruiere ein zur Achse durch A und C symmetrisches Drachenviereck $ABCD$ mit $\alpha = 48^\circ$, $e = |AC| = 6,8$ cm und $f = |BD| = 4,2$ cm.
 c) Konstruiere eine Raute $ABCD$ mit $h_{AB} = 2,7$ cm und $e = |AC| = 6,8$ cm.

3. Ein gleichseitiges Dreieck ABC wird durch seine Seitenhalbierenden und die Verbindungsstrecken der Seitenmitten M_{AB} , M_{BC} und M_{AC} in Teilfiguren zerlegt.
 - a) Die Strecke $\overline{AM_{BC}}$ teilt das Dreieck ABC so, dass die Flächeninhalte der Teilfiguren im Verhältnis 1:1 stehen. In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte der Teilfiguren bei Teilung des Dreiecks ABC durch die Strecke $\overline{M_{AB}M_{BC}}$?
 - b) Skizziere das Dreieck und notiere alle (sechs) Strecken, mit denen das Dreieck ABC zerlegt werden kann. Gegebenenfalls kannst du deine Skizze aus a) verwenden.
 - c) Nun wird das Dreieck ABC mit Hilfe zweier Strecken zerlegt.
 - (1) Die beiden Strecken sind $\overline{AM_{BC}}$ und $\overline{M_{AC}M_{BC}}$. In welchem Verhältnis stehen die Flächeninhalte der dadurch entstehenden drei Teilfiguren?
 - (2) Durch zwei andere Strecken entstehen Teilfiguren, deren Flächeninhalte im Verhältnis 3 : 3 : 1 : 1 stehen. Gib ein mögliches Streckenpaar an.
 - d) Skizziere eine Teilung so, dass der Flächeninhalt eines Teildreiecks ein Zwölftel der Gesamtfläche des Dreiecks ABC beträgt, und schraffiere das Teildreieck.

4. Ein Videoclip besteht aus Einzelbildern, die in schneller Abfolge abgespielt werden.
 - a) Berechne die Anzahl der Bilder eines 60 s langen Videoclips, wenn er mit einer Bildrate von 24 Bildern pro Sekunde (B/s) abgespielt wird.
 - b) In der folgenden Tabelle werden Videoclips betrachtet, die bei einer Bildrate von 24 B/s eine Länge von 20 s haben. Berechne die fehlenden Werte.

Anzahl der Videoclips	Bildrate in B/s	Gesamtdauer der Clips in s
1	24	20
5	24	a
1	25	b
c	30	48
2	d	60

- c) Ein Videoclip dauert 50 s bei einer Bildrate von 24 B/s. Um wie viele Sekunden verändert sich die Dauer, wenn das Video mit einer Bildrate von 20 B/s wiedergegeben wird?
- d) Ein Werbeclip hat bei einer Bildrate von 24 B/s eine Dauer von 4 Minuten. Versehentlich wurde die Hälfte des Films mit einer Bildrate von 18 B/s abgespielt. Mit welcher Bildrate müsste der verbleibende Teil des Clips abgespielt werden, um die Länge von 4 Minuten einzuhalten?

5. Aus einer Zeitung: „80 % der Personen ab 10 Jahren benutzten zwischen Januar und März 2015 das Internet. 75 % dieser Internetnutzer verwendeten ein mobiles Gerät.“

- a) Wie viel Prozent der Personen ab 10 Jahren gingen im angegebenen Zeitraum
- (1) mit einem mobilen Gerät ins Internet?
 - (2) nur mit einem nicht-mobilen Gerät ins Internet?
- b) Im genannten Zeitraum waren 72 % der Personen ab 10 Jahren täglich oder fast täglich im Internet.
- (1) Welchem prozentualen Anteil der Internetnutzer entspricht das?
 - (2) Beschreibe das Internetverhalten der verbleibenden 28 % der Personen ab 10 Jahren.
- c) Fünf Jahre zuvor nutzten in diesen Monaten 15 % weniger Personen ab 10 Jahren das Internet. Der Anteil der Personen ab 10 Jahren, die das Internet mobil nutzten, betrug insgesamt 34 %. Wie hätte ein entsprechender Zeitungstext im Jahr 2010 gelautet?

6. a) Jeder Buchstabe in der nebenstehenden Tabelle entspricht einem Zahlenwert. Die Buchstaben in jeder Zeile und Spalte werden addiert; die Summe steht jeweils am rechten und unteren Rand. Übertrage die Tabelle und gib für jeden Buchstaben den zugehörigen Zahlenwert an.

a	a	a	b	32
b	c	b	d	e
d	c	e	e	f
b	b	b	a	40
21	-10	29	g	

- b) In die 9 freien Kästchen sind die Zahlen von 1 bis 9 so einzutragen, dass sich in jeder Zeile und in jeder Spalte das am Rand notierte Produkt ergibt, jede Zahl aber nur einmal verwendet wird.

			56
			48
			a
54	b	80	P

- (1) Übertrage die Tabelle, vervollständige sie und berechne die fehlenden Werte der Produkte a und b.
- (2) Begründe, dass das Produkt der drei Faktoren in der unteren Zeile den gleichen Wert P annehmen muss wie das Produkt der drei Faktoren in der rechten Spalte.

7. Die Seiten eines Würfels sind mit den Ziffern 1, 2, 3 und 4 beschriftet. Die Ziffern werden mit den in der Tabelle angegebenen Wahrscheinlichkeiten geworfen.

1	2	3	4
$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$	x

- a) Gib die fehlende Wahrscheinlichkeit x an und gib eine mögliche Beschriftung der sechs Würfelseiten an.
- b) Der Würfel wird nun zweimal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit
- (1) fällt zweimal die Ziffer 1,
 - (2) fällt keine 4,
 - (3) beträgt die Summe der geworfenen Ziffern 4,
 - (4) fallen zwei unterschiedliche Ziffern?
- c) Der Würfel wird erneut zweimal geworfen. Die Wahrscheinlichkeit für ein Ereignis beträgt $p = 1 - 4 \cdot \frac{1}{36}$. Formuliere ein zu dieser Wahrscheinlichkeit gehörendes Ereignis in Worten.

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

AUFGABENGRUPPE B

02.03.2016

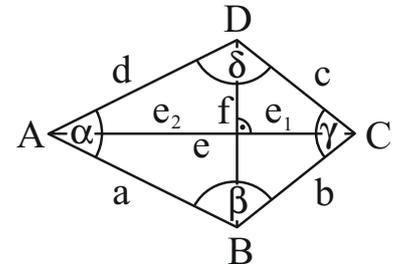
Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an; $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots\}$.

- a) $4 \cdot (2x + 3) + 3 \cdot (-3x - 2) = 0$
- b) $52 - (13x + 14) = 6 \cdot (2x - 2)$
- c) $(2x + 6) \cdot (x - 1) < 2x^2 + 8x + 4$

2. a) Konstruiere ein Drachenviereck $ABCD$ mit der Symmetrieachse \overline{AC} sowie $a = 7$ cm, $b = 5$ cm und $\beta = 110^\circ$.

b) Konstruiere ein Drachenviereck $ABCD$ mit der Symmetrieachse \overline{AC} sowie $a = 5$ cm, $e = 6$ cm, $\alpha = 50^\circ$.



- c) Die Diagonalen eines Drachenvierecks $ABCD$ haben die Längen $e = 8$ cm und $f = 6$ cm. Die Diagonale f teilt die Diagonale e im Verhältnis $1 : 3$, d. h. e_2 ist dreimal so lang wie e_1 .
 - (1) Konstruiere das Drachenviereck $ABCD$.
 - (2) Berechne den Flächeninhalt des Drachenvierecks.
 - (3) Tim behauptet: „Egal, in welchem Verhältnis die Diagonale e geteilt wird, der Flächeninhalt des Drachenvierecks bleibt immer gleich.“ Hat er recht? Begründe!

3. a) Die Fluggesellschaft BIRD und die Gewerkschaft FAIR verhandeln über eine Lohnerhöhung für die Beschäftigten des Bodenpersonals der Fluggesellschaft. Eine Beschäftigte verdient 25 000 € im Jahr.

- (1) FAIR fordert 5,5 % mehr Lohn, rückwirkend zum 1. Januar.
Wie viel Euro würde die Beschäftigte dann im Jahr verdienen?
- (2) BIRD schlägt eine Einmalzahlung von 1200 € für das laufende Jahr vor.
Welcher prozentualen Erhöhung würde das entsprechen?

b) BIRD-Piloten bekommen ein Einstiegsgehalt von 66 000 € im Jahr, jedoch müssen sie ein Drittel ihrer Ausbildungskosten selbst tragen. Dieses Drittel sind 60 480 €, die ihnen während der ersten zwölf Arbeitsjahre gleichmäßig vom Monatslohn abgezogen werden.

- (1) Berechne die Höhe der Ausbildungskosten.
- (2) Berechne den verringerten Monatslohn, wenn das Jahresgehalt gleichmäßig monatlich ausgezahlt wird.

4. a) (1) Zeichne in ein Koordinatensystem (1 Einheit $\hat{=}$ 1 cm) die Punkte $A(1|2)$, $B(9|2)$ und $D(1|6)$ ein und ergänze C so, dass das Rechteck $ABCD$ entsteht.

- (2) Gib den Flächeninhalt des Rechtecks an.
- (3) Dem Rechteck $ABCD$ ist das Dreieck mit den Punkten $A(1|2)$, $P(7|2)$ und $D(1|6)$ eingeschrieben.
 - (3.1) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks APD .
 - (3.2) Von einem anderen Dreieck sind die Punkte $A(1|2)$ und $D^*(1|4)$ gegeben.
Der Punkt P^* liegt auf der Geraden AB .
Wo muss P^* liegen, wenn der Flächeninhalt des Dreiecks 12 cm^2 betragen soll?
Finde beide Möglichkeiten und gib die Koordinaten an.

b) Wie verändert sich der Flächeninhalt eines Dreiecks, wenn

- (1) die Höhe verdoppelt, die zugehörige Seite aber halbiert wird?
- (2) die Seitenlänge und zugleich die zugehörige Höhe verdoppelt wird?

c) Die Grundseite eines Dreiecks wird vervierfacht.

Wie muss die Höhe verändert werden, damit sich der Flächeninhalt verzehnfacht?

5. Ein Rundwanderweg um den Mont Blanc, den höchsten Berg Europas, ist 180 km lang. Es werden dabei 9800 Höhenmeter überwunden.

- a) Carlos und Laura planen 12 Tage für die gesamte Rundwanderung.
 - (1) Wie weit müssten sie durchschnittlich am Tag laufen?
 - (2) Wie viele Höhenmeter müssten sie durchschnittlich am Tag überwinden? Runde auf ganze Meter.
- b) Britta und Karin haben bereits 72 km und 45 % der Höhenmeter geschafft.
 - (1) Berechne, wie viel Prozent der Wegstrecke sie noch vor sich haben.
 - (2) Berechne, wie viele Höhenmeter sie noch vor sich haben.
- c) Beim sogenannten Ultra-Trail wird die Strecke am Stück gelaufen. Die besten Läufer schaffen das in 48 Stunden. Wie viele Höhenmeter müssen die Läufer im Durchschnitt pro Minute laufen? Runde auf ganze Dezimeter.
- d) David und Kim starten zeitgleich am selben Ort. David läuft täglich 30 km der Gesamtstrecke im Uhrzeigersinn. Kim läuft täglich 18 km gegen den Uhrzeigersinn. Am wievielten Lauftag treffen sie sich?

6. Malte, Swantje und Merle sind Leseratten.

- a) Malte hat an den ersten vier Tagen je $\frac{1}{8}$ seines Buches gelesen. Bis zum Ende des vierten Tages hat er 96 Seiten gelesen.
 - (1) Wie viele Seiten hat das Buch?
 - (2) Welchen Bruchteil des Buches hat Malte nach 144 Seiten durchgelesen?

- b) Swantje liest in ihrem Buch am ersten Tag genau zwei Seiten und an jedem weiteren Tag immer genau drei Seiten mehr als am Vortag. Am letzten Tag liest Swantje 35 Seiten.

Tag	Seiten (täglich)
1.	2
2.	5
3.	8
4.	11
...	...

- (1) Nach wie vielen Tagen hat sie das Buch durchgelesen?
- (2) Wie viele Seiten hat Swantjes Buch?

- c) Die nebenstehende Übersicht zeigt Merles Lese-Rhythmus.

Tag	Seiten (täglich)	Seiten (gesamt)
1.	1	1
2.	3	4
3.	5	9
...
(A)	19	(B)
...
(C)	(D)	400
...
n	2n-1	(E)

- (1) Bestimme die Werte für (A), (B), (C) und (D).
- (2) Notiere einen allgemeinen Term für (E).

7. a) Bei einem vierstelligen PIN-Code für Handys können die Ziffern 0 bis 9 verwendet werden.

- (1) Wie viele PIN-Codes bestehen aus vier gleichen Ziffern?
 - (2) Wie viele verschiedene PIN-Codes gibt es?
 - (3) Wie viele PIN-Codes bestehen aus vier verschiedenen ungeraden Ziffern? Nenne zunächst ein Beispiel.
 - (4) Wie viele PIN-Codes bestehen aus vier verschiedenen Ziffern?
 - (5) Wie viele PIN-Codes haben an den ersten beiden Stellen und den letzten beiden Stellen jeweils gleiche Ziffern (z.B. 0033, aber nicht 0000, 1111, 2222, ...)?
- b) (1) Eine Digitaluhr zeigt Stunden und Minuten an. Wie viele Uhrzeiten zeigt die Uhr an einem Tag (von 00:00 Uhr bis 23:59 Uhr) an?
 - (2) Kim geht um 21:47 Uhr zu Bett und stellt ihren Wecker auf 06:10 Uhr. Wie oft erscheint in dieser Zeit die 2 neu auf dem Display? (Erstmalig erscheint eine neue 2 um 21:52, das nächste Mal erscheint eine neue 2 um 22:00, ein drittes Mal um 22:02.)

AUFGABENGRUPPE C

02.03.2016

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

1. Berechne y .

a) $12y - 15 + 6y = 13 + 20y$

b) $4 \cdot (7y - 2) = 4y + 42 - y$

c) $-3 \cdot (2y + 4) + 2 \cdot (4y + 5) = 20$

2. Silke leitet die Tanzgruppe „Tanzmäuse“. Die Tanzgruppe besteht aus 12 Mädchen. Für einen Auftritt näht Silke neue Kostüme für ihre Gruppe. Für jedes Kostüm verwendet sie Tüll und Satin. In der Tabelle ist der Stoffverbrauch für die Kostüme nach Kleidergröße aufgeführt.

Stoffart	Kostüm Größe S	Kostüm Größe M
Tüll	1,50 m	1,80 m
Satin	1,60 m	2,00 m

a) Vier Mädchen der Tanzgruppe haben Größe S und acht Mädchen haben Größe M. Berechne, wie viele Meter Satin Silke für alle Kostüme braucht.

b) Ein Meter Tüll kostet 1,65 € und der Preis für Satin ist 3,95 € pro Meter. Berechne, wie teuer der gesamte Stoff für ein Kostüm der Größe S ist. Runde dein Ergebnis auf Cent.

c) Berechne, wie viel Prozent Tüll Silke für ein Kostüm der Größe M mehr braucht als für ein Kostüm der Größe S.

d) Silke hat noch Knöpfe aus dem letzten Jahr übrig. Wenn sie auf jedes Kostüm 6 Knöpfe aufnäht, reichen diese für 8 Kostüme. Berechne, für wie viele Kostüme die Knöpfe reichen, wenn Silke nur 4 Knöpfe pro Kostüm aufnäht.

3. Jan und Niklas sind begeisterte Basketballspieler. Beim Basketball gilt folgende Punkteregel: Jeder Treffer in den Korb liefert je nach Entfernung des Wurfes zwei oder drei Punkte. Ein getroffener Freiwurf erzielt einen Punkt.

a) Jan hat im letzten Spiel 40 Mal auf den Basketballkorb geworfen und dabei 24 Mal *keinen Treffer* erzielt. Berechne, bei wie viel Prozent seiner Würfe Jan Treffer erzielt hat.

b) In der letzten Saison hat Niklas insgesamt 108 Treffer erzielt. Durch die oben beschriebene Regel führte dies zu seinem Punkterekord von 192 Punkten.

(1) In dieser Saison hat Niklas seinen Punkterekord bereits um 12,5 % gesteigert. Berechne, wie viele Punkte er bisher in dieser Saison erzielt hat.

(2) Von den 108 Treffern erzielte Niklas 45 Treffer durch Freiwürfe. Die restlichen Treffer erzielte Niklas durch doppelt so viele erfolgreiche 2-Punkte-Würfe wie 3-Punkte-Würfe. Gib die jeweilige Anzahl an. Notiere einen Antwortsatz.

4. a) Trage die Punkte $A(1|1)$, $B(6|1)$ und $C(8,5|3,5)$ in ein Koordinatensystem mit der Längeneinheit 1 cm ein.

b) (1) Zeichne in das Koordinatensystem den Punkt D so ein, dass das Parallelogramm $ABCD$ entsteht. Zeichne das Parallelogramm $ABCD$.

(2) Gib die Koordinaten von D an.

c) (1) Verschiebe jeden Punkt des Parallelogramms $ABCD$ um 2 Einheiten nach rechts und um eine Einheit nach oben. Verbinde die Bildpunkte zum Parallelogramm $A'B'C'D'$.

(2) Berechne den Flächeninhalt der Schnittfläche, d. h. den Inhalt der Fläche, die sowohl zu dem einen wie auch zu dem anderen Parallelogramm gehört.

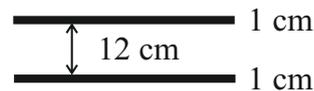
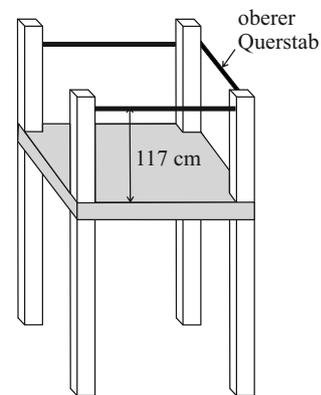
d) Der Punkt A wird zu A'' verschoben. Der Bildpunkt A'' hat dann die Koordinaten $(-2|-3)$. Beschreibe, wie der Punkt A verschoben wurde.

5. Am Edersee gibt es eine Aussichtsplattform. Die graue Grundfläche der Aussichtsplattform ist quadratisch und 25 m^2 groß (siehe Abbildung).

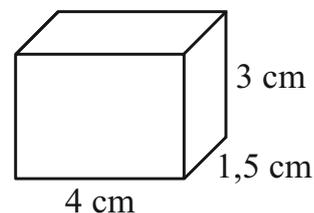
- Berechne die Länge der Seiten der grauen Grundfläche.
- Diese Aussichtsplattform soll in der Länge um 2 m vergrößert werden, sodass eine rechteckige Grundfläche entsteht.

- Zeichne die neue Grundfläche im Maßstab $1 : 100$.
- Berechne die Größe der Grundfläche, die die Aussichtsplattform nach dem Umbau hat.

- Zur Sicherheit müssen auf drei Seiten zwischen der Grundfläche und den oberen Querstäben (siehe Abbildung) weitere Querstäbe eingefügt werden. Von der grauen Grundfläche bis zur Oberkante des vorhandenen Querstabs misst man 117 cm . Ein Querstab ist 1 cm breit. Zwischen zwei Querstäben sind 12 cm frei. Bestimme, wie viele weitere Querstäbe insgesamt benötigt werden. Notiere einen Antwortsatz.



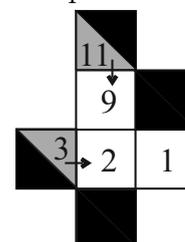
- Zeichne ein Netz für den abgebildeten Quader.
 - Berechne die Größe der Oberfläche des abgebildeten Quaders.
 - Ein anderer Quader hat eine Oberfläche von 164 cm^2 . Die vordere Seitenfläche ist 40 cm^2 groß. Die untere Grundfläche ist 30 cm^2 groß. Berechne die Größe der rechten Seitenfläche.



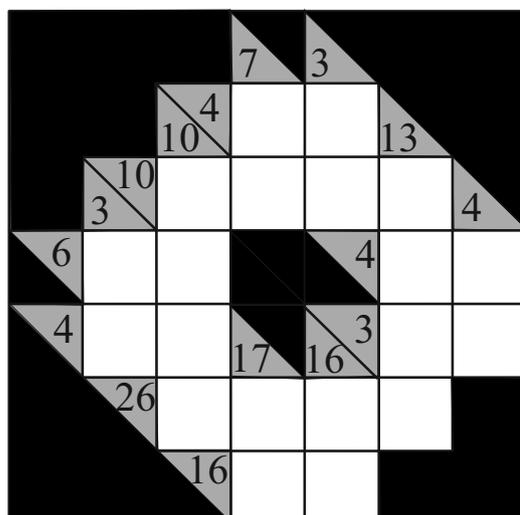
7. Die Abbildung zeigt ein Summenrätsel (Kakuro), für dessen Lösung folgende Regeln gelten:

- In die weißen Felder dürfen nur Zahlen von 1 bis 9 eingetragen werden.
- In jedes weiße Feld darf nur eine Zahl eingetragen werden.
- Die Zahlen in den grauen Feldern sind Summen (im Beispiel: 3 oder 11).
- Innerhalb einer Summe darf jede Zahl nur einmal vorkommen.
- Die grauen Felder sind diagonal halbiert. Steht die Summe links unten, werden die Zahlen senkrecht addiert (im Beispiel: $11 = 9 + 2$). Steht die Summe rechts oben, werden die Zahlen waagrecht addiert (im Beispiel: $3 = 2 + 1$).

Beispiel:



- Gib an, aus welchen vier verschiedenen Zahlen du die Summe 10 bilden kannst.
- Gib an, aus welchen drei verschiedenen Zahlen du die Summe 23 bilden kannst.
- Notiere die fehlenden Zahlen im untenstehenden Summenrätsel nach den obigen Regeln.



Gib auch das Blatt ab, falls du das Kakuro ausgefüllt hast.