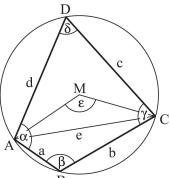
## AUFGABENGRUPPE A

03.05.2016

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an;  $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ . Notiere auch deinen Lösungsweg (durch Rechnung oder in Worten).
  - a)  $x^3 \cdot (x-5)^3 \cdot (x^3+125) = 0$
  - b)  $(x^2 16) \cdot (x^3 + 8) > 0$
  - c)  $(x-2)^2 > (x^3+28) \cdot (x-2)^2$
  - d)  $(x^4 18x^2 + 81) \cdot (x^4 + 1) > 0$
- 2. Ein Viereck ABCD besitzt genau dann einen Umkreis (mit dem Mittelpunkt M), wenn die Summe gegenüberliegender Winkel 180° beträgt. Solche Vierecke heißen Sehnenvierecke.





- b) Konstruiere ein Sehnenviereck ABCD mit a=6.0 cm, e=7.8 cm,  $\delta=102^\circ$  und b=c.
- c) Konstruiere ein Sehnenviereck ABCD mit a=2.5 cm, c=5.0 cm, d=6.0 cm und  $\varepsilon=4MC=130^{\circ}$ .
- 3. a) Innerhalb eines Quadrates ABCD mit der Seitenlänge a=8 cm wird ein Halbkreis k mit Radius r=4 cm eingezeichnet, dessen Mittelpunkt M auf der Mitte der Seite  $\overline{AB}$  liegt.
  - (1) Zeichne die beschriebene Figur.
  - (2) Konstruiere eine Tangente t an den Halbkreis k durch den Punkt C (aber nicht durch Punkt B). Beschreibe deine Konstruktion.
  - (3) Die Tangente t berührt k in P. Begründe, dass die Dreiecke CPM und CMB kongruent sind.
  - (4) Die Tangente t schneidet die Seite  $\overline{AD}$  im Punkt Q. Begründe, dass das Dreieck QMC rechtwinklig ist.
  - b) Konstruiere in einem Quadrat ABCD mit der Seitenlänge  $\underline{a}=8$  cm einen Halbkreis k so, dass er durch A verläuft, sein Mittelpunkt M auf der Seite  $\overline{AB}$  liegt und die Diagonale  $\overline{BD}$  Tangente an den Halbkreis ist. Begründe deine Konstruktion.
- 4. Für ganze Zahlen wird eine neue Rechenoperation  $\oplus$  definiert mit  $a \oplus b = a + b 1$ , wobei "+" die bekannte Addition und "-" die bekannte Subtraktion bezeichnen. Beispiel:  $5 \oplus 4 = 5 + 4 - 1 = 9 - 1 = 8$ 
  - a) Berechne: (1)  $10 \oplus 2$  (2)  $7 \oplus 2 \oplus 4$
  - b) Zeige, dass Folgendes gilt:
    - (1) Kommutativgesetz:  $a \oplus b = b \oplus a$
    - (2) Assoziativgesetz:  $(a \oplus b) \oplus c = a \oplus (b \oplus c)$
  - c) Bei der herkömmlichen Addition heißt 0 das "neutrale Element": Es gilt a+0=a (d. h. die Addition von 0 ändert nichts).
    - (1) Zeige: 0 ist nicht das neutrale Element der Rechenoperation  $\oplus$ .
    - (2) Für das neutrale Element n der Rechenoperation  $\oplus$  muss gelten:  $a \oplus n = a$ . Bestimme n.
  - d) (1) Es sei festgelegt (für  $k \geq 2$ ):  $k \otimes a = a \oplus a \oplus \ldots \oplus a$  (wobei a genau k-mal vorkommt). Gib eine Formel für  $k \otimes a$  an, die nur die herkömmlichen Rechenarten verwendet.
    - (2) Es sei  $a \neq k$ . Prüfe, ob  $k \otimes a = a \otimes k$  gilt.

- 5. Aus Draht werden die Kanten eines Quaders Q(a|b|c) geformt, wobei Länge a, Breite b und Höhe c (in cm) nur ganzzahlige Werte größer gleich 2 annehmen. Q(2|5|3) bezeichnet einen Quader der Länge 2 cm, Breite 5 cm und Höhe 3 cm.
  - Beachte: Q(5|3|2), Q(5|2|3) usw. sind formgleich zu Q(2|5|3).
    - a) Emma möchte mit 2 m Draht Quader bauen. Berechne, wie viele Quader Q(2|3|4) sie maximal herstellen kann und wie viel cm Draht übrig bleiben.
    - b) Mona hat ebenfalls 2 m Draht und bastelt vier Quader Q(a|b|c), wobei 24 cm Draht übrig bleiben. Gib alle (nicht formgleichen) Möglichkeiten für a, b und c an.
    - c) Adrian hat 400 cm Draht und möchte n Quader Q(a|a|c) mit quadratischer Grundfläche basteln. Das Volumen eines solchen Quaders soll maximal 100 cm<sup>3</sup> betragen.
      - (1) Gib eine Formel an, die für die Anzahl der gebastelten Quader n sowie deren Kantenlängen a und c die Länge r des übrig gebliebenen Drahtes angibt.
      - (2) Nun soll kein Draht übrig bleiben.
        - (2.1) Zeige, dass dann gilt:  $\frac{100}{n} = 2a + c$
        - (2.2) Bestimme alle möglichen Anzahlen n und die möglichen (nicht formgleichen) Quader Q(a|a|c). Begründe mittels der Formel aus (2.1), dass es keine weiteren Möglichkeiten geben kann.
- 6. Eine Lotto-Spielgemeinschaft besteht aus 13 Mitgliedern. Jedes Mitglied zahlt wöchentlich 5 € in die Gemeinschaftskasse ein. Die Mitglieder haben vereinbart, dass bei einem Lottogewinn immer 25 % des ausgeschütteten Betrags in die Gemeinschaftskasse fließen und der Rest auf die Spieler gleichmäßig verteilt wird. Ein Spiel pro Woche kostet die Gemeinschaft 52 €, die aus der Gemeinschaftskasse bezahlt werden.
  - a) Beim ersten Spiel werden 91 € an die Gemeinschaft ausgeschüttet.
    - (1) Welcher Betrag wird davon in die Gemeinschaftskasse gezahlt?
    - (2) Wie viel Gewinn bleibt jedem Spieler tatsächlich?
  - b) Nach zwölf Wochen befinden sich 578,50 € in der Gemeinschaftskasse. Wie hoch ist der Lottogewinn, den die Gemeinschaft in dieser Zeit insgesamt erspielt hat?
  - c) Die Gemeinschaft gewinnt, stellt aber fest, dass in der betreffenden Woche ein Spieler seinen Einsatz nicht gezahlt hat. Sie beschließt, die Ausschüttung daher nur durch zwölf Spieler zu teilen. Dadurch erhält jeder Spieler nun 17 € mehr ausgezahlt. Welchen Lottogewinn hat die Gemeinschaft insgesamt erspielt?
  - d) Nach einer Ausschüttung stellt der Kassenwart fest, dass 12,5 % zu wenig in die Gemeinschaftskasse geflossen sind. Da dieses Geld versehentlich an die Spieler verteilt wurde, sollen sie es an die Kasse zurückzahlen. Wie viel Prozent seines erhaltenen Ausschüttungsbetrags muss jeder Spieler zurückzahlen?
- 7. Bodo ist begeisterter Bogenschütze. Er trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,7. Für sein Spiel gelten folgende Regeln: Er gewinnt, wenn er zweimal hintereinander trifft. Er verliert, wenn er zweimal hintereinander nicht trifft. In beiden Fällen ist das Spiel dann beendet.
  - a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit
    - (1) trifft Bodo mit den ersten beiden Schüssen und gewinnt somit das Spiel?
    - (2) gewinnt er innerhalb der ersten 4 Schüsse?
    - (3) ist das Spiel nach 5 Schüssen noch nicht beendet?
  - b) Bodo hat beim ersten Schuss getroffen. Die Wahrscheinlichkeit, dass er nun das Spiel gewinnt, wird mit P(G) bezeichnet. Es gilt:  $P(G) = 0.7 + 0.3 \cdot 0.7 \cdot P(G)$ . Erläutere diese Rechnung und berechne P(G).
  - c) Mit welcher Wahrscheinlichkeit insgesamt gewinnt Bodo, wenn er beim ersten Schuss nicht getroffen hat?

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt, Summe oder Potenz angegeben werden.)

## AUFGABENGRUPPE B

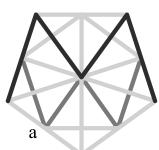
03.05.2016

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. a) Gib die Lösungsmenge jeweils in aufzählender Form an;  $\mathbb{G} = \mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ .
  - (1)  $(x+4) \cdot (x-4) = x^2 + x 9$
  - $(2) -2x \cdot (-\frac{1}{2}x+5) \le (x-4)^2$
  - (3)  $\frac{x^2}{4} \le 1$
  - b) Die Seiten eines Quadrates werden um 4 cm verlängert. Dabei vergrößert sich der Flächeninhalt um 32 cm<sup>2</sup>. Gib die Seitenlänge des Ausgangsquadrates an.
- 2. a) Zeichne in ein Koordinatensystem (1 Einheit  $\stackrel{\triangle}{=} 1$  cm) die Punkte A(2|3) und B(7|3). Finde beide Möglichkeiten für C, sodass ein rechtwinkliges Dreieck ABC mit der Höhe  $h_c = 4$  cm entsteht. Nenne die Punkte  $C_1$  und  $C_2$ , sodass eine Figur entsteht, bei der M der Schnittpunkt der beiden Dreieckseiten  $\overline{AC_2}$  und  $\overline{BC_1}$  ist.
  - b) (1) Berechne den Flächeninhalt eines der beiden Dreiecke.
    - (2) Berechne die Größe der Schnittfläche S beider Dreiecke.
    - (3) Bestimme den Anteil der Schnittfläche S an der Fläche G der Gesamtfigur  $ABC_2MC_1$ .
  - c) Durch Achsenspiegelung kann man beide Dreiecke ineinander überführen. Zeichne die Spiegelachse ein.
  - d) In einer entsprechenden Figur wird die Seite  $\overline{BC_2}$  nach rechts verschoben.
    - (1) Gib den Flächeninhalt G der Figur an, wenn man B um 20 Einheiten verschiebt.
    - (2) Gib die Koordinaten von B' an, wenn der Flächeninhalt G der Gesamtfigur  $21 \text{ cm}^2$  beträgt.
- 3. Die Größe von Papierformaten ist mit Hilfe der DIN-Norm klar festgelegt. Um aus einem Blatt im Format A0 Blätter der Formate A1, A2, A3 usw. zu bekommen, wird jeweils die Größe der langen Seite halbiert, die kürzere Seite behält ihre Länge bei.
  - a) Berechne die fehlenden Werte.

	lange Seite (in cm)	kurze Seite (in cm)
A2	59,4	42,0
A3		
A4		21,0

- b) Phil behauptet: "Die lange Seite eines A1-Blattes ist doppelt so lang wie die kurze Seite eines A2-Blattes!" Steffen widerspricht: "Nein! Die lange Seite des A1-Blattes ist doppelt so lang wie die lange Seite eines A3-Blattes." Wer hat Recht? Begründe!
- c) (1) Berechne den Flächeninhalt eines A0-Blattes. Runde auf ganze m².
  - (2) Übertrage und ergänze:
    - (2.1) Der Flächeninhalt eines A2-Blattes beträgt \_\_\_\_ % eines A0-Blattes.
    - (2.2) Der Flächeninhalt eines A0-Blattes beträgt \_\_\_\_% eines A4-Blattes.
- d) Für welches n ist die Fläche eines An-Blattes erstmalig kleiner als 1 dm<sup>2</sup>? Erläutere kurz deinen Lösungsweg.
- 4. Das Logo des Mathematikwettbewerbes besteht unter anderem aus zwei regelmäßigen Fünfecken, die auch Pentagon genannt werden. Die Eckpunkte des inneren Fünfecks liegen auf den Seitenmitten des äußeren Fünfecks.
  - a) Konstruiere das Logo. Das äußere Fünfeck hat eine Seitenlänge von  $a=4~\mathrm{cm}.$
  - b) Beschreibe deine Vorgehensweise (Konstruktionsbeschreibung).



5. Eine Prüferin wertet einen Test aus. Die 120 Prüflinge mussbestanden: 75 % ten angeben, ob sie für den Test gelernt haben oder nicht. Für gelernt: nicht bestander die Auswertung nutzt sie nebenstehendes Baumdiagramm. 70 % % (2) 120 Prüflinge a) Notiere die fehlenden Anteile (1), (2) und (3). bestanden: nicht gelernt: (3) b) Gib die Anzahl der Prüflinge an, die nicht gelernt haben. (1) nicht bestanden

c) Wie viele Prüflinge haben den Test nicht bestanden, obwohl sie gelernt haben?

d) Die Prüferin gibt an, dass 72.5~% der Prüflinge den Test bestanden haben. Hat sie Recht? Begründe deine Meinung durch Berechnung.

66,6 %

- e) Bei der letztjährigen Prüfung haben insgesamt 75 % der Prüflinge bestanden. Zeichne dazu ein passendes Baumdiagramm wie in der obigen Form und notiere die möglichen Anteile.
- 6. Kai bewahrt seine Kaffee-Kapseln in einer (undurchsichtigen) Blechdose auf. Darin befinden sich 8 rote, 7 weiße, 6 grüne, 5 blaue und 4 gelbe Kapseln. Kai zieht (bei jeder Teilaufgabe) aus einer zu Beginn vollständig gefüllten Dose.
  - a) Wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass er zufällig
    - (1) eine rote Kapsel zieht,
    - (2) keine gelbe Kapsel zieht?
  - b) Kai nimmt 2 Kapseln mit zur Arbeit. Wie wahrscheinlich ist es, dass er zufällig 2 blaue erwischt?
  - c) Kai zieht mit einer Wahrscheinlichkeit von  $2 \cdot \left(\frac{6}{30} \cdot \frac{4}{29}\right)$  zwei Kapseln. Welche zwei Kapseln hat er erwischt?
  - d) Am liebsten mischt Kai eine rote und eine blaue Kapsel. Wie wahrscheinlich ist es, dass er bei zweimaligem Ziehen zufällig eine rote und eine blaue Kapsel greift?
  - e) Wie viele grüne Kapseln müsste Kai mindestens hinzufügen, damit die Wahrscheinlichkeit für das Ziehen einer grünen Kapsel größer als 50 % wäre?
  - f) Er möchte alle weißen Kapseln aussortieren. Wie oft muss er eine Kapsel ziehen, um ganz sicher alle weißen erwischt zu haben?

## $(Beachte: Die\ Ergebnisse\ k\"{o}nnen\ als\ Produkt,\ Summe\ oder\ Potenz\ angegeben\ werden.)$

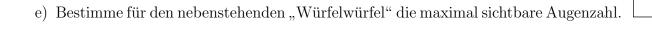
- 7. Bei einem gewöhnlichen Spielwürfel ergeben gegenüberliegende Augenzahlen immer zusammen 7. Bei Würfeltürmen sind bis auf die jeweils unten liegende Seite und gegebenenfalls die Berührungsflächen zwischen den Würfeln alle Augen sichtbar.
  - a) Zeichne das Netz eines gewöhnlichen Spielwürfels mit eingezeichneten Augen. (Ziffern sind auch zulässig.)
  - b) Bestimme in (1), (2) und (3) jeweils die minimal sichtbare Augenzahl.
  - c) Ein entsprechender Turm hat 297 sichtbare Augen.
    - (1) Wie viele Würfel sind übereinander gestapelt?
    - (2) Welche Augenzahl liegt oben?



(2)

(1)

(3)



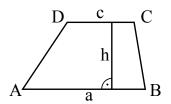
## AUFGABENGRUPPE C

03.05.2016

Hinweis: Von jeder Schülerin/jedem Schüler werden vier Aufgaben gewertet. Werden mehr als vier Aufgaben bearbeitet, so werden die mit der besten Punktzahl berücksichtigt.

- 1. a) Berechne x.
  - (1) 2x 0.5x = 9
  - (2)  $12 + 3 \cdot (x 5) = -6 \cdot (x + 2) 18$
  - b) Der Flächeninhalt eines Trapezes (siehe Abbildung) wird nach folgender Formel berechnet:  $A_{\text{Trapez}} = \frac{(a+c)}{2} \cdot h$ . Die beiden Seiten a und c sind parallel zueinander. Ein Trapez soll einen Flächeninhalt von  $100~\text{cm}^2$  und eine Höhe von 10~cm haben.

Gib eine mögliche Lösung für die Längen der Seiten a und c an.



- 2. Der Müsliriegel "Topfit" wiegt 25 g. Er enthält 2 g Eiweiß, 15 g Kohlenhydrate, 4 g Fett und 2 g Ballaststoffe. Der Rest sind sonstige Bestandteile.
  - a) Gib an, wie viel Gramm auf sonstige Bestandteile entfallen.
  - b) Ein Fünftel der Kohlenhydrate ist Zucker. Berechne, wie viel Gramm das sind.
  - c) Berechne, wie viel Prozent des Riegels aus Kohlenhydraten bestehen.
  - d) Stelle die Zusammensetzung in einem Streifendiagramm dar (25 g entsprechen 12,5 cm). Beschrifte die Teilabschnitte.
  - e) Bei einer Verkaufsaktion wird der Müsliriegel "Topfit" in einer XL-Größe angeboten. Er ist 32 % schwerer als der 25 g Müsliriegel. Berechne, wie viel Gramm der Müsliriegel in XL-Größe wiegt.
- 3. Sophie, Lena und Nele haben in ihren Ferien viele Fotos gemacht. Sie möchten bei einem Online-Fotoservice Fotoabzüge bestellen. In der Tabelle sind die Preise für die unterschiedlichen Formate und die Kosten für Bearbeitung und Versand aufgeführt.

Format	Preis
9er	0,07 €
10er	0,08 €
13er	0,14 €

Bearbeitung/Versand an.

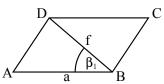
Pro Bestellung fallen

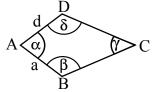
insgesamt 1,99 € für

- a) Sophie bestellt 50 Fotoabzüge im 10er-Format.
  - (1) Berechne den Gesamtpreis für ihre Bestellung.
  - (2) Berechne Sophies Ersparnis im Vergleich zum 13er-Format.
- b) Lena möchte Fotos im 13er-Format bestellen. Für ihre Bestellung möchte sie insgesamt nicht mehr als  $7 \in$  ausgeben. Berechne, wie viele Fotos sie höchstens bestellen kann.
- c) Nele möchte x Fotos im 9er-Format und y Fotos im 10er-Format bestellen. Gib einen Term zur Berechnung des Endpreises an.
- d) Bei einem 10er-Foto stehen die Seitenlängen des Fotos im Verhältnis 2:3 zueinander. Die kürzere Seite des Fotos ist 10 cm lang. Berechne die zweite Seitenlänge.
- 4. a) Zeichne ein Quadrat mit den Diagonalen e = f = 5 cm.



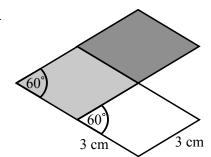
- b) Konstruiere ein Parallelogramm ABCD mit a=6.5 cm,  $\beta_1=55^\circ$  und f=5 cm.
- c) (1) Konstruiere ein Drachenviereck ABCD mit a=d=4 cm,  $\alpha=56^\circ$  und  $\beta=\delta=135^\circ.$ 
  - (2) Berechne den Winkel  $\gamma$ .



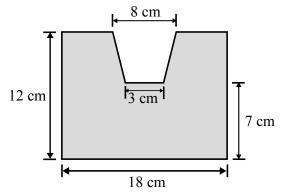


5. Eine Firma entwirft ein neues Firmenlogo (siehe Abbildung, Zeichnung nicht maßstabsgetreu).

Das Firmenlogo besteht aus drei gleichgroßen Parallelogrammen. Die vier Seiten dieser Parallelogramme sind jeweils gleich lang. Solche Parallelogramme nennt man Rauten.

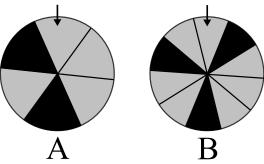


- a) Konstruiere das Firmenlogo mit den angegebenen Maßen.
- b) Das Firmenlogo soll wie abgebildet auf eine rechteckige Hauswand im Maßstab 80: 1 aufgemalt werden. Berechne, wie lang und wie breit die rechteckige Hauswand mindestens sein muss, damit das Logo auf die Hauswand passt. Miss dazu die benötigten Längen in deiner Konstruktion aus a) und wandle im vorgegebenen Maßstab um. Gib dein Ergebnis in Metern an.
- 6. Ein Balken aus Eichenholz ist 1,50 m lang. Aus diesem Balken wird eine Kerbe herausgefräst, die im Querschnitt die Form eines symmetrischen Trapezes hat (siehe Abbildung der Querschnittsfläche).
  - a) Berechne die Größe der abgebildeten Querschnittsfläche. Entnimm die Maße der Abbildung.
  - b) Ein Kubikzentimeter (1 cm³) Eichenholz wiegt 0,9 g. Berechne, wie schwer der Balken ist. Gib dein Ergebnis in ganzen Kilogramm an. Tipp: Nutze dein Ergebnis aus a).



(Zeichnung nicht maßstabsgerecht)

7. Auf einem Schulfest werden zwei verschiedene Glücksräder mit grauen und schwarzen Farbfeldern aufgestellt.



- a) Erste Spielmöglichkeit: Der Spieler wählt ein Glücksrad und dreht einmal.
  - (1) Er wählt das Glücksrad B. Gib die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass der Pfeil auf ein graues Feld zeigt.
  - (2) Der Spieler gewinnt, wenn der Pfeil seines Glücksrads auf ein schwarzes Feld zeigt. Bei welchem Glücksrad ist die Gewinnwahrscheinlichkeit höher? Begründe deine Antwort.
- b) Zweite Spielmöglichkeit: Es wird zuerst Glücksrad A und dann Glücksrad B gedreht.
  - (1) Gib alle möglichen Farbkombinationen an. Berücksichtige die Reihenfolge.
  - (2) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleiben beide Glücksräder auf einem schwarzen Feld stehen?
  - (3) Mit welcher Wahrscheinlichkeit zeigen die Pfeile von Glücksrad A und B auf unterschiedliche Farben?
- c) Die Wahrscheinlichkeit, dass der Pfeil auf einem schwarzen Feld stehen bleibt, soll bei beiden Glücksrädern gleich sein. Wie viele Felder können dann jeweils bei Glücksrad A und B schwarz sein? Gib eine Möglichkeit an.

(Beachte: Die Ergebnisse können als Produkt oder Summe angegeben werden.)